第 23 卷 第 3 期
1997 年 5 月

自 动 化 学 报
ACTA AUTOMATICA SINICA

Vol. 23, No. 3
May., 1997

具有参数不确定性的非线性系统的鲁棒输出跟踪

马晓军 文传源
(北京航空航天大学自动控制系 北京 100083)

摘 要 研究具有非线性参数化的非线性系统的输出跟踪问题. 采用时变状态反馈控制律，指数镇定输出跟踪误差，并保证非线性系统的所有状态是有界的. 为了实现时变状态反馈控制律，设计高增益鲁棒观测器观测构造该控制律所需要的状态，使得整个闭环系统的输出能渐近跟踪期望输出，且该闭环系统中所有信号都是有界的.

关键词 非线性系统，鲁棒输出跟踪，结构不确定性，参数不确定性，线性参数化，非线性参数化.

1 引 言

非线性系统输出跟踪来源于飞行器的姿态跟踪和机器人的轨迹跟踪等工程问题，由于无法建立实际系统的精确数学模型，被控系统的数学模型必然带有不确定性，而这种不确定性常可分为结构不确定性和参数不确定性. 因此，研究具有这两类不确定性的非线性系统的鲁棒输出跟踪问题是很有意义的.

Fu L C 和 Liao T L 等人研究了具有结构不确定性的非线性系统的鲁棒输出跟踪问题. Sastry 和 Isidori 等人用自适应控制的方法研究了具有参数不确定性的非线性系统的鲁棒输出跟踪问题，但假设被控系统具有线性参数化的特性，而实际的系统很少具有这种特性. 文献[1]研究的系统具有非线性参数化的特性，显然，与具有线性参数化特性的系统相比，这类系统所描述的对象更加广泛，但其所设计的控制器仅能实现设置点调节(set point regulation).

本文研究具有非线性参数化特性的非线性系统的输出对时变信号的跟踪.

2 问题描述

考虑如下形式的非线性系统

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x,\theta) + g(x,\theta)u = f(x,\theta) + \sum_{i=1}^{m} g_i(x,\theta)u_i, \\ y = h(x,\theta). \end{cases} \tag{1}$$

收稿日期 1994-12-16

其中状态 $x\in R^n$; 输入 $u\in R^m$;可测输出 $y\in R^m$;θ 是属于紧集 Θ 的未知常值参数向量.设 $f(x,\theta),g_i(x,\theta)$和 $h(x,\theta)$对于 x 是充分光滑的且对于$\forall\ \theta\in\Theta$, $f(0,\theta)=0,h(0,\theta)=0$; 对于$\forall\ x\in R^n,\forall\ \theta\in\Theta,g(x,\theta)\neq 0$;对于$\forall\ x\in R^n,\forall\ \theta\in\Theta$, $f(x,\theta),g_i(x,\theta),h(x,\theta)$及各自对 x 的偏导数对 θ 是连续的.

假设 1. 对于所有 $\theta\in\Theta$ 和 $x\in R^n$, 系统(1)有一致的向量相对阶 $\gamma=[\gamma_1\cdots\gamma_m]^T$,即对于所有 $1\leq i,j\leq m,L_{g_j}h_i(x,\theta)=\cdots=L_{g_i}L_f^{\gamma_i-2}h_i(x,\theta)=0$, 且 Falb-Wolovich 矩阵 $A(x,\theta)=\{a_{ij}(x,\theta)\}=\{L_{g_j}L_f^{\gamma_i-1}h_i(x,\theta)\}$是非奇异的.

假设 2. 令 $p=\gamma_1+\cdots+\gamma_m\leq n$, 对于所有 $\theta\in\Theta$, 分布

$$\triangle=\mathrm{span}\{g_1,ad_fg_1,\cdots,ad_f^{(\gamma_1-2)}g_1,\cdots,g_m,ad_fg_m,\cdots,ad_f^{(\gamma_m-2)}g_m\}$$

是对合的. 其中 $ad_fg_i=[f,g_i]$, $ad_f^2g_i=[f,[f,g_i]]$, $[f,g_i]$是向量场 $f(x,\theta)$和 $g_i(x,\theta)$的李括号, $i=1,\cdots,m$.

