

## § 5.3 $\alpha$ 衰变的基本理论

### 1. $\alpha$ 粒子与原子核的相互作用

**Gamow and Gurney, 1928 年:**

$\alpha$  粒子在衰变前已经在母核内形成，并自由地高速运动；由于隧道效应， $\alpha$  粒子以一定几率穿过相互作用位垒发射出来。衰变几率：

$$\lambda = nP$$

**n:** 单位时间内  $\alpha$  粒子碰撞势垒的次数；

**P:** 穿透几率。

**问题:** 核内形成  $\alpha$  集团并获得高能量的机制和概率；  
(课堂讨论)

$\alpha$  粒子在核内的运动；  
表面作用和穿透

作用势：

内部作用力很小，作用势近似为常数；  
表面有很强的吸引力，作用势很快升高；  
核外只有库仑相互作用。

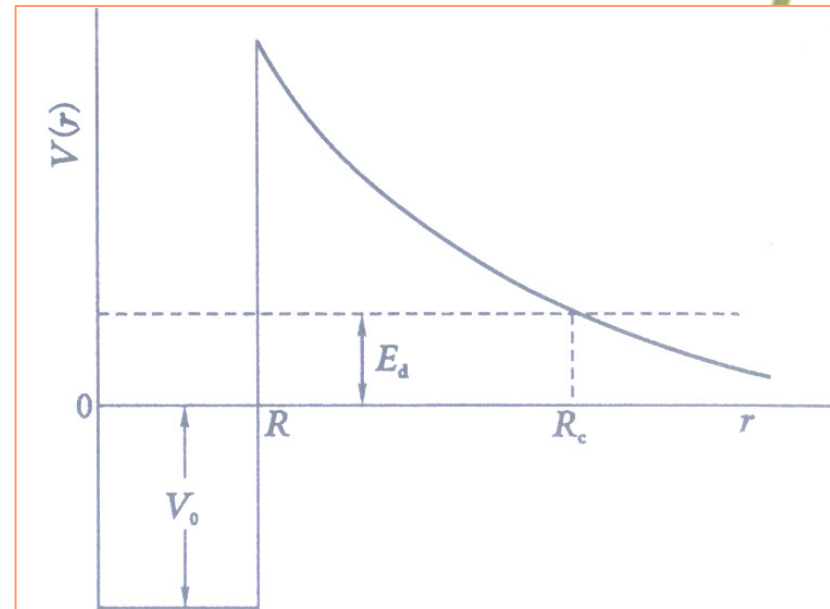


图 5-9  $\alpha$  衰变的势能曲线

近似:

$$V(r) = \begin{cases} -V_0 & \text{当 } r < R \text{ 时} \\ \frac{2(Z-2)e^2}{4\pi\epsilon_0 r} & \text{当 } r \geq R \text{ 时} \end{cases}$$

思考题: 用测不准关系估计  $\alpha$  粒子在势井中的最小动能。

## 2. 库仑势垒

势能曲线在母核的外围突起, 称为库仑势垒。  $r=R$  处, 子核对于  $\alpha$  粒子的库仑势垒高度

$$V_c = V(R) = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\epsilon_0 R} = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\epsilon_0 r_0 (A_1^{1/3} + A_2^{1/3})}$$

式中  $A_1$  和  $A_2$  分别表示子核和  $\alpha$  粒子的质量数。显然, 对于任何两个原子核, 设其电荷数和质量数分别为  $Z_1, A_1$  和  $Z_2, A_2$ , 则两核相互作用的库仑势垒高度

$$V_c = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\epsilon_0 r_0 (A_1^{1/3} + A_2^{1/3})}$$

$r_0$  一般取值  $1.45 \times 10^{-13} \text{cm}$ 。用能量单位 MeV 表示库仑势垒高度时, 式可近似地简写为

$$V_c \approx \frac{Z_1 Z_2}{A_1^{1/3} + A_2^{1/3}}$$

### 3. 经典理论的困难

例如  $^{212}_{84}\text{Po}$  的  $\alpha$  衰变能为  $8.95\text{MeV}$  但  $\alpha$  衰变时的库仑势垒高度  $V_c$  为  $22\text{MeV}$ , 比  $\alpha$  衰变能  $8.95\text{MeV}$  要大得多。

