

# 离散制造装配系统的活性控制<sup>1)</sup>

邢科义

(西安电子科技大学应用数学系 西安 710071)

胡保生 万百五

(西安交通大学系统工程研究所 西安 710049)

**摘要** 首次研究离散制造装配系统的活性控制问题,建立了系统的工件加工过程 Petri 网模型.通过对系统 Petri 网模型的结构分析,提出了导致系统死锁的两类元素结构及活性特征.对一类离散制造装配系统提出了避免死锁的 Petri 网控制器,这类控制器容易实现,对系统的限制小,而且使得受控系统仍具 Petri 网模型.对一般离散制造装配系统提出了保证系统活性的控制策略.

**关键词** 制造系统, Petri 网, 控制.

## LIVENESS CONTROL FOR DISCRETE MANUFACTURING /ASSEMBLY SYSTEMS

XING Keyi

(Department of Applied Mathematics, Xidian University, Xi'an 710071)

HU Baosheng WAN Baiwu

(Institute of Systems Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049)

**Abstract** The liveness problem for discrete manufacturing/assembly systems is studied first in this paper. We develop a Petri net model for processings of jobs in a manufacturing/assembly system. By analysis of the Petri net model, two kinds of structural objects which can lead to system deadlock and the liveness characteristics of the system are obtained. We then present our deadlock-avoidance Petri net controller for a class of manufacturing/assembly systems. This controller can be implemented easily and places less restrictive requirement on systems. And the controlled system can be modeled by a Petri net. For a general manufacturing/assembly system, we present a policy which can guarantee that the controlled system is live.

**Key words** Manufacturing system, Petri net, control.

## 1 引言

利用 Petri 网模型建立柔性制造系统的活性行为引起了许多学者的兴趣<sup>[1-7]</sup>.文献

1)国家自然科学基金和西安交通大学机械制造系统工程国家重点实验室基金资助.

收稿日期 1996-10-03 收修改稿日期 1997-12-16

[1—5]对系统的 Petri 网模型提出了避免死锁的控制策略,使受控系统中不再发生死锁现象.文献[6,7]则直接建立系统活性 Petri 网模型,以此作为系统运行的监控器.而这些研究都集中在“线性”制造系统方面,即要求在加工过程中工件既不允许分解,也不允许结合.但许多系统是加工组装于一体的,其中工件的结合是必不可少的.

本文研究具有加工、组装功能的离散制造系统的活性控制问题.利用 Petri 网为系统建模,分析系统产生死锁的特征和导致系统死锁的 Petri 网结构元素,提出了保证系统活性的控制器的综合方法.

## 2 制造装配系统及其 Petri 网模型

Petri 网是一个三元组  $G=(P,T,F)$ ,其中  $P,T$  分别是位置集和变迁集,  $F\subseteq(P\times T)\cup(T\times P)$  是有向弧集. 设  $a\in P\cup T$ , 用  $\cdot a, a\cdot$  分别表示  $a$  的输入和输出元素集, 即  $\cdot a=\{b\in P\cup T\mid(b,a)\in F\}$ ,  $a\cdot=\{b\in P\cup T\mid(a,b)\in F\}$ . 当  $\cdot a=\{b\}$  或  $a\cdot=\{b\}$  时, 简记为  $\cdot a=b$  或  $a\cdot=b$ . 对集合  $A\subseteq P\cup T$ , 记  $\cdot A=\bigcup_{a\in A}\cdot a$ ,  $A\cdot=\bigcup_{a\in A}a\cdot$ . 用  $(G,m_0)$  表示具有初始标识  $m_0$  的标记 Petri 网  $G$ . 设  $m$  是  $G$  的标识,  $t\in T$ , 当  $m(p)\geq 1, \forall p\in\cdot t$  时, 称  $t$  是标识  $m$  使能的. 使能变迁  $t$  的引发使系统从标识  $m$  转移到标识  $m'$ ,  $m'(p)=m(p)+|\{t\}\cap p\cdot|-|\{t\}\cap p|$ , 记作,  $m[t>m']$ . 用  $Z(G,m_0)$  表示  $G$  的能从  $m_0$  到达的标识之集. 对  $m\in Z(G,m_0)$  及  $A\subseteq P$ , 记  $m(A)=\sum_{p\in A}m(p)$ .