在假设 2 下,根据 Frobenius 定理,可知存在 $n-p$ 个光滑标量函数 $T_i(x,\theta):R^n\times\Theta\to R$ 满足$\dfrac{\partial T_i(x,\theta)}{\partial x}g(x,\theta)\equiv 0$, $i=1,\cdots,n-p$.

状态变换 $z(x,\theta):R^n\times\Theta\to R^n$　$z=z(x,\theta)=[\xi(x,\theta)^T\quad\eta(x,\theta)^T]^T$,其中
$\xi(x,\theta)=[\xi^1(x,\theta)\quad\cdots\quad\xi^m(x,\theta)]^T$, $\eta(x,\theta)=[T_1(x,\theta)\quad\cdots\quad T_{n-p}(x,\theta)]^T$,
$\xi^i(x,\theta)=[\xi_1^i(x,\theta)\quad\cdots\quad\xi_{\gamma_i}^i(x,\theta)]=[h_i(x,\theta)\quad\cdots\quad L_f^{\gamma_i-1}h_i(x,\theta)]$
是微分同胚. 将系统(1)变为

$$\begin{cases}\dot\xi=A\xi+B[E(\xi,\eta,\theta)+F(\xi,\eta,\theta)u],\\ \dot\eta=\psi(\xi,\eta,\theta),y=C\xi.\end{cases}\tag{2}$$

其中 $A=\mathrm{diag}[A_1\cdots A_m]$, $B=\mathrm{diag}[B_1\cdots B_m]$, $C=\mathrm{diag}[C_1\cdots C_m]$,

$$A_i=\begin{bmatrix}0&I_{\gamma_i-1}\\0&0\end{bmatrix}\in R^{\gamma_i\times\gamma_i},\ B_i=[0\quad 0\cdots 0\quad 1]^T_{1\times\gamma_i},\ C_i=[1\quad 0\cdots 0]_{1\times\gamma_i},$$

$$E(\xi,\eta,\theta)=[E^1(\xi,\eta,\theta)\quad\cdots\quad E^m(\xi,\eta,\theta)]^T,\ F(\xi,\eta,\theta)=\{F_j^i(\xi,\eta,\theta)\}.$$

由于采用依赖未知常值参数向量 θ 的坐标变换,所以,新的状态变量 ξ 和 η 都是无法完全获得的. 在下面两节的讨论中,先用状态反馈实现输出跟踪;然后,通过构造状态观测器,利用输出反馈来实现输出跟踪.

3 状态反馈实现非线性系统的输出跟踪

在许多情况下,假设期望输出 $y_d(t)$是某个已知动态系统的输出是不现实的,然而,为了完成输出跟踪任务,期望输出及其若干阶导数的信息是必需的. 为此,假设期望输出及其 γ 阶导数的信息能被精确获得,并用来作为输出跟踪控制器的输入. 记

$$Y_d\overset{\mathrm{def}}{=}[Y_{d1}^T\cdots Y_{dm}^T]^T\overset{\mathrm{def}}{=}[y_{d1}\quad\dot y_{d1}\quad\cdots\quad y_{d1}^{(\gamma_1-1)}\quad\cdots\quad y_{dm}\quad\dot y_{dm}\quad\cdots\quad y_{dm}^{(\gamma_m-1)}]^T.$$

其中 $Y_{di}=[y_{di}\ \dot y_{di}\quad\cdots\quad y_{di}^{(\gamma_i-1)}]^T$.

假设 3. 被跟踪的外部时变信号 $y_d(t)$及其 γ 阶导数的信息能被精确获得, $Y_d\in S\subset R^p$且满足 $\sup\limits_{t\geq 0}\left\{\left\|\begin{bmatrix}Y_{d1}\\y_{d1}^{(\gamma_1)}\end{bmatrix}\right\|,\left\|\begin{bmatrix}Y_{d2}\\y_{d2}^{(\gamma_2)}\end{bmatrix}\right\|,\cdots,\left\|\begin{bmatrix}Y_{dm}\\y_{dm}^{(\gamma_m)}\end{bmatrix}\right\|\right\}=b_d$. 其中 S 是包含原点的

紧集.