而从经典观点看,  $\alpha$  粒子要从核内发射出来, 要求  $\alpha$  衰变能大于势垒高度。

### 4. $\alpha$ 衰变的量子理论

由量子力学知道, 微观粒子具有一定的概率能够穿透势垒, 这种现象称为“隧道效应”。根据“隧道效应”, 经典力学所不能解释的  $\alpha$  衰变就成为可能了。

按量子力学的势垒穿透理论 ( $l=0$ , 一维问题),  $\alpha$  粒子穿透势垒的概率为(WKB 方法)

$$P = e^{-G} = \exp\left\{-\frac{2}{\hbar} \int_R^{R_c} \sqrt{2\mu[V(r) - E_d]} dr\right\}$$
$$= \exp\left\{-\frac{2}{\hbar} \int_R^{R_c} \left[2\mu\left(\frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\epsilon_0 r} - E_d\right)\right]^{1/2} dr\right\}$$

式中,  $\mu$  为  $\alpha$  粒子与子核的折合质量,

$$R_c: \quad E_d = V(R_c) = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\epsilon_0 R_c},$$

$$R_c = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\epsilon_0 E_d},$$

$$\text{显然:} \quad V_c / E_d = R_c / R$$

下面推导出衰变常量 $\lambda$ 和能量 $E_d$ 的关系。

$$G = \frac{2}{\hbar} \int_R^{R_c} \left[ 2\mu \left( \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\epsilon_0 r} - E_d \right) \right]^{1/2} dr$$
$$= \frac{2\sqrt{2\mu E_d}}{\hbar} \int_R^{R_c} \left( \frac{R_c}{r} - 1 \right)^{1/2} dr$$

对积分号下作变量变换，令

$$x = \arccos\left(\frac{r}{R_c}\right)^{1/2} \quad (\text{推导})$$

则

$$G = \frac{2R_c\sqrt{2\mu E_d}}{\hbar} \left[ x(R) - \frac{1}{2} \sin 2x(R) \right]$$
$$= \frac{2R_c\sqrt{2\mu E_d}}{\hbar} \psi\left(\frac{R}{R_c}\right)$$

其中

$$\psi\left(\frac{R}{R_c}\right) = \arccos\left(\frac{R}{R_c}\right)^{1/2} - \left(\frac{R}{R_c} - \frac{R^2}{R_c^2}\right)^{1/2}$$

可见 $G$ 是 $\left(\frac{R}{R_c}\right)$ 的函数。也就是 $\left(\frac{E_d}{V_c}\right)$ 的函数，使用时可查图表

由于  $\frac{E_d}{V_c}$  (或  $\frac{R}{R_c}$ ) 通常不大于  $\frac{1}{3}$ , 在一级近似下

$$\psi\left(\frac{R}{R_c}\right) \approx \frac{\pi}{2} - 2\left(\frac{R}{R_c}\right)^{1/2} \quad G = \frac{2R_c\sqrt{2\mu E_d}}{\hbar} \left[ \frac{\pi}{2} - 2\left(\frac{R}{R_c}\right)^{1/2} \right]$$

为了便于和实验作比较, 式可写为

$$G = \frac{\sqrt{2\mu(Z-2)}e^2}{2\varepsilon_0\hbar\sqrt{E_d}} - \frac{4e[\mu(Z-2)R]^{1/2}}{\sqrt{\pi\varepsilon_0\hbar}}$$

于是  $\alpha$  粒子穿透势垒的概率成为

$$P = \exp\left\{-\frac{\sqrt{2\mu(Z-2)}e^2}{2\varepsilon_0\hbar\sqrt{E_d}} + \frac{4e[\mu(Z-2)R]^{1/2}}{\sqrt{\pi\varepsilon_0\hbar}}\right\}$$

衰变常量

$$\lambda = nP$$

令  $R'$  为母 ( $R' \approx R$ ) 核半径,  $v$  为  $\alpha$  粒子在子核内运动的速度, 则

$$n = \frac{v}{2R'}$$

得衰变常量  $\lambda$  与能量  $E_d$  的关系式

$$\lambda = \frac{v}{2R'} \exp\left\{-\frac{\sqrt{2\mu(Z-2)}e^2}{2\varepsilon_0\hbar\sqrt{E_d}} + \frac{4e[\mu(Z-2)R]^{1/2}}{\sqrt{\pi\varepsilon_0\hbar}}\right\}$$

$$\lambda = \frac{c}{2R} \left[ \frac{2(E_d - V_0)}{\mu c^2} \right]^{1/2} \exp \left\{ -\frac{Z_1 Z_2 \pi \alpha \sqrt{2\mu c^2}}{\sqrt{E_d}} + \left( \frac{32\alpha \mu c^2 Z_1 Z_2 R}{\hbar c} \right)^{1/2} \right\}$$

