

第二章 放射性和核的稳定性

§ 2.0 核与粒子的不稳定性

核基态的不稳定性 —

核转变 (β 、 α)

(弱作用和

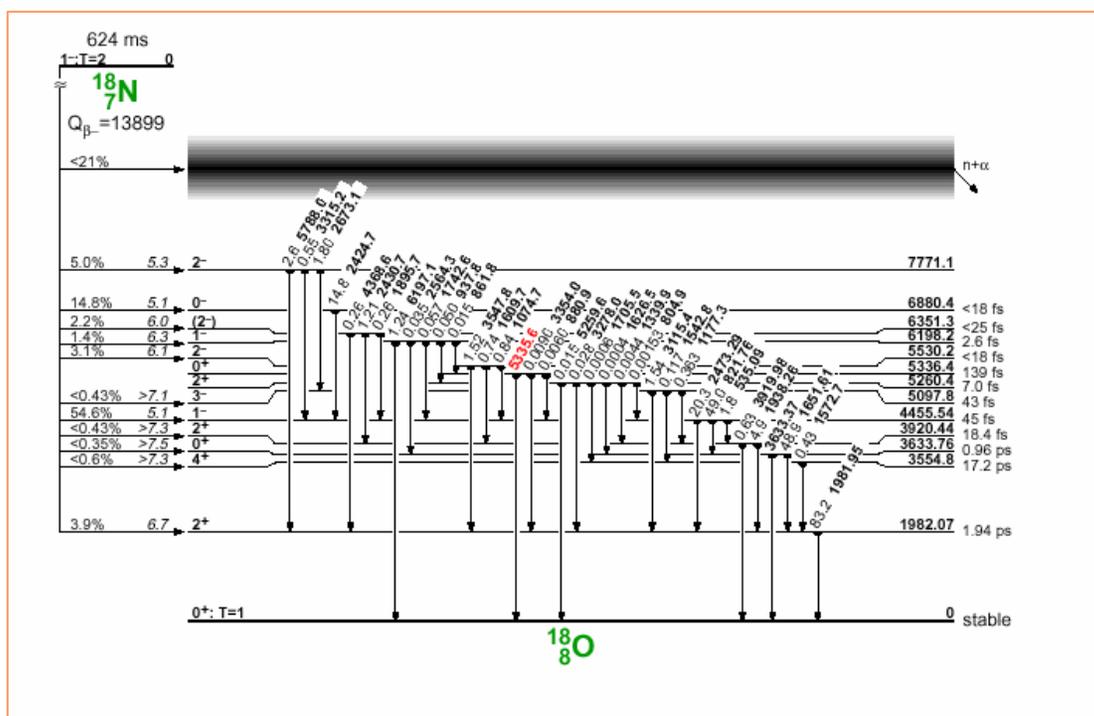
库仑作用)

激发态的不稳定性 —

γ 衰变 (电磁作用)

共振态衰变 —

粒子发射 (强作用或核作用)



§ 2.1 放射性衰变的基本规律

1. 放射性的一般现象

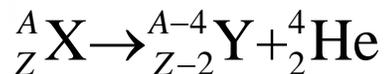
原子核自发地放射各种射线的现象，称为放射性。能自发地放射各种射线的核素称为放射性核素(**radioactive nucleus**)，也叫不稳定的核素(**unstable nucleus**)。放射性现象是由原子核的内部变化引起的。

天然放射线主要有三种： α ， β 和 γ 射线：

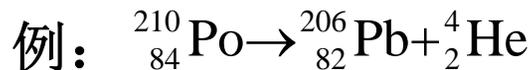
1. α 射线是高速运动的氦原子核（又称 α 粒子）组成的。所以，它在磁场中的偏转方向与正离子流的偏转相同。它的电离作用大，贯穿本领小。
2. β 射线是高速运动的电子流，它的电离作用较小，贯穿本领较大。
3. γ 射线是波长很短的电磁波。它的电离作用小，贯穿本领大。

原子核衰变是指原子核自发地放射出 α 或 β 等粒子而发生的转变。

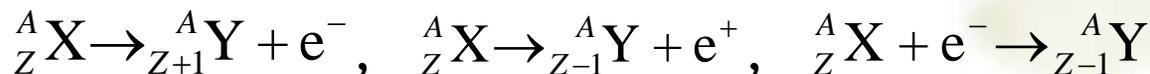
原子核自发地放射出 α 粒子而发生的转变，叫做 α 衰变。



X 表示母核，**Y** 表示子核



原子核自发地放射出电子或正电子或俘获一个轨道电子而发生的转变，统称为 β 衰变。放射电子的称为 β^- 衰变；放射正电子的称为 β^+ 衰变；俘获轨道电子的称为轨道电子俘获。



其中 e^- 和 e^+ 分别代表电子和正电子。

β^- 衰变相当于原子核的一个中子变成了质子； β^+ 衰变和轨道电子俘获相当于原子核的一个质子变成了中子。

处于激发态的原子核要向基态跃迁，这种跃迁称为 γ 跃迁。在 γ 跃迁中通常要放出 γ 射线。因此， γ 射线的自发放射一般是伴随 α 或 β 射线产生的。

注：天然放射性是指天然存在的放射性核素所具有的放射性。它们大多属于由重元素组成的三个放射系（即钍系、铀系和锕系）。这三个放射系之外，还存在一些非系列的天然放射性核素，例如H, C, K, V, Rb, In, Te, La, Ce, Nd, Sm, Lu, Re, Pt, Bi等。

用人工办法（例如反应堆和加速器）来产生放射性，这叫人工放射性。

2. 放射性衰变的指数衰减规律

放射性是一种自发的随机过程：

$$dN = -\lambda N dt, \quad N = N_0 e^{-\lambda t},$$

任何放射性物质在单独存在时都服从这样的规律。 λ 称为衰

变常数，是在单位时间内每个

原子核的衰变概率，它的量纲是时间的倒数。 N_0 是时间 $t=0$ 时核的数量， N 是 t 时刻的数量

通常把指数衰减律也叫作放射性衰变的统计规律。它只适用于大量原子核的衰变，对少数原子核的衰变行为只能给出概率描写。

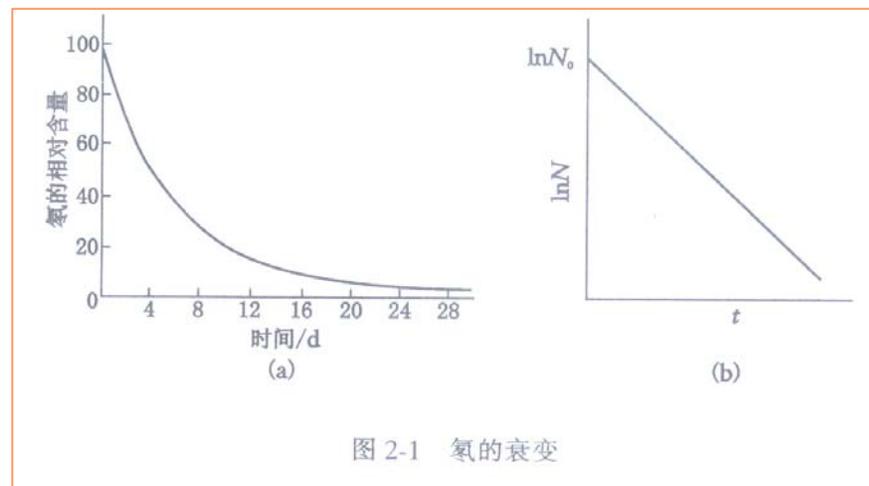


图 2-1 氡的衰变

指数率的普遍性质:

- (1) 各个粒子的行为相互独立。
- (2) 过程发生的概率与“历史”无关。
- (3) 在极小的时空间隔里, 过程发生的概率正比于该间隔。

放射性活度

$$A \equiv \frac{-dN}{dt} = \lambda N = \lambda N_0 e^{-\lambda t} = A_0 e^{-\lambda t}$$

半衰期 $T_{1/2}$ 是放射性原子核数衰减到原来数目的一半所需的时间

$$N = \frac{1}{2} N_0 = N_0 e^{-\lambda T_{1/2}}$$

所以

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0.693}{\lambda}$$

平均寿命 τ 是指放射性原子核平均生存的时间:

$$\tau = \frac{1}{N_0} \int_0^{\infty} t \lambda N dt = \int_0^{\infty} \lambda t e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda}$$

$T_{1/2}$ 与 τ 的关系

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \tau \ln 2 = 0.693\tau$$

当核素具有多种分支衰变时，总的 λ 应当是相应于各种衰变方式的部分衰变常数 λ_i 之和：

$$\lambda = \sum_i \lambda_i$$

第 i 种分支衰变的部分放射性活度为

$$A_i = \lambda_i N = \lambda_i N_0 e^{-\lambda t}$$

总放射性活度为

$$A = \sum A_i = \lambda N_0 e^{-\lambda t}$$

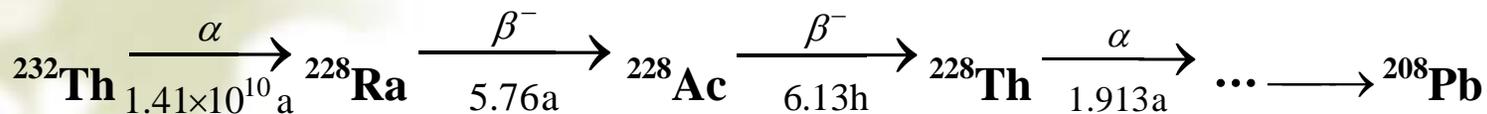
部分放射性活度随时间是按 $e^{-\lambda t}$ 衰减而不是按 $e^{-\lambda_i t}$ 衰减的。

衰变的分支比：

$$R_i \equiv \frac{A_i}{A} = \frac{\lambda_i}{\lambda}$$

3. 递次衰变规律

原子核的衰变往往是一代又一代地连续进行，直至最后达到稳定为止，这种衰变叫做递次衰变，或叫连续衰变。例



对于



设 A, B, C 的衰变常数分别为 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$; 在时刻 t , A, B, C 的原子核数分别为 N_1, N_2, N_3 ; 在 $t=0$ 时, 只有母体 A, 即 $N_2(0)=N_3(0)=0$ 。对于 A

$$N_1 = N_1(0)e^{-\lambda_1 t}$$

$$A_1(t) = \lambda_1 N_1 = \lambda_1 N_1(0)e^{-\lambda_1 t} = A_1(0)e^{-\lambda_1 t}$$

对于 B

$$\frac{dN_2}{dt} = \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2$$

对此微分方程求解, 容易求得:

$$N_2(t) = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1(0)(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t})$$

子体 **B** 的放射性活度为

$$A_2(t) = \lambda_2 N_2(t) = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1(0) (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t})$$

$$\frac{dN_3}{dt} = \lambda_2 N_2 = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1(0) (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t})$$

作积分并利用初始条件 ($t=0$, $N_3=0$):

$$N_3(t) = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1(0) \left[\frac{1}{\lambda_1} (1 - e^{-\lambda_1 t}) - \frac{1}{\lambda_2} (1 - e^{-\lambda_2 t}) \right]$$

$t \rightarrow \infty$ 时, $N_3 \rightarrow N_1(0)$, 母体 **A** 全部衰变成子体 **C**。s

如果 **C** 也不稳定 ($\lambda_3 \neq 0$), 则对 N_3 有微分方程:

$$\begin{aligned} \frac{dN_3}{dt} &= \lambda_2 N_2 - \lambda_3 N_3 \\ \frac{dN_3}{dt} + \lambda_3 N_3 &= \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1(0) (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}) \end{aligned}$$

最后可得:

$$N_3(t) = N_1(0) (h_1 e^{-\lambda_1 t} + h_2 e^{-\lambda_2 t} + h_3 e^{-\lambda_3 t})$$

式中 $h_1 = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{(\lambda_2 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_1)}$, $h_2 = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{(\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_3 - \lambda_2)}$, $h_3 = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{(\lambda_1 - \lambda_3)(\lambda_2 - \lambda_3)}$ 。此时 **C** 的放射性活度为

$$A_3(t) = \lambda_3 N_3 = \lambda_3 N_1(0)[h_1 e^{-\lambda_1 t} + h_2 e^{-\lambda_2 t} + h_3 e^{-\lambda_3 t}]$$

对于递次衰变系列 $\mathbf{A}_1 \rightarrow \mathbf{A}_2 \rightarrow \mathbf{A}_3 \rightarrow \cdots \rightarrow \mathbf{A}_n \rightarrow \cdots$ ，当开始只有母体 \mathbf{A}_1 时，同理可得第 n 个放射体 \mathbf{A}_n 的原子核数随时间的变化为

$$N_n(t) = N_1(0)(h_1 e^{-\lambda_1 t} + h_2 e^{-\lambda_2 t} + \cdots + h_n e^{-\lambda_n t})$$

式中

$$h_1 = \frac{\lambda_1 \lambda_2 \cdots \lambda_{n-1}}{(\lambda_2 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_1) \cdots (\lambda_n - \lambda_1)},$$

$$h_2 = \frac{\lambda_1 \lambda_2 \cdots \lambda_{n-1}}{(\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_3 - \lambda_2) \cdots (\lambda_n - \lambda_2)},$$

.....

$$h_n = \frac{\lambda_1 \lambda_2 \cdots \lambda_{n-1}}{(\lambda_1 - \lambda_n)(\lambda_2 - \lambda_n) \cdots (\lambda_{n-1} - \lambda_n)};$$

λ_n 为 \mathbf{A}_n 的衰变常数。 \mathbf{A}_n 的放射性活度为

$$A_n(t) = \lambda_n N_n(t) = \lambda_n N_1(0)(h_1 e^{-\lambda_1 t} + h_2 e^{-\lambda_2 t} + \cdots + h_n e^{-\lambda_n t})$$

§ 2.2 放射性平衡

讨论问题

放射性平衡：在一定条件下，放射系列中的核出现稳定的比例关系。

讨论 $A \xrightarrow[T_1]{\lambda_1} B \xrightarrow[T_2]{\lambda_2} C$ 。

1. 暂时平衡

母体 **A** 的半衰期不是很长（变化可观察），但 $T_1 > T_2$ 或 $\lambda_1 < \lambda_2$ 时，子体 **B** 的核数目在时间足够长以后，将和母体的核数目建立一固定的比例，子体 **B** 的变化将按母体的半衰期衰减。例