对于第 i 个通道,定义输出跟踪误差及其 γ_i-1 阶导数为

$e_1^i=y_i-y_{di}=\xi_1^i-y_{di}$, $e_2^i=\dot{y}_i-\dot{y}_{di}=\xi_2^i-\dot{y}_{di}$, $\cdots$, $e_{\gamma_i-1}^i=y_i^{(\gamma_i-2)}-y_{di}^{(\gamma_i-2)}=\xi_{\gamma_i-1}^i-y_{di}^{(\gamma_i-2)}$,

$e_{\gamma_i}^i=y_i^{(\gamma_i-1)}-y_{di}^{(\gamma_i-1)}=\xi_{\gamma_i}^i-y_{di}^{(\gamma_i-1)}$; $i=1,\cdots,m$.

记 $e\overset{\text{def}}{=}[e^1\ e^2\cdots e^m]^T$,其中 $e^i\overset{\text{def}}{=}[e_1^ie_2^i\cdots e_{\gamma_i}^i]$, $i=1,\cdots,m$, $y_d^{(\gamma)}\overset{\text{def}}{=}[y_{d1}^{(\gamma_1)}\ y_{d2}^{(\gamma_2)}\cdots y_{dm}^{(\gamma_m)}]^T$. 用输出跟踪误差及其 $\gamma-1$ 阶导数作为部分状态变量,可以将系统(2)的状态方程变为

$$\begin{cases}\dot{e}=Ae+B[E(\xi,\eta,\theta)+F(\xi,\eta,\theta)u-y_d^{(\gamma)}],\\ \dot{\eta}=\psi(\xi,\eta,\theta).\end{cases}\tag{3}$$

令 $\overline{E}_0(\xi,\eta)$和 $\overline{F}_0(\xi,\eta)$分别表示当 θ 取某一标称向量时 $E(\xi,\eta,\theta)$和 $F(\xi,\eta,\theta)$所对应的标称模型,并记 $E_0(\xi)\overset{\text{def}}{=}\overline{E}_0(\xi,0)$, $F_0(\xi)\overset{\text{def}}{=}\overline{F}_0(\xi,0)$. 设 $\overline{E}_0(\xi,\eta)$和 $\overline{F}_0(\xi,\eta)$是充分光滑的,$E_0(0)=\overline{E}_0(0,0)=0$, 并且对于所有 $\xi\in R^p$, $F_0(\xi)$是非奇异的. 因此,(3)式可以表示为

$$\begin{cases}\dot{e}=Ae+B[E_0(\xi)+F_0(\xi)u-y_d^{(\gamma)}]+B\delta(\xi,\eta,u),\\ \dot{\eta}=\psi(\xi,\eta,\theta),\\ \delta(\xi,\eta,u)=[E(\xi,\eta,\theta)-E_0(\xi)]+[F(\xi,\eta,\theta)-F_0(\xi)]u.\end{cases}\tag{4}$$

取控制

$$u=F_0(\xi)^{-1}[y_d^{(\gamma)}-E_0(\xi)+v],\tag{5}$$

则(4)式变为

$$\begin{cases}\dot{e}=(A+BK)e+B[v+\delta(\xi,\eta,v)-Ke],\\ \dot{\eta}=\psi(\xi,\eta,\theta),\\ v+\delta(\xi,\eta,v)-Ke=E(\xi,\eta,\theta)-F(\xi,\eta,\theta)F_0(\xi)^{-1}E_0(\xi)-y_d^{(\gamma)}-Ke\\ \qquad\qquad +F(\xi,\eta,\theta)F_0(\xi)^{-1}[y_d^{(\gamma)}+v].\end{cases}\tag{6}$$

由于(A,B)是可控对,可以选择 K,使得 $A+BK$ 的极点都位于左半复平面. 将 $\delta(\xi,\eta,v)-Ke$ 看成是扰动项,用 Lyapunov 方法重新设计 v,抵消该扰动项,从而保证系统的稳定性.

