第24卷 第3期 1998年5月
自 动 化 学 报
ACTA AUTOMATICA SINICA
Vol. 24, No. 3 May., 1998

研究简报

具有约束条件的单机 JIT 调度问题1)

齐向彤 陈秋双 涂菶生
(南开大学计算机与系统科学系 天津 300071)

关键词 E/T 调度,优化,分支定界法.

1 引言

近年来,随着 Just-in-time 生产的出现,E/T 调度问题受到广泛的关注[1]. 单机 E/T 调度问题可表述为:有 n 个工件在一台机器上加工,每个工件都应准时在其交付期完成,提前或延迟都要造成损失. 这是一类非正则指标的调度问题,也是一类多目标调度问题[2]. E/T 调度问题主要可分为两大类:

1)对工件的提前和延迟量分别加权,使加权和最小,大多数关于 E/T 调度的研究文献都属于这一类,见文献[1,2];

2)将工件的交付期作为约束条件,要求工件在不超过最大延迟(或不延迟)的条件下,使工件提前量的加权和最小. 文献[3]证明了在工件不延迟的约束下问题的 NP 完全性,给出了一个启发式算法和一个动态规划算法.

本文主要研究第二类问题,是文献[3]所研究问题的一般形式.

2 问题的描述与分析

设有 n 个工件要在一台机器上加工,工件 i 的加工时间为 p_i,交付期为 d_i,权重为 w_i. 设 π 是一个调度,C_i 是其中工件 i 的完成时间. 令 $E_i=\max\{d_i-C_i,0\}$,$T_i=\max\{C_i-d_i,0\}$,$E(\pi)=\sum_{i=1}^{n}w_iE_i$,$T(\pi)=\max_i\{w_iT_i\}$.

问题 P 为求最优调度 π^*,满足

$$E(\pi^*)=\min_{\pi}\{E(\pi)\,|\,T(\pi)\leqslant\beta\},$$

其中 $\beta\geqslant 0$已知. 问题 P 的直观意义是,在每个工件有一个最大允许延迟约束下,使所有工件的总提前量最小.

令工件 i 的修正交付期 $d'_i=d_i+\beta/w_i$. 对一个问题 P,可构造问题 $P_0(P)$,其中 $\beta=0$. 一个

1) 国家"八六三"CIMS 主题和国家自然科学基金资助课题.

收稿日期 1995-09-18

直观的想法是,问题 P 的最优调度可通过 $P_0(P)$的最优调度得到,但实际上两个问题的最优调度并不相同. 因为当 $\beta=0$时,问题 P 为 NP 完全问题[3],所以有以下定理.

定理1. 问题 P 为 NP 完全问题.

定义. 如果 $T(\pi)\leqslant\beta$,则称调度 π 为可行调度.

定理2. 问题 P 存在可行调度的充要条件是,对 $P_0(P)$和 EDD 调度中无延迟工件.

问题 P 的最优调度满足如下性质:

性质1. 存在一个最优调度,满足

$$C_{[i]} = \min\{C_{[i+1]} - p_{[i+1]}, d_{[i]} + \beta/w_{[i]}\},$$

其中$[i]$表示在调度中排在第 i 位的工件.

性质2. 在最优调度中,如果有 $d_{[i]}\geqslant d_{[i+1]}$,则必有 $p_{[i]}/w_{[i]}\geqslant p_{[i+1]}/w_{[i+1]}$.

3 启发式算法与分支定界算法

3.1 启发式算法(HA)

HA 可用来求解问题 P 的近似最优调度,算法步骤如下:

1)令 $k=n, t_k=\max\limits_i\{d'_i\}, S=\{1,2,\cdots,n\}$;

2)找工件 j,满足

$$p_j/w_j = \min_i\{p_i/w_i \mid i \in S, d'_i \geqslant t_k\};$$

3)$S=S-\{j\}, [k]=j, \quad t_{k-1}=\min\{t_k-p_{[k]}, \max\limits_{i\in S}\{d'_i\}\}$;

4)$k=k-1$,如果 $k>0$,转2;否则停止.

定理3. 如果问题 P 存在可行调度,则 HA 一定能找到一个可行调度.

3.2 分支定界算法(BBA)

BBA 可求得最优调度. 在算法中对每个节点 B 定义如下符号:

$S(\mathrm{B})$——n_{B} 个已调度好的工件的排列;

$S'(\mathrm{B})$——未调度工件的集合;

$t(\mathrm{B})$——$S(\mathrm{B})$中最早工件的开始时间.

对 $S'(\mathrm{B})$中任一工件 j,可得到一个新节点 B_j,其中 $t(\mathrm{B}_j)=\min\{t(\mathrm{B}), d'_j\}-p_j$.

定理4. 如果 $t(\mathrm{B}_j)$小于 $S'(\mathrm{B}_j)$中所有工件的加工时间之和,则节点 B_j 不能得到可行调度.

定理5. 令 $t_0=\min\{t(\mathrm{B}), \max\limits_{k\in S'(\mathrm{B})}\{d'_k\}\}$, $\Delta=\min\limits_k\{p_k \mid k\in S'(\mathrm{B}), d'_k\geqslant t_0\}$, $H(\mathrm{B})=\{k \mid d'_k>t_0-\Delta, k\in S'(\mathrm{B})\}$,如果 $j\notin H(\mathrm{B})$,则 B_j 不能得到最优调度.

利用性质1,2和定理4,5,可使 BBA 在搜索中删去大量节点,具体算法从略.

4 仿真结果

利用计算机仿真,对 HA 和 BBA 性能的研究结果如下:表1是 HA 的精度,表示了 HA 的平均误差和最大误差,随 β 的增大,HA 性能变坏;表2是 BBA 的计算时间. 可以看出,BBA 对不超过30个工件的问题是有效的,对大于30个工件的问题,随着工件数 n 的增加,平均计算时间和最大计算时间都迅速增加.

表1 HA 的精度

β	0.5	1.0	2.0	3.0	4.0
平均误差(%)	25.40	33.91	36.54	48.97	68.56
最大误差(%)	37.53	68.20	88.11	101.11	158.9

表2 BBA 所用时间

工件数	16	20	24	28	32
平均时间(s)	0.1	1.0	9.0	58.3	300.6
最大时间(s)	0.4	8.9	84.1	912.2	2511.2

参 考 文 献

1 Baker K R, G D Scudder. Sequencing with earliness and tardiness penalties: A review. *Opns. Res.*, 1990, **38**(1): 22—36

2 Fry T D, Armstrong R D, Lewis H. A framework for single machine multiple objective sequencing research. *The International Journal of Management Science*, 1989, **17**(6): 595—607

3 Chand S, Schneeberger H. Single machine scheduling to minimize weighted earliness subject to no tardy jobs. *Eur. J. Opnl. Res.*, 1988, **34**(2): 221—230

SINGLE MACHINE JIT SCHEDULING WITH CONSTRAINTS

QI XIANGTONG CHEN QIUSHUANG TU FENGSHENG

(Dept. of Computer and System Sciences, Nankai Univ., Tianjin 300071)

Key words E/T scheduling, optimization, branch and bound.