$T_1 = 12.6\text{h}$ ， $T_2 = 0.81\text{h}$ ，即有 $T_1 > T_2$ ，而且 T_1 不是太长，在观察时间内可以看出母体 ${}_{78}^{200}\text{Pt}$ 放射性的变化。

$$\begin{aligned} N_2(t) &= \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1(0)(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}) \\ &= \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1(0)e^{-\lambda_1 t} [1 - e^{-(\lambda_2 - \lambda_1)t}] \\ &= \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1(t) [1 - e^{-(\lambda_2 - \lambda_1)t}] \end{aligned}$$

当 t 足够大时, 有 $e^{-(\lambda_2-\lambda_1)t} \ll 1$, 则此时式成为

$$N_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1 \quad \text{或} \quad \frac{N_2}{N_1} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1}$$

子母体的放射性活度关系为

$$A_2 = \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} A_1 \quad \text{或} \quad \frac{A_2}{A_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1}$$

图: a 表示子体的放射性活度 A_2 随时间的变化; b 表示母体 ($T_1=8\text{h}$) 的活度 A_1 的变化; c 表示母子体的总放射性活度 A_1+A_2 随时间的变化; d 表示子体 ($T_2=0.8\text{h}$) 单独存在时的活度变化。

A_2 达到极大值时间 t_m :

$$\left. \frac{dA_2}{dt} \right|_{t=t_m} = 0$$

$$\lambda_1 e^{-\lambda_1 t_m} - \lambda_2 e^{-\lambda_2 t_m} = 0, \quad e^{(\lambda_1 - \lambda_2)t_m} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$

$$t_m = \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2} \ln \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$

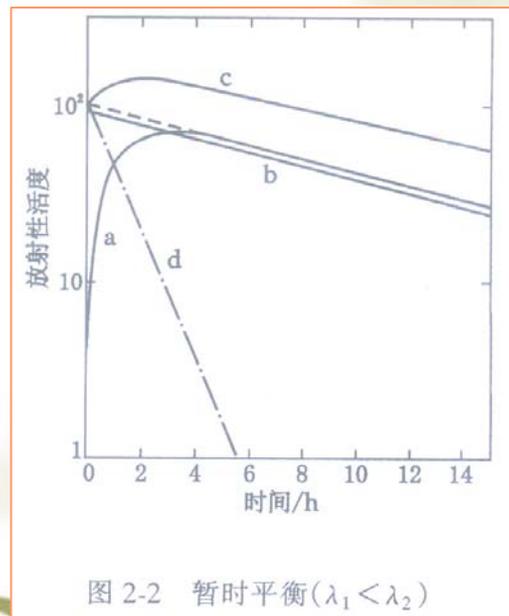


图 2-2 暂时平衡 ($\lambda_1 < \lambda_2$)

另一方面

$$\left. \frac{dN_2}{dt} \right|_{t=t_m} = 0$$

即 $\lambda_1 N_1(t_m) - \lambda_2 N_2(t_m) = 0$

所以 $A_1(t_m) - A_2(t_m) = 0$

此式表明， $t=t_m$ 时，母子体的放射性活度相等，此时曲线 b 和曲线 a 相交； $t < t_m$ 时， $A_2 < A_1$ ； $t > t_m$ 时， $A_2 > A_1$ 。

对于多代子体的递次衰变 $A_1 \xrightarrow{\lambda_1} A_2 \xrightarrow{\lambda_2} A_3 \xrightarrow{\lambda_3} A_4 \xrightarrow{\lambda_4} \dots$ ，只要母体 A_1 的衰变常数 λ_1 比各代子体的衰变常数 $\lambda_2, \lambda_3, \lambda_4 \dots$ 都小，则当时间足够长时，整个衰变系列也会达到暂时平衡，即各放射体的数量（或活度）之比不随时间变化，各子体都按母体的半衰期而衰减。

2. 长期平衡

$T_1 \gg T_2$ 或 $\lambda_1 \ll \lambda_2$ ，而且在观察时间内，看不出母体放射性的变化，在相当长时间以后 ($t \gg T_2$)，子体的核数目和放射性活度达到饱和，并且子母体的放射性活度相等。例



$T_1=1600\text{a}$, $T_2=3.824\text{d}$, $T_1 \gg T_2$, 而且 T_1 很长, 在观察时间内看不出 ^{226}Ra 放射性的变化。

$$N_2(t) = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1(0) e^{-\lambda_1 t} [1 - e^{-(\lambda_2 - \lambda_1)t}] = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} N_1(t) (1 - e^{-\lambda_2 t})$$

当 t 相当大时,

$$N_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} N_1$$

即

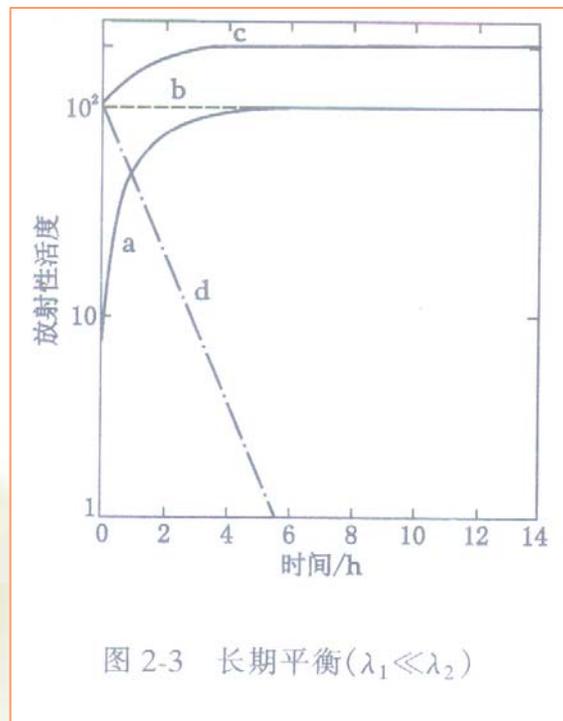
$$\lambda_2 N_2 = \lambda_1 N_1 \quad \text{或} \quad A_2 = A_1$$

图示: a 表示子体的活度, b 表示母体 ($T_1 = \infty$) 的活度, c 表示母子体的总活度, d 表示子体

($T_2 = 0.8\text{h}$ 单独存在时的活度变化。

对于多代子体的递次衰变, 只要母体的半衰期很长, 在足够长时间以后, 整个衰变系列必然会达到长期平衡,

$$\lambda_1 N_1 = \lambda_2 N_2 = \lambda_3 N_3 = \dots$$



3. 不成平衡

$T_1 < T_2$ 或 $\lambda_1 > \lambda_2$, 母体按指数规律较快衰减;

$$N_2(t) = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1(0) e^{-\lambda_2 t} [1 - e^{-(\lambda_1 - \lambda_2)t}]$$

由于 $\lambda_1 > \lambda_2$, 当 t 足够大时, 有 $e^{-(\lambda_1 - \lambda_2)t} \ll 1$,

$$N_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} N_1(0) e^{-\lambda_2 t}$$

此时子体的放射性活度为

$$A_2 = \lambda_2 N_2 = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} N_1(0) e^{-\lambda_2 t}$$

图: a 表示子体的活度变化, b 表示母体 ($T_1 = 0.8\text{h}$) 的活度衰减, c 表示母子体总活度的变化, d 表示子体 ($T_2 = 8\text{h}$) 单独存在时的活度变化。