对于 $^{238}\text{U}$ :

$$Z_1 Z_2 \pi \alpha \sqrt{2\mu c^2} \approx 250, \quad \frac{32\alpha \mu c^2 Z_1 Z_2 R}{\hbar c} \approx 28$$

或写作对数形式：

$$\begin{aligned}\log \lambda &= \log \frac{v}{2R'} - \left\{ \frac{\sqrt{2\mu}(Z-2)e^2}{2\varepsilon_0\hbar\sqrt{E_d}} - \frac{4e[\mu(Z-2)R]^{1/2}}{\sqrt{\pi\varepsilon_0\hbar}} \right\} \log e \\ &= \log \frac{v}{2R'} - \frac{\sqrt{2\mu}(Z-2)e^2}{4.6\varepsilon_0\hbar\sqrt{E_d}} + \frac{4e[\mu(Z-2)R]^{1/2}}{2.3\sqrt{\pi\varepsilon_0\hbar}} \\ &= A - BE_d^{-1/2}\end{aligned}$$

其中，

$$A = \log \frac{v}{2R'} + \frac{4e[\mu(Z-2)R]^{1/2}}{2.3\sqrt{\pi\varepsilon_0\hbar}}, \quad B = \frac{\sqrt{2\mu}(Z-2)e^2}{4.6\varepsilon_0\hbar}$$

$n$  的估算

$$\frac{v}{c} = \left[ \frac{2(E_d + V_0)}{\mu c^2} \right]^{1/2}, \quad R' = 1.45A^{1/3} \text{ fm},$$

对  $^{238}\text{U}$ ,  $v \sim 10^9 \text{ cm/s}$ ,  $R' \sim 10^{-12} \text{ cm}$ ,  $n \sim 10^{21} / \text{s}$

对不同核和不同 $\alpha$ 衰变能,  $n$  变化不大。

$n = \frac{v}{2R'}$  与  $G$  因子相比, 可视为常量。从而  $A$ ,  $B$  对同一元素可视为常量。这样, 由 $\alpha$ 衰变理论得到的公式和对偶核得出的实验规律式完全一样。



讨论:

a)  $\lambda$ 或  $T_{1/2}$  ( $T_{1/2}=0.693/\lambda$ ) 对  $E_d$  的依赖非常强烈 (指数关系)

$$\lambda = \exp[\ln 10 \cdot (A - \frac{B}{\sqrt{E_d}})]$$

显然,  $E_d$  增大时,  $\lambda$ 也增大,  $T_{1/2}$ 减小。

例:  ${}_{90}^{A}\text{Th}$  的  $\alpha$  衰变

A	$E_d(\text{MeV})$	$T_{1/2}(\text{s})$	
		测量	计算
220	8.95	$10^{-5}$	$3.3 \times 10^{-7}$
222	8.13	$2.8 \times 10^{-3}$	$6.3 \times 10^{-5}$
224	7.31	1.04	$3.3 \times 10^{-2}$
226	6.45	1854	$6.0 \times 10$
228	5.52	$6.0 \times 10^7$	$2.4 \times 10^6$
230	4.77	$2.5 \times 10^{12}$	$1.0 \times 10^{11}$
232 (稳定)	4.08	$4.4 \times 10^{17}$	$2.6 \times 10^{16}$

在  $10^{20}$  变化范围内, 计算的不准确度在  $10^2$  范围。

b)  $\lambda$ 或  $T_{1/2}$  ( $T_{1/2}=0.693/\lambda$ ) 对  $R$  的依赖也很强烈

$R$  增大时,  $\lambda$ 增大,  $T_{1/2}$ 减小。

例:  $A \sim 230$  的核,  $R$  变化 4% ( $1.25A^{1/3} \rightarrow 1.20A^{1/3}$ )