假设 4. 对于所有 $\xi\in D_1\subset R^p$, $\eta\in D_2\subset R^{n-p}$, $t\in R^+$, $\theta\in\Theta$,存在一个标量非负函数 $\rho_1(\xi,Y_d,t)$和一个正常数 k,使得如下两个不等式成立[1)]

$$\|E(\xi,\eta,\theta)-F(\xi,\eta,\theta)F_0(\xi)^{-1}E_0(\xi)-y_d^{(\gamma)}\|\le\rho_1(\xi,Y_d,t),\tag{7}$$

$$F(\xi,\eta,\theta)F_0(\xi)^{-1}+[F(\xi,\eta,\theta)F_0(\xi)^{-1}]^T\ge 2kI>0.\tag{8}$$

其中 D_1,D_2 是包含原点的紧集且有 $D_1\supset S$; 函数 $\rho_1(\xi,Y_d,t)$在 $D_1\times S\times R^+$上是一致有界的; 关于 ξ 的各个分量的一阶偏导数在 $D_1\times S\times R^+$上存在且连续.

假设 5. 对于所有 $\theta\in\Theta$, 非线性系统(1)的零动态 $\dot{\eta}=\psi(0,\eta,\theta)$是全局指数稳定的,且函数 $\psi(\xi,\eta,\theta)$关于 ξ 是 Lipschitz 的,并对 η,θ 具有一致性.

由(7)式,可以进一步得到

$$\|E(\xi,\eta,\theta)-F(\xi,\eta,\theta)F_0(\xi)^{-1}E_0(\xi)-y_d^{(\gamma)}-Ke\|\le\rho_2(e,Y_d,t).\tag{9}$$

1) 本文所用的向量范数为欧氏范数,矩阵范数为相应的诱导算子范数.

其中 $e=\xi-Y_d\in D_3\subset R^p$，$D_3$ 是包含原点的紧集；函数 $\rho_2(e,Y_d,t)$ 在 $D_3\times S\times R^+$ 上是一致有界的；关于 e 的各个分量的一阶偏导数在 $D_3\times S\times R^+$ 上存在且连续.

因为未扰系统 $\dot{e}(t)=(A+BK)e(t)$ 是指数稳定的，不妨设其指数收敛速率为 $\beta>0$. 根据文献[2]的方法，取状态变换 $e_1(t)=e^{\beta^* t}e(t)$，其中 $0<\beta^*<\beta$. 则

$$\dot{e}_1(t)=\beta^* e^{\beta^* t}e(t)+e^{\beta^* t}\dot{e}(t)=(A+BK+\beta^* I)e_1(t) \tag{10}$$

也是指数稳定的. 不妨设 $e_1(t)\in D_4\subset R^p$，其中 D_4 是包含原点的紧集.

因此，对于系统(10)，Lyapunov 逆定理[3]保证存在一个 Lyapunov 函数 $V(\cdot):D_4\to R^+$；连续、严格单调增的标量函数 $\sigma_i(\cdot):R^+\to R^+(i=1,2)$ 和一个连续、正定的标量函数 $\sigma_3(\cdot):R^+\to R^+$，满足

$$\sigma_i(0)=0,\ i=1,2,3;\qquad \lim_{s\to\infty}\sigma_i(s)=\infty,\quad i=1,2,$$

$$\sigma_1(\|e_1\|)\le V(e_1)\le\sigma_2(\|e_1\|),\ \partial V(e_1)/\partial e_1\cdot(A+BK+\beta^* I)e_1(t)\le-\sigma_3(\|e_1\|).$$