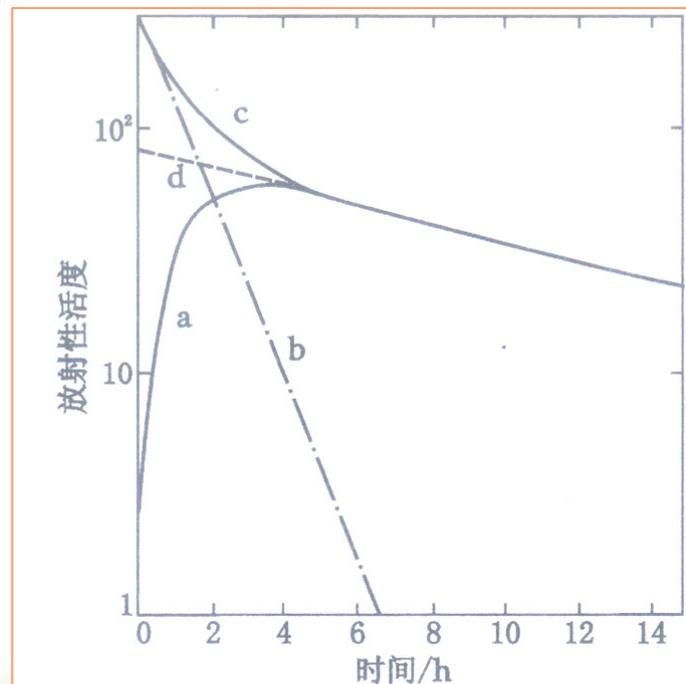


图 2-4 不成平衡 ($\lambda_1 > \lambda_2$)

讨论问题

4. 放射系(chain of radioactive decay)

地壳中存在的一些重的放射性核素形成三个天然放射系。它们的母体半衰期都很长，和地球年龄（ $\sim 10^9\text{a}$ ）相近或更长。成员大多具有 α 放射性，少数具有 β 放射性，一般都伴随有 γ 辐射，但没有一个具有 β^+ 衰变或轨道电子俘获的。每个放射系从母体开始，都经过至少是十次连续衰变，最后达到稳定的铅同位素。

(1) 钍系

从 ^{232}Th 开始，经过10次连续衰变，最后到稳定核素 ^{208}Pb 。成员的质量数都是4的整倍数，即 $A=4n$ ，所以钍系也叫 $4n$ 系。母体 ^{232}Th 的半衰期为 $1.41\times 10^{10}\text{a}$ 。子体半衰期最长的是 ^{228}Ra ， $T_{1/2}=5.76\text{a}$ 。所以，钍系建立起长期平衡，需要几十年时间。

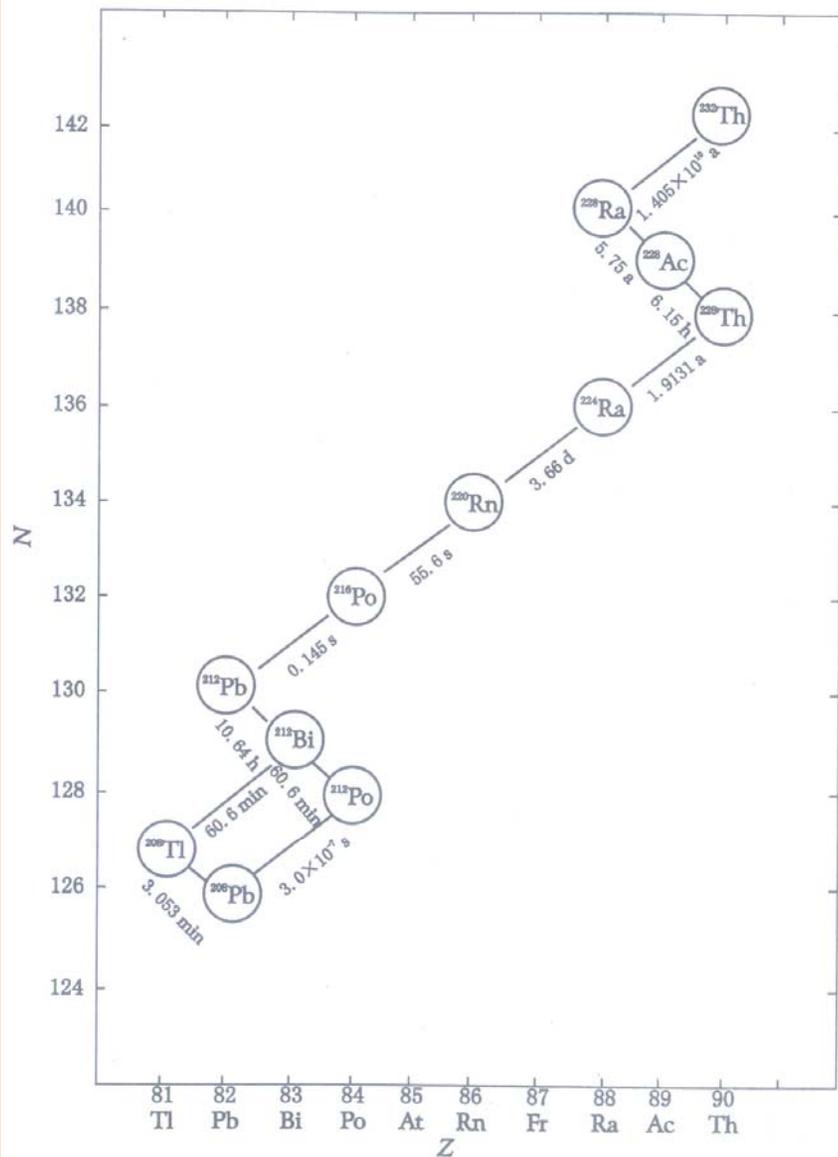


图 2-5 钍系(4n)

(2) 铀系

从 ^{238}U 开始，经过14次连续衰变，最后到稳定核素 ^{206}Pb 。成员的质量数都是4的整倍数加2，即 $A=4n+2$ ，所以铀系也叫 $4n+2$ 系。母体 ^{238}U 的半衰期为 $4.468\times 10^9\text{a}$ 。子体半衰期最长的是 ^{234}U ， $T_{1/2}=2.45\times 10^5\text{a}$ 。所以，铀系建立起长期平衡，需要上百万年的时间。