$\lambda$ 变化 5 倍左右。

可以用  $\lambda$  的测量来准确的定出  $R$ 。



思考题：许多重核是椭球形状的。如果这种核发射  $\alpha$  粒子，问从哪个方向发射的概率比较大？

## 5. 禁戒因子

位垒穿透公式成功地解释了  $\alpha$  衰变的一些规律，特别是对偶偶核基态之间的  $\alpha$  衰变，定量上符合得相当好。但是，对其它情形，尤其是奇奇核的  $\alpha$  衰变，理论和实验数据的比较在定量上出现了严重分歧。通常引入所谓禁戒因子  $F$  来描写这种分歧，它等于实验测得的半衰期  $T_{\text{exp}}$  与理论值  $T_{\text{th}}$  之比，即

$$F = T_{\text{exp}} / T_{\text{th}}$$

或以衰变常量  $\lambda$  的理论值  $\lambda_{\text{th}}$  与实验值  $\lambda_{\text{exp}}$  之比来表示

$$F = \lambda_{\text{th}} / \lambda_{\text{exp}}$$

对奇  $A$  核， $F$  一般在 100~1000 范围；奇奇核的  $F$  则更大，个别核的禁戒因子高达  $10^{14}$ 。现就理论与实验分歧的原因讨论下面两个问题：

### (1) 角动量的影响

公式是在假设  $\alpha$  粒子带走的轨道角动量  $l=0$  时推导出来的。如果  $l \neq 0$ ， $r > R$  时的  $V(r)$  应为库仑势能  $V_c(r)$  与离心势能  $V_l(r)$  之和，即

$$V(r) = V_c(r) + V_l(r) = \frac{2(Z-2)e^2}{4\pi\epsilon_0 r} + \frac{l(l+1)\hbar^2}{2\mu r^2} \quad r > R$$

于是此时势垒高度要比  $l=0$  时高，而且  $l$  越大势垒越高，从而  $\alpha$  衰变概率越小。

但是离心势垒的影响不会很大。这是由于  $V_l(r) \ll V_c(r)$ 。事实上，

$$V_l(R) = \frac{l(l+1)\hbar^2}{2\mu R^2} = \frac{l(l+1)(\hbar c)^2}{2\mu c^2 R^2} \approx \frac{l(l+1)}{10} \quad (\text{MeV})$$

$l=3$ ,  $V_l(R) \approx 1 \text{ MeV}$ , 而库仑势垒一般大于  $20 \text{ MeV}$ , 计算表明, 角动量对衰变概率的影响通常不会改变数量级的大小, 表 5-4 中列了对  $Z=90$ ,  $E=4.5 \text{ MeV}$  时的角动量对  $\alpha$  衰变概率的影响。

表 5-4 角动量对  $\alpha$  衰变概率的影响

$L$	0	1	2	3	4	5	6
$\lambda_l/\lambda_0$	1	0.84	0.60	0.36	0.18	0.078	0.028

## (2) 形成因子的影响

另一条件是假设  $\alpha$  粒子在  $\alpha$  衰变前就存在于核内。实际情况可能不是这样, 而是  $\alpha$  粒子在衰变过程中才形成的。若设形成  $\alpha$  粒子的概率为  $k$ , 那么

$$\lambda = knP = k \frac{v}{2R'} P$$

$k$  称为形成因子。由于  $k \leq 1$ , 于是依  $k$  值的不同,  $\alpha$  衰变就有可能出现不同程度的禁戒。而  $k$  值的大小与原子核结构有密切关系, 两者之间的联系规律如何, 至今还没有了解清楚。

## § 5.4 质子及重离子放射性

### 1. 质子放射性

对于普通的核素，最后一个质子的结合能总是正的，即对放射质子是稳定的。但对丰质子核，最后一个质子的结合能有可能出现负值，因而可以自发地放射出质子。它与自发放射中子不同，不是瞬发过程，而与 $\alpha$ 衰变类似，由于库仑势垒的阻挡，具有一定的半衰期。所以，质子放射性也叫质子衰变。