如果  $\forall m\in Z(G,m_0)$ , 存在  $m'\in Z(G,m)$  使得  $t$  在  $m'$  使能, 则称  $t$  是活的. 如果对标识  $m$  不存在  $m'\in Z(G,m)$  使得  $t$  在  $m'$  使能, 则称  $t$  在  $m$  下是死的. 若每个变迁都是活的, 则称  $(G,m_0)$  是活的; 否则称  $(G,m_0)$  具有死锁.

本文考虑的制造装配系统具有资源集  $R$ , 可生产的产品种类集为  $Q$ , 每个产品是由一些原材料经加工、装配而成. 设原材料集为  $I$ , 一种原材料仅用于一种产品的生产. 每种产品具有各自的生产过程, 它是由一些操作组成, 每次操作就是资源的一次利用. 把单个工件利用某资源的操作称为加工操作. 而把多个工件组装成一个新工件的过程称为装配操作. 产品的生产过程就是一系列的加工与装配操作. 假设每个操作仅需一个资源, 而两个连续的加工操作所需的资源种类不同.

在系统 Petri 网建模中, 用一个过程位置表示一次操作, 用变迁表示操作间的转换, 它的引发表示先序操作结束, 后序操作开始, 它们的顺序关系用连接位置与变迁的弧表示. 则每个操作位置仅有一个输入变迁和一个输出变迁, 每个变迁也仅有一个输出操作位置. 当一个变迁代表一个加工操作开始时, 它仅有一个输入操作位置, 而当它代表一个装配操作开始时, 它具有多于1个的输入操作位置. 用  $P,T$  分别记操作位置集和变迁集. 对每种原材料  $i\in I$ , 设置一个位置  $p_i$ , 向系统输入原材料  $i$  的过程用以  $p_i$  为输出的变迁  $t_i$  表示,  $t_i$  无输入位置,  $p_i$  中的托肯数表示可利用的  $i$  型原材料数. 用  $T_I$  表示所有变迁  $t_i$  之集. 对每种产品  $j\in Q$  设置一个产品位置  $p'_j$  以存放该产品. 用  $P_I, P_Q$  分别记原材料位置集和产品位置集. 则产品的生产过程 Petri 网模型  $GP$  定义如下:

$$GP=(P\cup P_I\cup P_Q, T_I\cup T, F),$$

其中

- 1)  $P, P_I, P_Q$  都非空;
- 2)  $\forall p_i \in P_I$ , 有且仅有一个位置  $p'_i \in P_Q$ , 使得从  $p_i$  到  $p'_i$  有唯一的一条有向路;
- 3)  $\forall p \in P \cup P_I, |\cdot p| = |p \cdot| = 1, \quad \forall p \in P_Q, |\cdot p| = 1, |p \cdot| = 0;$
- 4)  $\forall t_i \in T_I, |t_i \cdot| = 0, (t_i) \cdot = p_i, \quad \forall t \in T, |t \cdot| = 1, |t| \geq 1.$

称具有多于1个输入操作位置的变迁为合变迁. 合变迁对应着多个工件装配成一个工件的操作过程的开始.

给每种资源  $r$  设置一个资源位置, 仍记为  $r$ . 用  $P_R$  记资源位置之集. 当操作位置  $p$  代表的过程利用资源  $r$  时, 记作  $R(p) = r$ , 在  $GP$  中引入弧  $(r, \cdot p)$  和  $(p \cdot, r)$ . 如果有变迁  $t$  和资源  $r$  使得  $(r, t), (t, r)$  同时存在, 则删去这两条弧. 用  $F_R$  表示所有增加弧之集. 则整个系统的 Petri 网模型为

$$G = (P \cup P_Q \cup P_I \cup P_R, T_I \cup T, F \cup F_R).$$

$G$  的初始标识  $m_0$  则为  $m_0(p) = 0, \forall p \in P \cup P_Q \cup P_I, m_0(r) = C_r, \forall r \in P_R$ , 其中  $C_r$  为  $r$  类资源总数. 把  $(G, m_0)$  称为系统 Petri 网 (SPN——System Petri Net).

设  $t \in T$ , 用  ${}^{(r)}t, {}^{(p)}t, t^{(r)}, t^{(p)}$  分别表示  $t \cap P_R, t \cap (P \cup P_I), t \cdot \cap P_R, t \cdot \cap (P \cup P_Q)$ . 这些记号可扩展到集合上, 如对  $B \subseteq T, {}^{(r)}B = \bigcup_{t \in B} {}^{(r)}t$  等. 对  $r \in P_R$ , 记  $H(r) = \{p \in P \mid R(p) = r\}$ .