不妨取 $V(e_1)=e_1^T Pe_1$，其中正定对称矩阵 P 是 Lyapunov 方程

$$P(A+BK+\beta^* I)+(A+BK+\beta^* I)^T P=-Q,\ \forall\, Q^T=Q>0$$

的唯一解

系统(6)中的第一式在新状态坐标 $e_1(t)$ 下的表达式为

$$\begin{aligned}\dot{e}_1(t)&=(A+BK+\beta^* I)e_1(t)+e^{\beta^* t}B[v+\delta(\xi,\eta,v)-Ke^{-\beta^* t}e_1(t)],\\ v+\delta(\xi,\eta,v)-Ke^{-\beta^* t}e_1(t)&=E(\xi,\eta,\theta)-F(\xi,\eta,\theta)F_0(\xi)^{-1}E_0(\xi)-y_d^{(\gamma)}-Ke^{-\beta^* t}e_1(t)\\&\quad+F(\xi,\eta,\theta)F_0(\xi)^{-1}[y_d^{(\gamma)}+v].\end{aligned}$$

将 $V(e_1)=e_1^T Pe_1$ 沿着该动态系统的轨迹求导，并根据(9)式，可以推出

$$\begin{aligned}\dot{V}(e_1)\le&-\lambda_{\min}(Q)\|e_1\|^2+\|2e_1^T Pe^{\beta^* t}B\|\rho_2(e^{-\beta^* t}e_1(t),Y_d,t)\\&+2e_1^T Pe^{\beta^* t}BF(\xi,\eta,\theta)F_0(\xi)^{-1}[y_d^{(\gamma)}+v].\end{aligned} \tag{11}$$

其中 $\lambda_{\min}(Q)$ 表示正定对称矩阵 Q 的最小特征值.

取

$$y_d^{(\gamma)}+v=-\frac{1}{k}\frac{2e^{\beta^* t}B^T Pe_1\cdot\rho_2^2(e^{-\beta^* t}e_1(t),Y_d,t)}{\|2e^{\beta^* t}B^T Pe_1\|\rho_2(e^{-\beta^* t}e_1(t),Y_d,t)+2k}, \tag{12}$$

其中 $2k<\lim_{s\to\infty}\inf\sigma_3(s)\overset{\text{def}}{=}l$. 将(12)式代入(11)式，再根据(8)式，并利用不等式 $0\le\frac{ab}{a+b}\le b,\ \forall\, a,b\ge0$，可以推出 $\dot{V}(e_1)\le-\lambda_{\min}(Q)\|e_1\|^2+2\kappa$. 由文献[4]可知，$e_1(t)$ 是一致有界和一致最终有界的，则 $e(t)=e^{-\beta^* t}e_1(t)$ 是指数稳定的.

在 $e(t)$ 坐标下表示(12)式，并进行简化得

$$y_d^{(\gamma)}+v=-\frac{1}{k}\frac{B^T Pe\cdot\rho_2^2(e,Y_d,t)}{\|B^T Pe\|\rho_2(e,Y_d,t)+ke^{-2\beta^* t}}. \tag{13}$$

其中 $k<\frac{1}{2}l$. 将控制(5)式和(13)式简记为 $u(e,Y_d,t)$，该控制能够使得非线性系统(1)的输出指数跟踪期望输出 $y_d(t)$. 为了实现稳定跟踪，还必须要求非线性系统(1)的完全不可观的状态 $\eta(t)$ 是有界的.

在假设 5 的条件下，根据 Lyapunov 逆定理[3]可知，存在一个 Lyapunov 函数 $V_0(\eta)$ 满

足下列不等式

$\sigma_1\|\eta\|^2\le V_0(\eta)\le\sigma_2\|\eta\|^2$，$\partial V_0(\eta)/\partial\eta\cdot\psi(0,\eta,\theta)\le-\sigma_3\|\eta\|^2$，$\|\partial V_0(\eta)/\partial\eta\|\le\sigma_4\|\eta\|$.

其中 $\sigma_1,\sigma_2,\sigma_3,\sigma_4$ 是依赖于 $\psi(0,\eta,\theta)$ 的正常数.