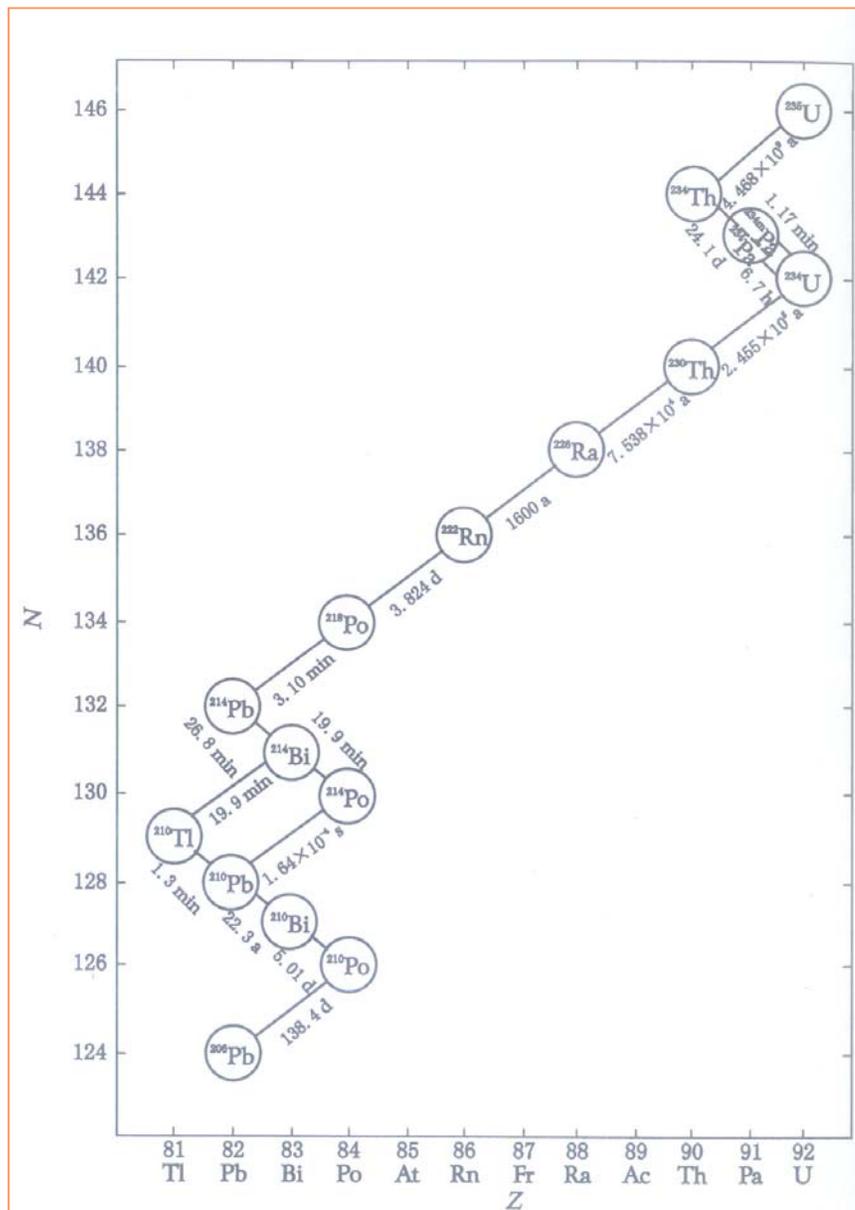


图 2-6 铀系(4n+2)

(3) 铀系

^{235}U 俗称铀铀，因而该系叫做铀系。该系成员的质量数都是4的整倍数加3，即 $A = 4n + 3$ ，所以铀系也叫 $4n+3$ 系。母体 ^{235}U 的半衰期为 $7.038 \times 10^8 \text{a}$ 。子体半衰期最长的是 ^{231}Pa ， $T_{1/2} = 3.28 \times 10^4 \text{a}$ 。所以，铀系建立起长期平衡，需要几十万年的时间。

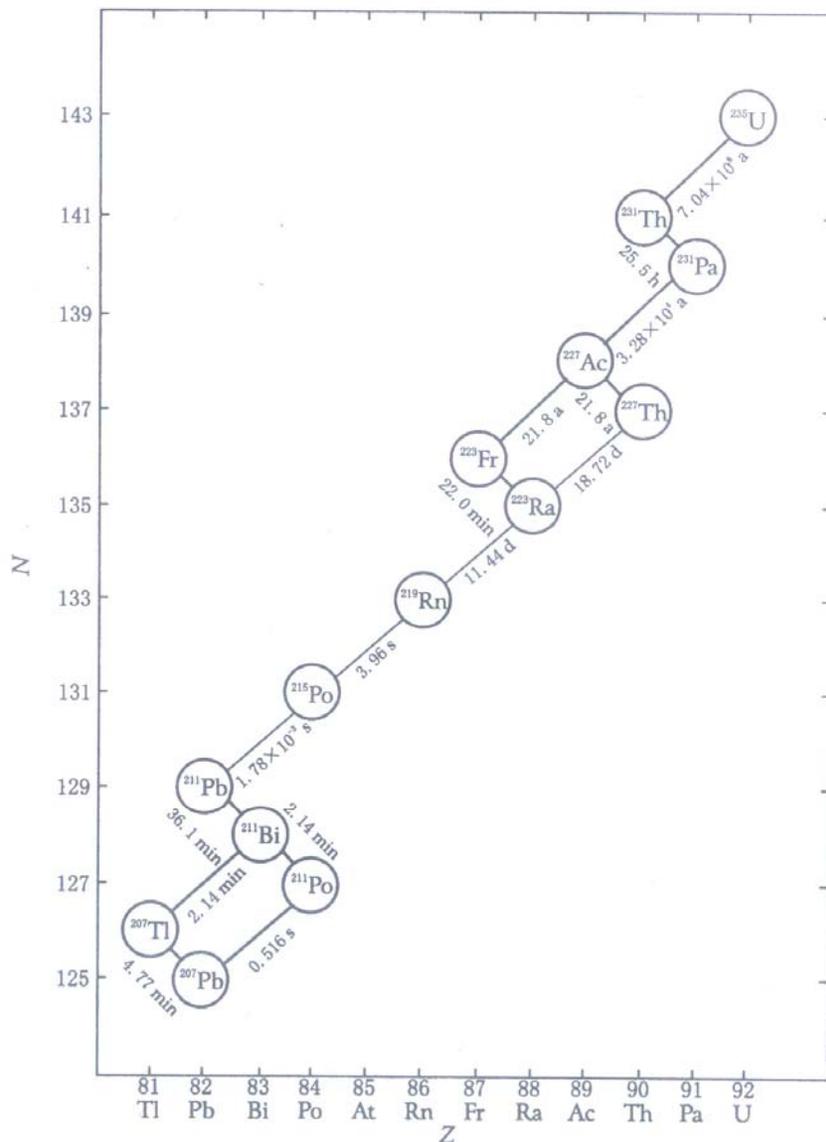


图 2-7 铀系 ($4n+3$)

地壳中存在 $4n$ 、 $4n+2$ 、 $4n+3$ 三个天然放射系，但是缺少 $4n+1$ 这样一个放射系。后来用人工方法合成了 $4n+1$ 系。把 ^{238}U 放在反应堆中照射，连续俘获三个中子变成 ^{241}U ，它经两次 β 衰变变成了具有较长寿命（ $T=14.4\text{a}$ ）的 ^{241}Pu 。在这个衰变系列中， ^{237}Np 的半衰期最长，所以这个系叫做镅系。该系成员的质量数都是4的整倍数加1，即 $A=4n+1$ ，因而也称为 $4n+1$ 系。由于 ^{237}Np 的半衰期比地球年龄小很多，地壳中原有的 ^{237}Np 早已变成为 ^{209}Bi ，所以人们在地壳中没有发现 $4n+1$ 系。