当合变迁  $t$  的输出操作位置和某个输入操作位置利用同一类资源时,  ${}^{(r)}t = \emptyset$ .

设  $m \in Z(G, m_0)$ , 若  $\forall p \in {}^{(p)}t, m(p) \geq 1$ , 称  $t \in T$  在  $m$  过程使能. 若  ${}^{(r)}t = \emptyset$  或  $m({}^{(r)}t) \geq 1$ , 则称  $t$  在  $m$  资源使能. 只有过程和资源同时使能时, 变迁才能引发.

### 3 SPN 的结构性质与活性分析

分析 SPN 的结构性质及活性特征.

**定义1.** 设  $(G, m_0)$  是一个 SPN.  $G$  的一条有向路  $\pi = p_1 t_1, \dots, p_k t_k$  称为  $P$ -路, 如果  $p_i \in P, i = 1, \dots, k, {}^{(r)}(\cdot p_1) \neq \emptyset$ .

**定义2.** 设  $(G, m_0)$  是一个 SPN.  $G$  的一条扩展路, 简称  $E$ -路, 递归定义为: 1) 一条  $P$ -路是一条  $E$ -路; 2) 设  $\pi_1 = p_{11} t_{11}, \dots, p_{1k} t_{1k}, \pi_2 = p_{21} t_{21}, \dots, p_{2l} t_{2l}$  都是  $E$ -路, 当  $R(t_{1k}^{(p)}) = R(p_{21})$  时,  $\pi = \pi_1 \pi_2$  也是  $E$ -路.

用  $P_\pi, T_\pi$  分别表示  $E$ -路  $\pi$  的所有位置之集和所有变迁之集. 记

$$FT(\pi) = \{t \in T \setminus T_\pi \mid t^{(p)} \in P_\pi\}, \quad LT(\pi) = \{t \in T_\pi \mid t^{(p)} \notin P_\pi\}.$$

则  $FT(\pi)$  中变迁的引发使  $\pi$  上 (即  $P_\pi$  中) 托肯增加, 而  $LT(\pi)$  中变迁的引发减少  $\pi$  上的托肯.

记  $R(\pi) \triangleq R(P_\pi) = \bigcup_{p \in P_\pi} R(p)$ , 即  $\pi$  上操作位置所需的资源类之集.

**定义3.** 称  $E$ -路  $\pi = p_1 t_1, \dots, p_n t_n$  为一个  $D$  型结构, 如果  $\forall t \in LT(\pi), R(t^{(p)}) \neq R({}^{(p)}t \cap P_\pi)$ , 而且  $R(p_1) = {}^{(r)}t_n$ . 故  $D$  型结构是一个循环的  $E$ -路.

**引理1.** 设  $\pi$  是一个  $D$  型结构, 令

$$S_\pi = R(\pi) \cup \{H(R(\pi)) \setminus (P_\pi \setminus P_\pi^0)\},$$

其中  $P_\pi^0 = \{p \in P_\pi \mid \text{存在以 } p \text{ 为起点的 } P\text{-路 } p t_1 p_1, \dots, t_k p_k, k \geq 1, p_i \in P_\pi, R(p_i) = R(p), i$

$=1, \dots, k, |^{(p)}t \cap P_\pi| \geq 2\}$ , 则  $S_\pi$  是一个 siphon. 称  $S_\pi$  是由  $\pi$  生成的 siphon (证明从略).

**定义4.** 设  $t \in T, r \in R, B \subseteq H(r), B \subseteq P_R$ . 把从  $B$  到  $t$  的  $E$ -路集  $Y$  称为一个  $Y$  型结构, 如果在  $Y$  中至少有一条从每个  $p \in B$  到  $t$  的  $E$ -路. 记  $FR(Y) = r, LT(Y) = t$ . 则  $P$ -路,  $E$ -路都是  $Y$  型结构.