$V_0(\eta)$ 沿着系统(6)的轨迹的导数为 $\dot V_0(\eta)\le-\sigma_3\|\eta\|^2+\sigma_4 L\|\eta\|\cdot\|\xi\|$. 其中 L 为函数 $\psi(\xi,\eta,\theta)$ 对于变量 ξ 的全局 Lipschitz 常数. 为了使 $\dot V_0(\eta)<0$. 必须满足 $\|\eta\|>\frac{\sigma_4 L}{\sigma_3}\|\xi\|$. 根据 $\|e\|=\|\xi-Y_d\|$，可知 $\|\xi\|\le\|e\|+\|Y_d\|\le\|e\|+m\cdot b_d$ 是有界的，所以，非线性系统(1)的完全不可观状态 $\eta(t)$ 是有界的，即存在正常数 r，使得 $\|\eta(t)\|\le r$. 若取 $B_r=\{\eta(t)\mid\|\eta(t)\|\le r\}$，则假设 4 中的 D_2 应该满足 $D_2\supset B_r$.

综上所述，可得如下定理.

定理 1. 满足假设 1，2 和 4，5 的非线性系统(1)在控制(5)式和(13)式的作用下，能对满足假设 3 的期望输出 $y_d(t)$ 实现指数稳定跟踪. 若假设 4 全局成立，则能实现全局指数稳定跟踪.

4 输出反馈实现非线性系统的输出跟踪

本节采用 Khalil 和 Esfandiari 使用的高增益鲁棒观测器[5,6]，重构出状态反馈所需要的所有状态，从而实现状态反馈控制律(5)和(13)式.

用 $\hat e_j^i$ 表示第 i 个通道的输出跟踪误差 e_1^i 的第 $j-1$ 阶导数 $e_j^i(j=1,\cdots,\gamma_i)$ 的观测值，对于第 i 个通道，构造观测器如下：

$$\begin{cases}\dot{\hat e}_j^i=\hat e_{j+1}^i+\dfrac{\alpha_j^i}{\varepsilon^j}(e_1^i-\hat e_1^i)\quad(j=1,\cdots,\gamma_i-1),\\ \dot{\hat e}_{\gamma_i}^i=\dfrac{\alpha_{\gamma_i}^i}{\varepsilon^{\gamma_i}}(e_1^i-\hat e_1^i)\quad(i=1,\cdots,m).\end{cases}\tag{14}$$

用 $e_{sj}^i=e_j^i-\hat e_j^i(i=1,\cdots,m;j=1,\cdots,\gamma_i)$ 表示相应量的观测误差；令 $e_{fj}^i=\frac{1}{\varepsilon^{\gamma_i-j}}e_{sj}^i(i=1,\cdots,m;\ j=1,\cdots,\gamma_i)$；记 $\Gamma_i\overset{\text{def}}{=}[\alpha_1^i\cdots\alpha_{\gamma_i}^i]^T$，$e_f^i\overset{\text{def}}{=}[e_{f1}^i\cdots e_{f\gamma_i}^i]^T$，$\Gamma\overset{\text{def}}{=}\mathrm{diag}[\Gamma_1\cdots\Gamma_m]$，$e_f\overset{\text{def}}{=}[(e_f^1)^T\cdots(e_f^m)^T]^T$；则 m 个通道的观测器的观测误差的动态方程可以表示为

$$\varepsilon\dot e_f=(A-\Gamma C)e_f+\varepsilon B[E(\xi,\eta,\theta)+F(\xi,\eta,\theta)u(\hat e,Y_d,t)-y_d^{(\gamma)}].\tag{15}$$

其中 $\hat e$ 为输出跟踪误差及其 $\gamma-1$ 阶导数的观测值，设 $\hat e(t)\in D_3$. 显然，通过适当选择 $\alpha_1^i,\cdots,\alpha_{\gamma_i}^i(i=1,\cdots,m)$，可以使得 $A-\Gamma C$ 的特征值都位于左半复平面.