除了上述四个放射系外，裂变碎片也往往形成递次衰变的放射系。裂变碎片放射系（也叫裂变碎片链）都属于人工放射系。

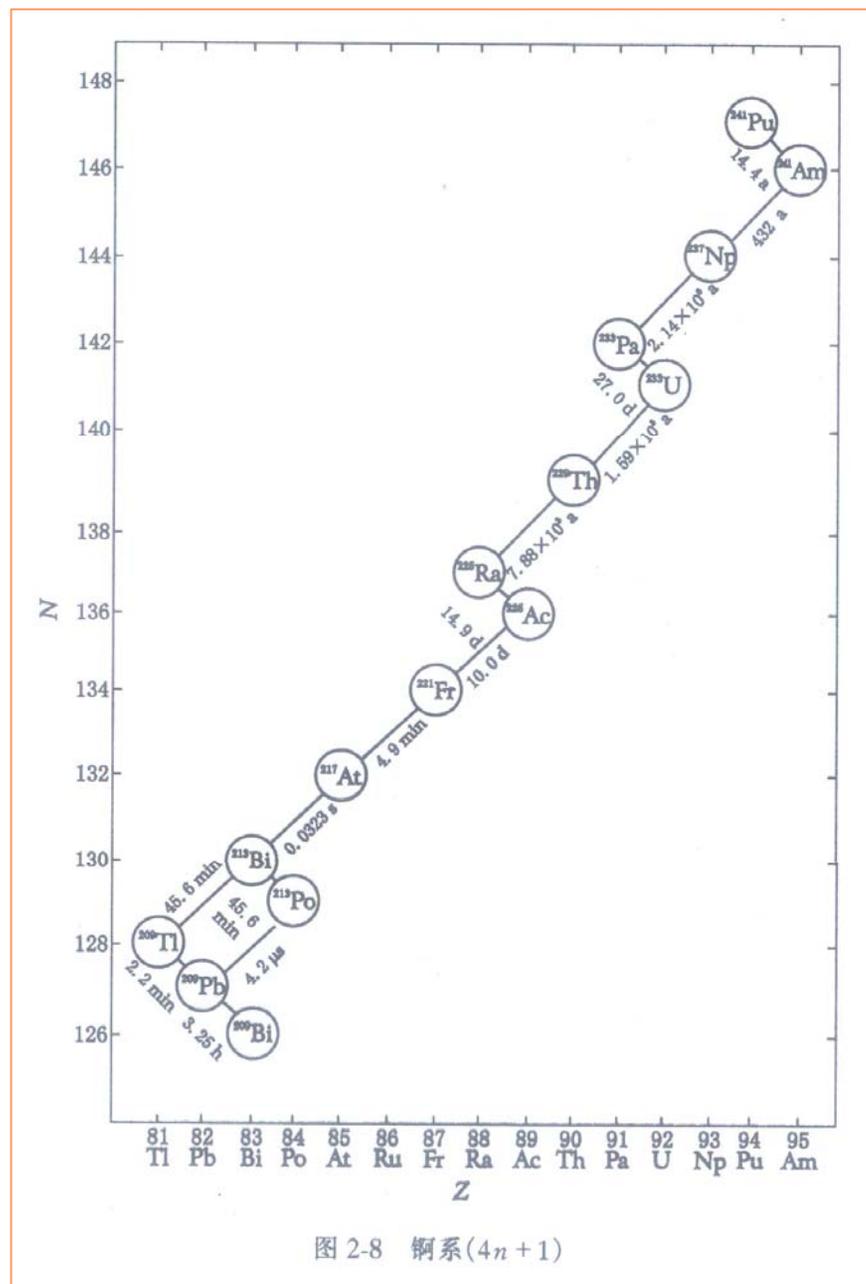


图 2-8 镅系($4n+1$)

§ 2.3 人工放射性的生长

如果带电粒子束或中子束的强度是固定的,则单位时间内产生人工放射性核素的原子核数目,即产生率 P 也是一定的。另一方面,生成的放射性原子核也在衰变,其衰变常数为 λ 。

$$\frac{dN}{dt} = P - \lambda N, \quad \frac{dN}{dt} + \lambda N = P, \quad N(t) = \frac{P}{\lambda}(1 - e^{-\lambda t})$$

$$A(t) = \lambda N(t) = P(1 - e^{-\lambda t}),$$

$$A = P(1 - e^{-\frac{t \ln 2}{T_{1/2}}}) = P(1 - 2^{-t/T_{1/2}})$$

当 t 足够大时,放射性活度 A 为一饱和值 P ,

当照射时间大约为 5 个半衰期时,就接近饱和了

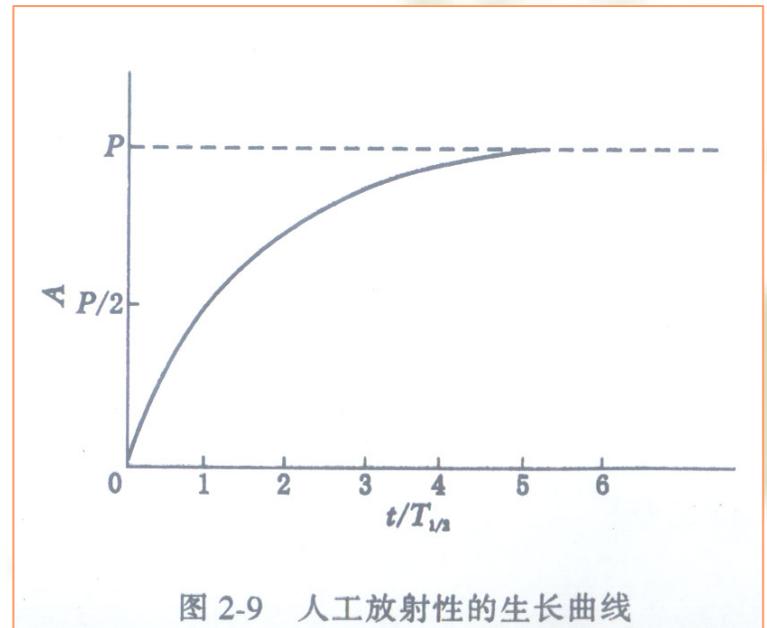


图 2-9 人工放射性的生长曲线

§ 2.4 放射性活度单位

国际单位制“贝可勒尔”(Becquerel): 每秒一次衰变, 符号为 **Bq**。

$$1\text{Ci}=3.7\times 10^{10}\text{Bq}, \quad 1\text{Rd}=1\times 10^6\text{Bq}$$

我国国家标准规定, 放射性活度的法定计量单位是贝可勒尔, 卢瑟福单位已废弃使用, 居里单位也将淘汰。

放射源所含该放射性物质的原子核数

$$N = A / \lambda = AT_{1/2} / \ln 2$$

放射性物质的质量

$$m = (M / N_A) \cdot N = MAT_{1/2} / (N_A \ln 2)$$

式中 M 为原子量, N_A 为阿伏伽德罗常数。

一般放射源的质量是甚微的, 然而却包含有大量的原子核, 足以保证衰变规律良好的统计性。

比活度 (有时叫放射性比度): 放射源的放射性活度与其质量之比, 即单位质量放射源的放射性活度。

射线强度: 放射源在单位时间内放出某种射线的个数。

§ 2.5 放射性鉴年法 (radioactive dating)

1. 利用长寿命核素的衰变

母体在 t 时刻的核数目 $N_p(t)$ 为

$$N_p(t) = N_p(0)e^{-\lambda t}$$

t 时刻子体核数目 $N_d(t)$ 全由母体衰变而来, 即

$$N_d(t) = N_p(0) - N_p(t)$$

$$t = \frac{1}{\lambda} \ln\left[1 + \frac{N_d(t)}{N_p(t)}\right]$$

关于利用放射系, 同样可以得出上述结论。

$$t = \frac{1}{\lambda_8} \ln\left[1 + \frac{N(^{206}\text{Pb})}{N(^{238}\text{U})}\right]$$

$$t = \frac{1}{\lambda_5} \ln\left[1 + \frac{N(^{207}\text{Pb})}{N(^{235}\text{U})}\right]$$

$$\frac{N(^{206}\text{Pb})}{N(^{207}\text{Pb})} = \frac{N(^{238}\text{U})}{N(^{235}\text{U})} \cdot \frac{e^{\lambda_8 t} - 1}{e^{\lambda_5 t} - 1}$$

0时刻产生母体而子体不存在?