**定义5.** 一个  $W$  型结构定义为一个  $Y$  型结构和  $P$ -路的交错序列  $W = Y_1\pi_1Y_2\pi_2, \dots, Y_n\pi_n$  满足: 1)  $Y_i$  是  $Y$  型结构,  $\pi_i$  是  $P$ -路. 故简记  $W = (Y_W, \Pi_W)$ ; 2)  $FR(\pi_i) = FR(Y_{i+1}), i = 1, 2, \dots, n-1, FR(\pi_n) = FR(Y_1)$ ; 3)  $LT(Y_i) = LT(\pi_i), i = 1, \dots, n$ ; 4)  $Y_i, \pi_j$  除  $LT(Y_i), LT(\pi_j)$  外没有共同元素. 记

$$P_Y^W = \bigcup_{i=1}^n P_{Y_i}, T_Y^W = \bigcup_{i=1}^n T_{Y_i}, P_\pi^W = \bigcup_{i=1}^n P_{\pi_i}, T_\pi^W = \bigcup_{i=1}^n T_{\pi_i}.$$

**引理2.** 设  $W$  是一个  $W$  型结构, 令

$$S_W = R(P_Y^W) \cup P_\pi^W \cup \{(H(R(P_Y^W)) \setminus P_Y^W) \cup P_Y^0\},$$

其中  $P_Y^0 = \{p \in P_Y^W \mid \text{存在以 } p \text{ 为起点的 } P\text{-路 } pt_1p_1, \dots, t_kp_k, k \geq 1, p_i \in P_Y^W, R(p_i) = R(p), i = 1, \dots, k, |^{(p)}t_k \cap P_Y^W| \geq 2\}$ , 则  $S_W$  是一个 siphon. 称  $S_W$  是由  $W$  生成的 siphon. (证明从略)

用  $\mathcal{D}, \mathcal{W}$  分别表示  $D$  型和  $W$  型结构之集. 设在标识  $m$  下的死变迁集  $DT(m)$  非空. 现利用递归分析方法, 导出  $(G, m_0)$  产生死锁的条件. 设  $t \in DT(m)$ , 则以下两种情形之一必成立.

情形 a.  $t$  非资源使能, 即  $^{(r)}t = r, m(r) = 0$ ;

情形 b.  $t$  资源使能而非过程使能, 即  $^{(r)}t = \emptyset$  或  $^{(r)}t = r, m(r) \geq 1$ , 并且有  $p \in ^{(p)}t, m(p) = 0$ .

在情形 a 时, 存在  $p_1, p_2, \dots, p_k \in H(r)$  使得  $m(p_i) > 0, \sum_{i=1}^k m(p_i) = m_0(r)$ . 设  $p_i = t_i$ , 记  $\pi_i = p_i t_i, T_1 = \{t_1, \dots, t_k\}, \Pi_1 = \{\pi_i, i = 1, \dots, k\}$ .

在情形 b 时, 因每个  $P_i$  中变迁都可过程使能, 故有  $P$ -路  $\pi = p_1 t_1, \dots, p_k t_k p t$  使得  $m(p_i) = 0, i = 1, \dots, k, k \geq 0, p_1 = t_0$  是过程使能的. 故  $t_0$  是非资源使能的. 设  $^{(r)}t_0 = r_1$ , 则  $m(r_1) = 0$ . 由情形 a, 有  $q_1, \dots, q_l \in H(r_1)$  使得  $m(q_i) > 0, \sum_{i=1}^l m(q_i) = m_0(r_1)$ . 设  $q_i = s_i$ , 记  $\Pi_1 = \{q_i s_i, i = 1, \dots, l\}, \Pi_2 = \{\pi\}, T_1 = \{s_i, i = 1, \dots, l\}$ .

再对  $T_1$  中的每个变迁重复以上分析过程. 为此, 用  $\bar{T}$  表示已分析过程的变迁之集, 开始  $\bar{T} = \emptyset$ . 设  $t_i \in T_1 \setminus \bar{T}, \pi_i \in \Pi_1, t_i = LT(\pi_i)$ , 考虑以下两种情形:

1)  $t_i$  非资源使能, 即  $^{(r)}t_i = r_i, m(r_i) = 0$ . 由情形 a 的分析知, 有  $q_1, \dots, q_k \in H(r_i), m(q_j) > 0, \sum_{j=1}^k m(q_j) = m_0(r_i)$ . 设  $q_j = s_j$ , 则  $\pi_i$  可通过  $q_j s_j$  扩展为  $k$  条  $E$ -路  $\pi_i q_j s_j, j = 1, \dots, k$ . 令  $\Pi_{1:} = (\Pi_1 \setminus \{\pi_i\}) \cup \{\pi_i q_j s_j, j = 1, \dots, k\}, T_{1:} := T_1 \cup \{s_j, j = 1, \dots, k\}, \bar{T} := \{t_i\} \cup \bar{T}$ .