采用状态观测器后，整个闭环系统可以表示为

$$\begin{cases}\dot e=Ae+B[E(\xi,\eta,\theta)+F(\xi,\eta,\theta)u(e,Y_d,t)-y_d^{(\gamma)}]\\ \qquad+BF(\xi,\eta,\theta)[u(\hat e,Y_d,t)-u(e,Y_d,t)],\\ \dot\eta=\psi(\xi,\eta,\theta),\\ \varepsilon\dot e_f=(A-\Gamma C)e_f+\varepsilon B[E(\xi,\eta,\theta)+F(\xi,\eta,\theta)u(e,Y_d,t)-y_d^{(\gamma)}]\\ \qquad+\varepsilon BF(\xi,\eta,\theta)[u(\hat e,Y_d,t)-u(e,Y_d,t)].\end{cases}\tag{16}$$

根据假设 4 及控制(5)和(13)式，可以推出 $u(e,Y_d,t)$ 在 $D_3\times S\times R^+$ 上对 e 满足局部 Lipschitz 条件，则

$$\| F(\xi,\eta,\theta)[u(\hat{e},Y_d,t) - u(e,Y_d,t)] \| \leq k_1 \| \hat{e} - e \| = k_1 \| e_s \| = k_1 \| N(\varepsilon) e_f \| \leq k_1 \| N(\varepsilon) \| \| e_f \| \leq k_1 \| e_f \|. \tag{17}$$

其中 k_1 为正常数，而 $N(\varepsilon)=\mathrm{diag}[N_1(\varepsilon)\cdots N_m(\varepsilon)]$，$N_i(\varepsilon)=\mathrm{diag}[\varepsilon^{\gamma_i-1},\cdots,\varepsilon^{r_i-2},\cdots,\varepsilon,1]$. 显然,对于所有 $0<\varepsilon\leq 1$，$\| N(\varepsilon) \| \leq 1$.

因为系统 $\dot{e}=Ae+B[E(\xi,\eta,\theta)+F(\xi,\eta,\theta)u(e,Y_d,t)-y_d^{(\gamma)}]\overset{\mathrm{def}}{=}f(e,t)$是指数稳定的，根据 Lyapunov 逆定理[3]可知,存在一个 Lyapunov 函数 $W(\cdot):D_3\times R^+\to R^+$,满足

$$\partial W(e,t)/\partial t + \partial W(e,t)/\partial e \cdot f(e,t) \leq - C_1 \| e \|^2, \tag{18}$$

$$\| \partial W(e,t)/\partial e \| \leq C_2 \| e \|. \tag{19}$$

其中 C_1,C_2 为正常数;并且当 $e=0$ 时,有 $E(Y_d,\eta,\theta)+F(Y_d,\eta,\theta)u(0,Y_d,t)-y_d^{(\gamma)}=0$.

根据假设 4 及控制(5)式和(13)式可以推出 $E(\xi,\eta,\theta)+F(\xi,\eta,\theta)u(e,Y_d,t)-y_d^{(\gamma)}$,也即 $E(e+Y_d,\eta,\theta)+F(e+Y_d,\eta,\theta)u(e,Y_d,t)-y_d^{(\gamma)}$ 在 $D_3\times D_2\times S\times\Theta\times R^+$上对 e 满足局部 Lipschitz 条件,则

$$\| E(\xi,\eta,\theta) + F(\xi,\eta,\theta)u(e,Y_d,t) - y_d^{(\gamma)} \| \leq k_2 \| e \|. \tag{20}$$

其中 k_2 为正常数.

由于系统(16)的边界层系统是指数稳定的,Lyapunov 方程

$$P_f(A - \Gamma C) + (A - \Gamma C)^T P_f = - Q_f, \forall\, Q_f = Q_f^T > 0$$

有唯一解 $P_f=P_f^T>0$. 二次型函数 $V_f(e_f)=e_f^T P_f e_f$ 是边界层系统的 Lyapunov 函数且满足

$$\partial V_f(e_f)/\partial e_f \cdot (A - \Gamma C)e_f \leq - \lambda_{\min}(Q_f) \| e_f \|^2. \tag{21}$$

取准 Lyapunov 函数

$$U(e,e_f,t) = (1 - R)\cdot W(e,t) + R\cdot V_f(e_f),\ 0 < R < 1. \tag{22}$$

利用不等式(17)—(21)式,(22)式沿着系统(16)的轨迹的导数可以表示为

$$\dot{U}(e,e_f,t) \leq - [\,\| e \| \quad \| e_f \|\,]\begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \| e \| \\ \| e_f \| \end{bmatrix},$$