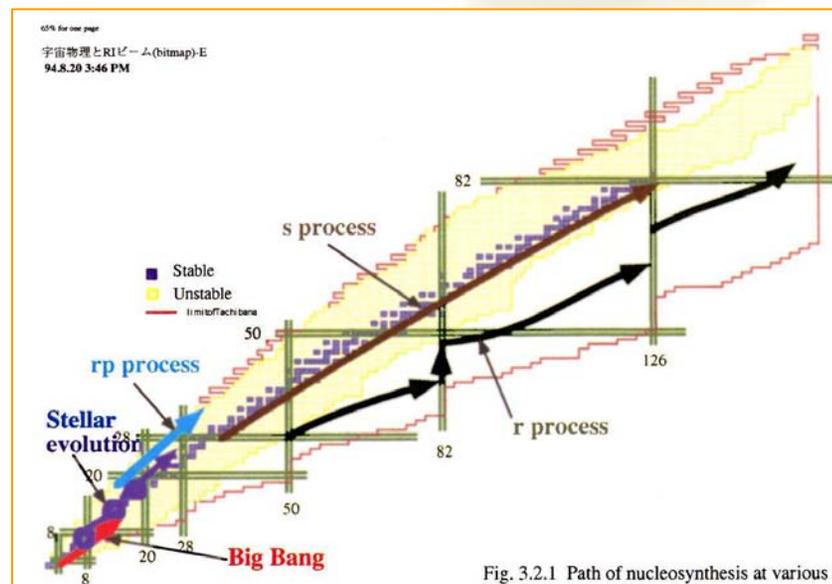


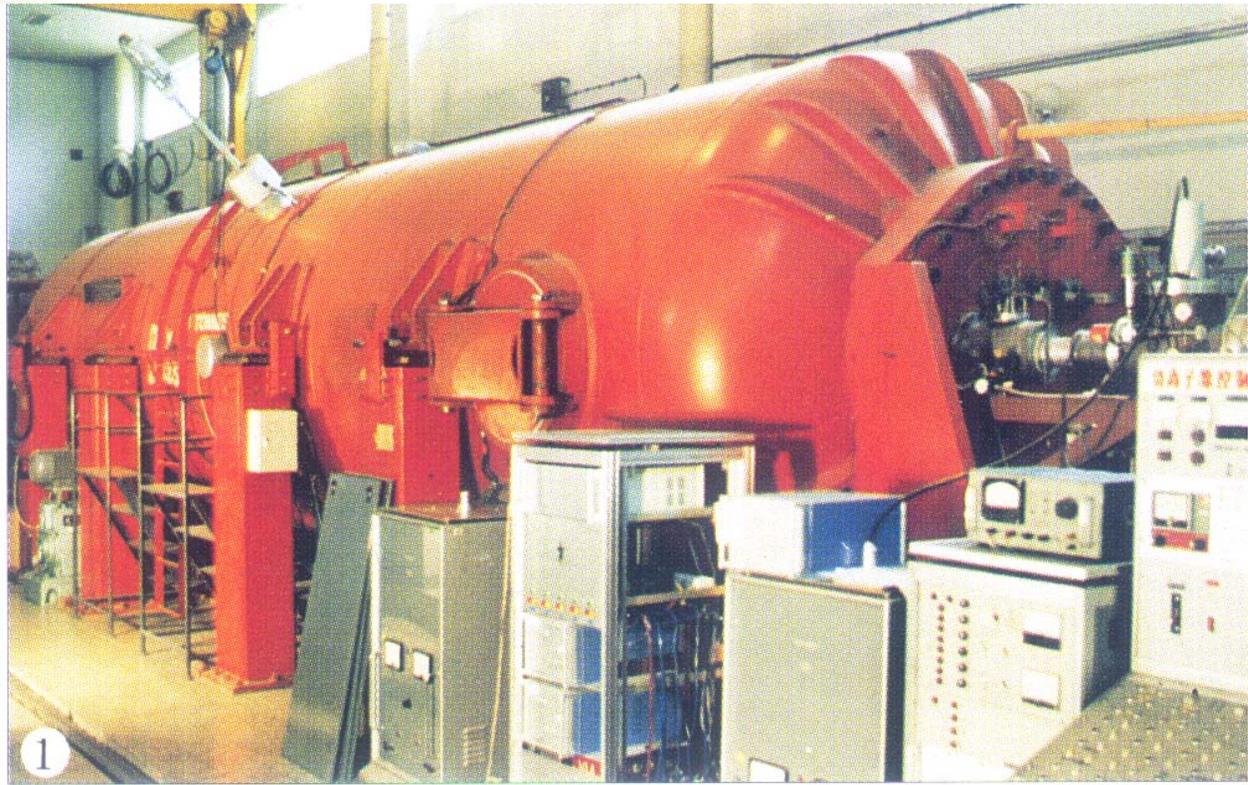
Fig. 3.2.1 Path of nucleosynthesis at various sites. The decay properties and the capture reaction rates of unstable nuclei are essential for understanding these path ways and thus the elemental abundances.