质子衰变的理论和 $\alpha$ 衰变类似，通过质子穿透势垒概率的计算，可以得到质子衰变的半衰期。

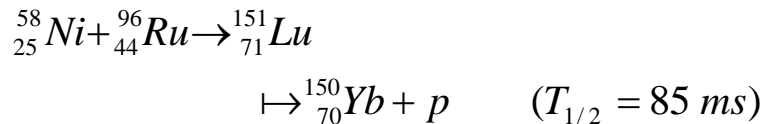
影响因素：

库仑位垒低，使 $\lambda$ 增大， $T_{1/2}$ 减小；

$E_d$ 一般较小，使 $\lambda$ 减小， $T_{1/2}$ 增大；

与 $\beta^+$ 放射性或轨道电子俘获竞争；

Hofmman et al., Z.Phys., A305(1982)111



$^{151}\text{Lu}$  比稳定核素  $^{175}\text{Lu}$  缺 4 个中子。也就是说，它是一个十分丰质子的核素，其最后一个质子结合能为负值。从能量上看，它是极不稳定的，但由于库仑势垒的阻挡，最后一个质子还能勉强维系在核内，质子只有通过势垒穿透跑到核外。该核发射出的质子能量为 1.23MeV，半衰期约为 0.1s。

后来，随着实验技术的发展，先后又发现了许多直接质子衰变核，如： $^{147}\text{Tm}$ 、 $^{147\text{m}}\text{Tm}$ 、 $^{109}\text{I}$ 、 $^{113}\text{Cs}$ 、 $^{112}\text{Cs}$ 、 $^{146}\text{Tm}$ 、 $^{146\text{m}}\text{Tm}$ 、 $^{150}\text{Lu}$ 、 $^{156}\text{Ta}$ 、 $^{156\text{m}}\text{Ta}$ 、 $^{160}\text{Re}$ 、 $^{105}\text{Sb}$ 、 $^{157}\text{Ta}$ 、 $^{161\text{m}}\text{Re}$ 、 $^{161}\text{Re}$ 、 $^{165\text{m}}\text{Ir}$ 、 $^{166\text{m}}\text{Ir}$ 、 $^{166}\text{Ir}$ 、 $^{167\text{m}}\text{Ir}$ 、 $^{167}\text{Ir}$ 、 $^{171\text{m}}\text{Au}$  和  $^{185\text{m}}\text{Bi}$ 。质子放射性的研究对提供质子滴线附近的核结构信息有重要意义。

对有些原子核，只发射一个质子的能量条件并不满足。但从对能考虑，可以同时放出两个质子。原子核同时自发发射两个质子的现象，称为双质子放射性。例如，在轻核范围内， $^6\text{Be}$ 、 $^8\text{C}$ 、 $^{12}\text{O}$ 、 $^{16}\text{Ne}$  和  $^{19}\text{Mg}$  等可能具有双质子放射性。对于一般的双质子放射体，不是由于寿命过短，就是由于质子能量太低，或是由于其它竞争衰变的影响，迄今在实验上只发现一个事例，即 1995 年首次观测到  $^{12}\text{O}$  的基态双质子衰变。

## 2. 重离子放射性

原子核自发地放射出重离子的现象，称为重离子放射性。重离子是指比 $\alpha$ 粒子更重的离子。自从1896年贝克勒尔发现放射性直至1984年，人们一直只知道 $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\gamma$ 和质子放射性。

影响因素：

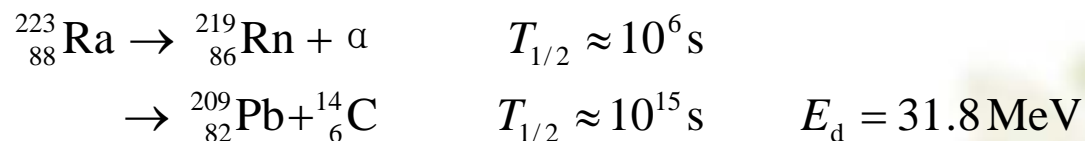
库仑位垒高，使 $\lambda$ 减小， $T_{1/2}$ 增大；

$E_d$ 一般较大，使 $\lambda$ 增大， $T_{1/2}$ 减小；

与 $\alpha$ 放射性竞争；

重离子在核内形成的概率很小。

卢希庭先生在本书第一版（1981年1月）中曾经预言，存在碳离子放射性的可能性；而且指出，选择 $^{224}\text{Ra}$ 和 $^{223}\text{Ra}$ 作为研究对象也许是最有希望的。果然，1984年英国科学家罗斯（H. J. Rose）和琼斯（G. A. Jones）首先发现了 $^{223}\text{Ra}$ 具有碳离子放射性。他们利用半导体探测器粒子鉴别技术在189天中观察到 $^{223}\text{Ra}$ 发射的11个 $^{14}\text{C}$ 粒子的计数。