其中

$$M_{11} = (1 - R)C_1,\ M_{22} = \left[\frac{R\lambda_{\min}(Q_f)}{\varepsilon} - 2k_1 R \| P_f B \|\right],$$

$$M_{12} = M_{21} = - \left[k_2 R \| P_f B \| + \frac{1}{2}k_1(1 - R)C_2 \| B \|\right].$$

为了保证 $\dot{U}(e,e_f,t)<0$，应该满足

$$\varepsilon < \varepsilon^* \overset{\mathrm{def}}{=} \frac{4C_1(1 - R)R\lambda_{\min}(Q_f)}{8k_1C_1(1 - R)R \| P_f B \| + [2k_2 R \| P_f B \| + k_1(1 - R)C_2 \| B \|]^2}.$$

另外，假设 5 及 $\xi(t)$的有界性，保证了系统(1)的完全不可观的状态 $\eta(t)$是有界的.

综上所述，可得如下定理.

定理 2. 满足假设 1,2 和 4,5 的非线性系统(1)采用(14)式的状态观测器,通过适当选择 $\alpha_1^i,\cdots,\alpha_{\gamma_i}^i(i=1,\cdots,m)$，在形如(5)式和(13)式的控制律的作用下，存在着一个 $\varepsilon^*>0$，当 $0<\varepsilon<\varepsilon^*$ 时,能对满足假设 3 的期望输出 $y_d(t)$实现渐近稳定跟踪. 若假设 4 全局成立，则能实现全局渐近稳定跟踪.

参 考 文 献

[1] Marino R, Tomei P. Global adaptive output-feedback control of nonlinear systems, part Ⅱ: nonlinear parameterization. *IEEE Trans. Automat. Contr.*, 1993, **38**(1): 33—48.

[2] Qu Z, Dawson D M. Continuous state feedback control guaranteeing exponential stability for uncertain dynamical systems. Proc. IEEE Conf. Decision Contr., 1991, **3**: 2636—2638.

[3] Hahn W. Stability of motion. Berlin: Springer-Verlag, 1967.

[4] Corless M J, Leitmann G. Continuous state feedback guaranteeing uniform ultimate boundedness for uncertain dynamic systems. *IEEE Trans. Automat. Contr.*, 1981, **26**(5): 1139—1144.

[5] Khalil H K, Esfandiari F. Semiglobal stabilization of a class of nonlinear systems using output feedback. Proc. IEEE Conf. Decision Contr., 1992, **4**: 3423—3428.

[6] Esfandiari F, Khalil H K. Output feedback stabilization of fully linearizable systems. *Int. J. Contr.*, 1992, **56**(5): 1007—1037.

ROBUST OUTPUT TRACKING OF NONLINEAR SYSTEMS WITH PARAMETRIC UNCERTAINTIES

MA XIAOJUN WEN CHUANYUAN

(*Dept. of Automatic Control, Beijing University of Aero. and Astro., Beijing* 100083)

Abstract In this paper, the output tracking of the nonlinear system with nonlinear parameterization is considered. Using the time-varying state feedback control law exponentially stabilizes the output tracking error, and guarantees that all states in the nonlinear system are bounded. To implement the time-varying state feedback control law, design the high-gain robust observer which observes the states needed by the control law. The output of the obtained closed-loop system can asymptotically track the desired output, and all signals inside the closed-loop system are bounded.

Key words Nonlinear system, robust output tracking, structural uncertainty, parametric uncertainty, linear parameterization, nonlinear parameterization.

马晓军 1969年生. 1990年毕业于北京航空航天大学自动控制系飞行器控制专业, 1992年, 1995年在该校分别获硕士和博士学位. 现在清华大学智能技术与系统实验室从事博士后研究. 主要研究兴趣为飞行器控制和制导, 神经网络控制, 鲁棒控制, 非线性系统的输出调节及跟踪.

文传源 简介见本刊第18卷第3期.