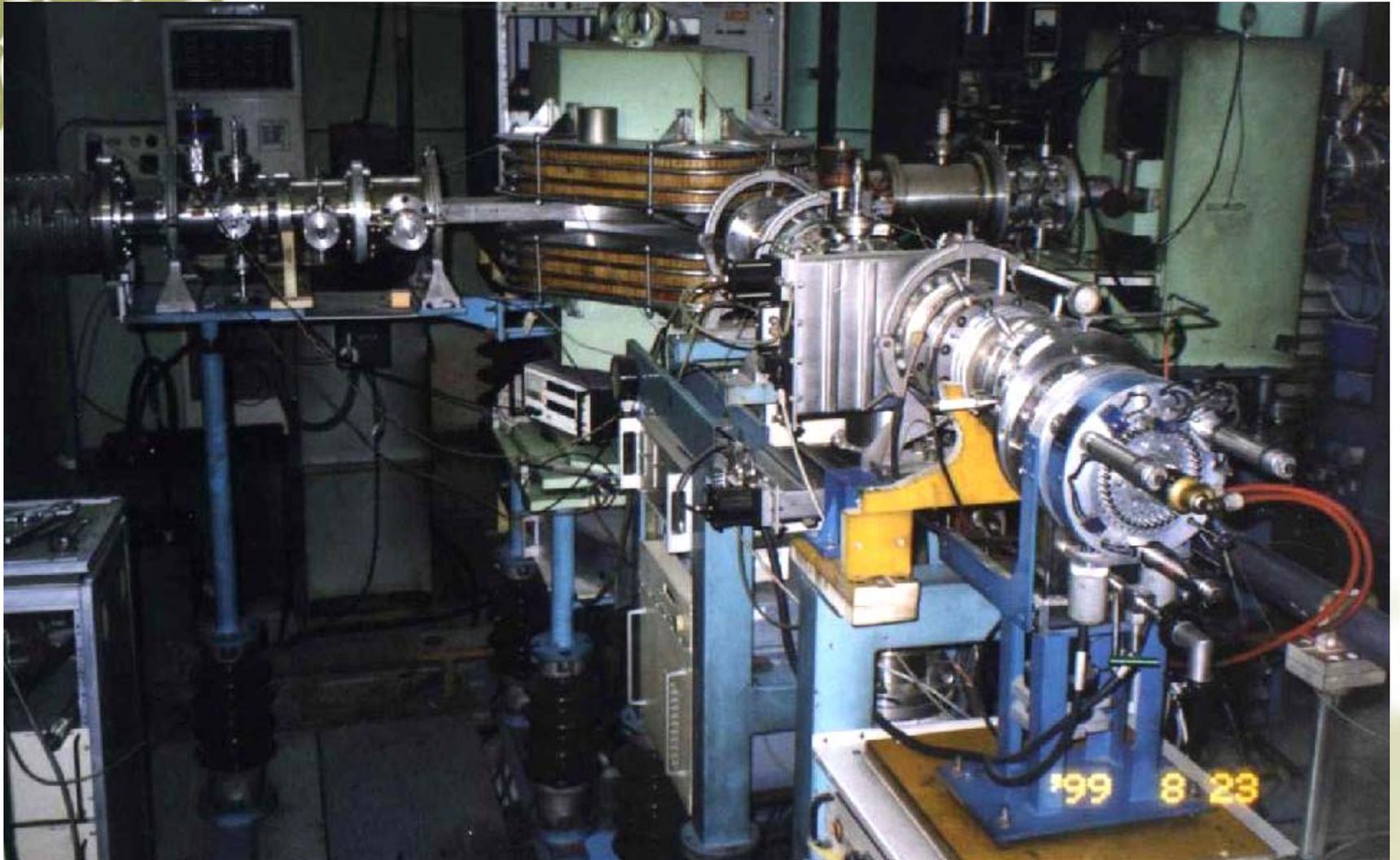
2. 利用 ^{14}C 的衰变

^{14}C 的半衰期为 5730 年，长短比较适中。它主要用于考古学中的年代测定。 ^{14}C 测定年代法的原理如下。

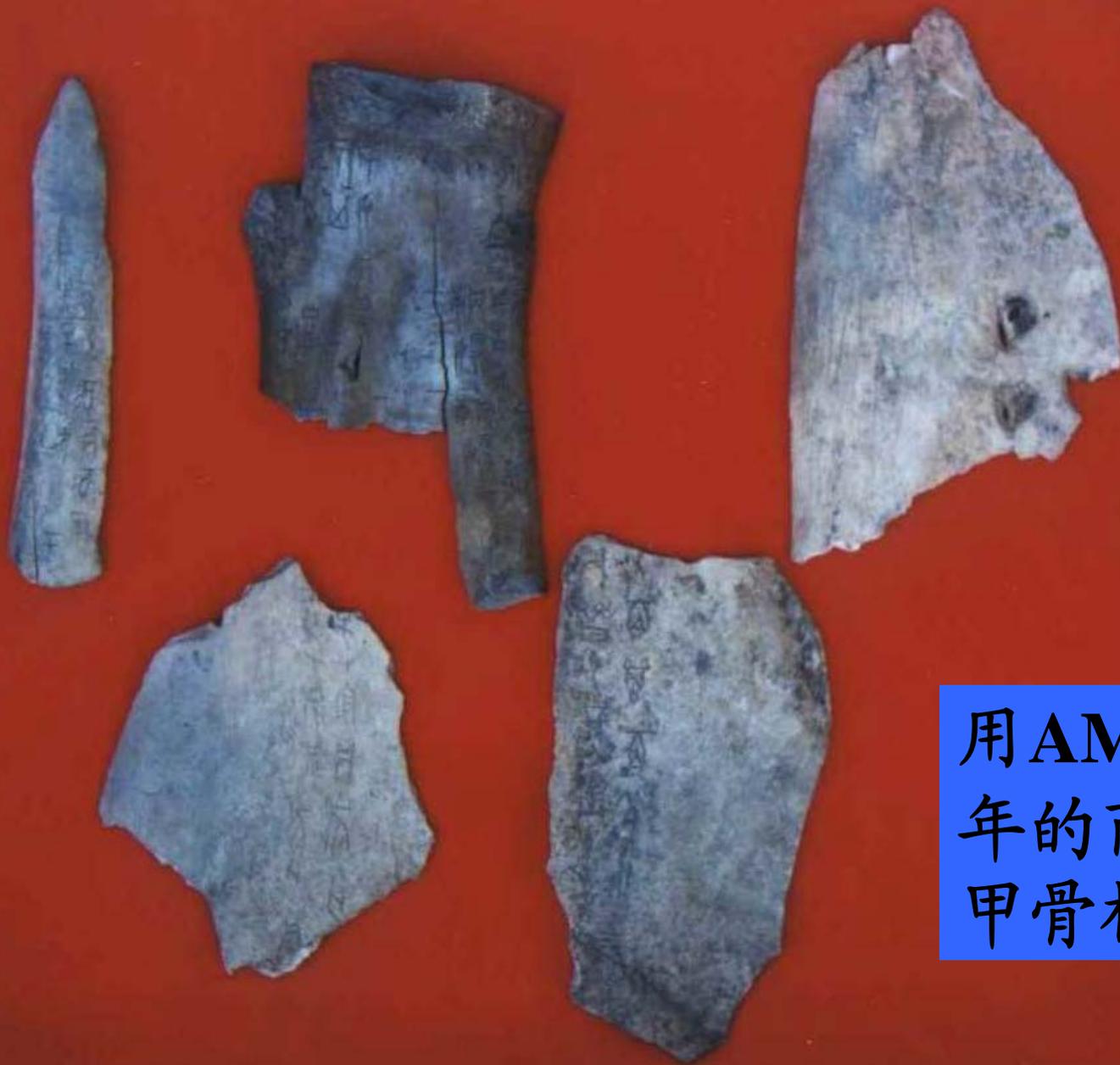
宇宙射线产生的中子可与大气中的 ^{14}N 起作用，通过核反应产生 ^{14}C 。如果假定近几万年宇宙射线的强度是恒定的，则大气中 ^{14}C 的相对含量就保持不变。经测定， ^{14}C 与 ^{12}C 的含量之比约为 $1:1.2 \times 10^{-12}$ 。一切生物体组织中 ^{14}C 与 ^{12}C 的含量之比就和大气中一样保持恒定。可以算得 1 克生命机体的碳中含 ^{14}C 的数目约为 6×10^{10} 个，从而可算出 1 克有生命机体每分钟发生 ^{14}C 衰变的数目约为 14 次。当生命一结束，生物体就停止与大气交换碳，通过对样品中 ^{14}C 含量的测定，可以鉴定古生物的年代。

AMS超灵敏质谱方法： 直接测量样品中 ^{14}C 原子的数目与 ^{12}C 数目之比。目前可测到 10^{-15} 精度。





PKUAMS注入系统



用AMS测
年的商代
甲骨样品