随后，他们的结果被苏联、法国、美国和中国的研究组所证实。美国小组利用固体径迹探测器还首次发现  $^{224}\text{Ra}$  和  $^{222}\text{Ra}$  的  $^{14}\text{C}$  放射性。从此，揭开了实验研究重离子放射性的新篇章。至今，已发现许多核具有重离子放射性。例如， $^{232}\text{U}$  可以发射  $^{24}\text{Ne}$ ， $^{234}\text{U}$  可以发射  $^{24}\text{Ne}$  和  $^{28}\text{Mg}$ ， $^{237}\text{Np}$  可以发射  $^{30}\text{Mg}$ ， $^{240}\text{Pu}$  和  $^{241}\text{Am}$  可以发射  $^{34}\text{Si}$  等。放射出的重离子能量大约分布在 30 至 80MeV 范围。实验测得的重离子衰变相对于  $\alpha$  衰变的分支比很小，大多在  $10^{-9}$  至  $10^{-13}$  范围，有的甚至小于  $10^{-15}$ 。

重离子放射性的研究可以提供重离子发射机制和核结构的信息。有关理论处理大致分两类：放射性衰变和自发裂变。前者遇到的困难是预形成概率的计算，后者的困难是难以解释重离子能谱的单一性。这些问题只有依靠更多的实验事实和理论研究逐步加以解决。

位垒穿透的方法也用于裂变、融合反应等。

## 习 题

5-1. 实验测得  $^{210}\text{Po}$  的  $\alpha$  粒子能量为 5301 keV, 试求其衰变能。

5-2. 利用核素质量, 计算  $^{226}\text{Ra}$  的  $\alpha$  衰变能和  $\alpha$  粒子的动能。

5-3.  $^{211}_{83}\text{Bi}$  衰变至  $^{207}_{81}\text{Tl}$ , 有两组  $\alpha$  粒子, 其能量分别为  $E(\alpha_0) = 6621 \text{ keV}$ ,  $E(\alpha_1) = 6274 \text{ keV}$ 。前者相应为母核基态衰变至子核基态; 后者相应为母核基态衰变至子核的激发态。试求子核  $^{207}_{81}\text{Tl}$  激发态的能量, 并画出此衰变纲图。

5-4.  $^{218}_{84}\text{Po}$   $\alpha$  衰变至  $^{214}_{82}\text{Pb}$ , 已知  $\alpha$  粒子的动能  $E_k$  为 5.988 MeV, 试计算反冲核  $^{214}_{82}\text{Pb}$  的动能, 并求出  $\alpha$  衰变能  $E_d$ 。

5-5. 一块重为半公斤的核燃料纯  $^{239}\text{Pu}$ , 试计算这块核燃料存放时由于  $\alpha$  衰变放出的功率为多少瓦 (W) ?

5-6. 试计算  $\alpha$  粒子对于  $^{20}_{10}\text{Ne}$ ,  $^{112}_{50}\text{Sn}$ ,  $^{238}_{92}\text{U}$  的库仑势垒, 设  $r_0 = 1.45 \text{ fm}$ 。

5-7. 已知  $\text{ThC}'$  ( $^{212}_{84}\text{Po}$ ) 对于基本  $\alpha$  粒子组 ( $E_0 = 8.785 \text{ MeV}$ ) 的半衰期为  $3 \times 10^{-7} \text{ s}$ , 试计算激发核  $\text{ThC}'$  对于发射长射程  $\alpha$  粒子 ( $E_3 = 10.55 \text{ MeV}$ ) 的平均寿命, 在计算时假定  $\alpha$  粒子碰撞势垒的次数, 在激发核内和在非激发核内都是相同的。

5-8. 试计算: (i)  $^{223}\text{Ra}$  发射  $^{14}\text{C}$  的动能  $E_k$  和库仑势垒  $V_C$ ; (ii)  $^{53\text{m}}\text{Co}$  发射质子的动能  $E_k$  和库仑势垒  $V_C$ 。

5-9. 利用结合能的半经验公式, 推导出原子核发射质子的衰变能随  $Z$ ,  $A$  变化的关系式。

5-10. 为什么能量低于 2MeV 和高于 9MeV 的  $\alpha$  放射性很少见?

5-11. 为什么基态偶偶核  $\alpha$  衰变时能量最大的  $\alpha$  粒子强度最大? 而奇  $A$  核的就不一定?

5-12. 有没有  $\alpha$  稳定线? 为什么?