2)  $^{(r)}t_i = \emptyset$  或  $^{(r)}t_i = r_i, m(r_i) > 0$ . 则  $t_i$  是一个合变迁而且非过程使能. 故有  $P$ -路  $\pi = p_1 s_1, \dots, p_k t_i$  使得  $m(p_j) = 0, j = 1, \dots, k, t_0 = p_1$  在  $m$  下过程使能. 设  $R(p_1) = r'$ , 则  $m(r') = 0$ , 而且存在  $q_1, \dots, q_l \in H(r')$  使得  $m(q_j) > 0, \sum_{j=1}^l m(q_j) = m_0(r')$ . 设  $q_j = x_j$ ,

令  $\Pi_1 := \Pi_1 \cup \{q_j x_j, j = 1, \dots, l\}, \Pi_2 := \Pi_2 \cup \{\pi\}, T_1 := T_1 \cup \{x_j, j = 1, \dots, l\}, T := T \cup \{t_i\}$ .

重复以上分析,直到  $T_1 \setminus T = \emptyset$ . 由于  $G$  的变迁有限,故有变迁将第二次出现在  $T_1$  之中,为了简单,设  $t$  是这样的一个最早出现的变迁. 则从  $t$  开始的分析过程知,当  $\Pi_2 = \emptyset$  时,  $\Pi_1$  是一些扩展路集,故必有扩展回路  $\pi$ ,从  $\pi$  上任一变迁作以上分析得到的也一定是  $\pi$  自身. 从而  $\pi$  是一个  $D$  型结构,而且  $\forall r \in R(P_\pi)$  都有  $\sum_{p \in P_\pi \cap H(r)} m(r) = C_r$ . 故由  $\pi$  生成的

siphon  $S_\pi$  非空. 而当  $\Pi_2 \neq \emptyset$  时,  $\Pi_1, \Pi_2$  组成一个  $W$  型结构  $W$ ,使得  $S_W$  为空.

以上的分析已证明了以下定理1,2.

**定理1.** 设  $(G, m_0)$  是一个 SPN,  $m \in Z(G, m_0)$ , 如果  $DT(m) \neq \emptyset$ , 则以下两条之一成立.

- 1)  $\exists \pi \in \mathcal{D}, m(P_\pi) = m_0(R(P_\pi)), m(S_\pi) = 0;$
- 2)  $\exists W \in \mathcal{W}, m(P_Y^W) = m_0(R(P_Y^W)), m(S_W) = 0.$

当  $G$  含有  $D$  型或  $W$  型结构  $Y$  时,由  $(G, m_0)$  的结构知,一定有可达标识  $m \in Z(G, m_0)$  使得  $Y$  生成的 siphon 为空. 故  $Y$  上所有变迁在  $m$  下为死的. 由此可以给出 SPN 的如下活性特征.

**定理2.** 设  $(G, m_0)$  是一个 SPN, 则  $(G, m_0)$  是活的充分必要条件是  $G$  中不含任何  $D$  型或  $W$  型结构.

### 4 SPN 的活性控制器

在  $(G, m_0)$  中,如果包含如图1所示的子结构,则其中的合变迁  $t$  永远是死的. 这种死锁是系统的不合理设计或资源的不合理配制所引起的. 故本文假设对任何合变迁  $t$ , 如果  $r \in t^{(r)}$ , 则  $C_r \geq 2$  或  $r$  是非共享资源, 即  $|H(r)| = 1$ .

**定义6.** 设  $W = (Y_W, \Pi_W) = Y_1 \pi_1, \dots, Y_n \pi_n$  是一个  $W$  型结构, 记

$$FT(Y_W) = \bigcup_{i=1}^n FT(Y_i), \quad FT(\Pi_W) = \bigcup_{i=1}^n FT(\pi_i),$$

$$LT(Y_W) = \bigcup_{i=1}^n LT(Y_i), \quad LT(W) = \bigcup_{i=1}^n LT(\pi_i).$$

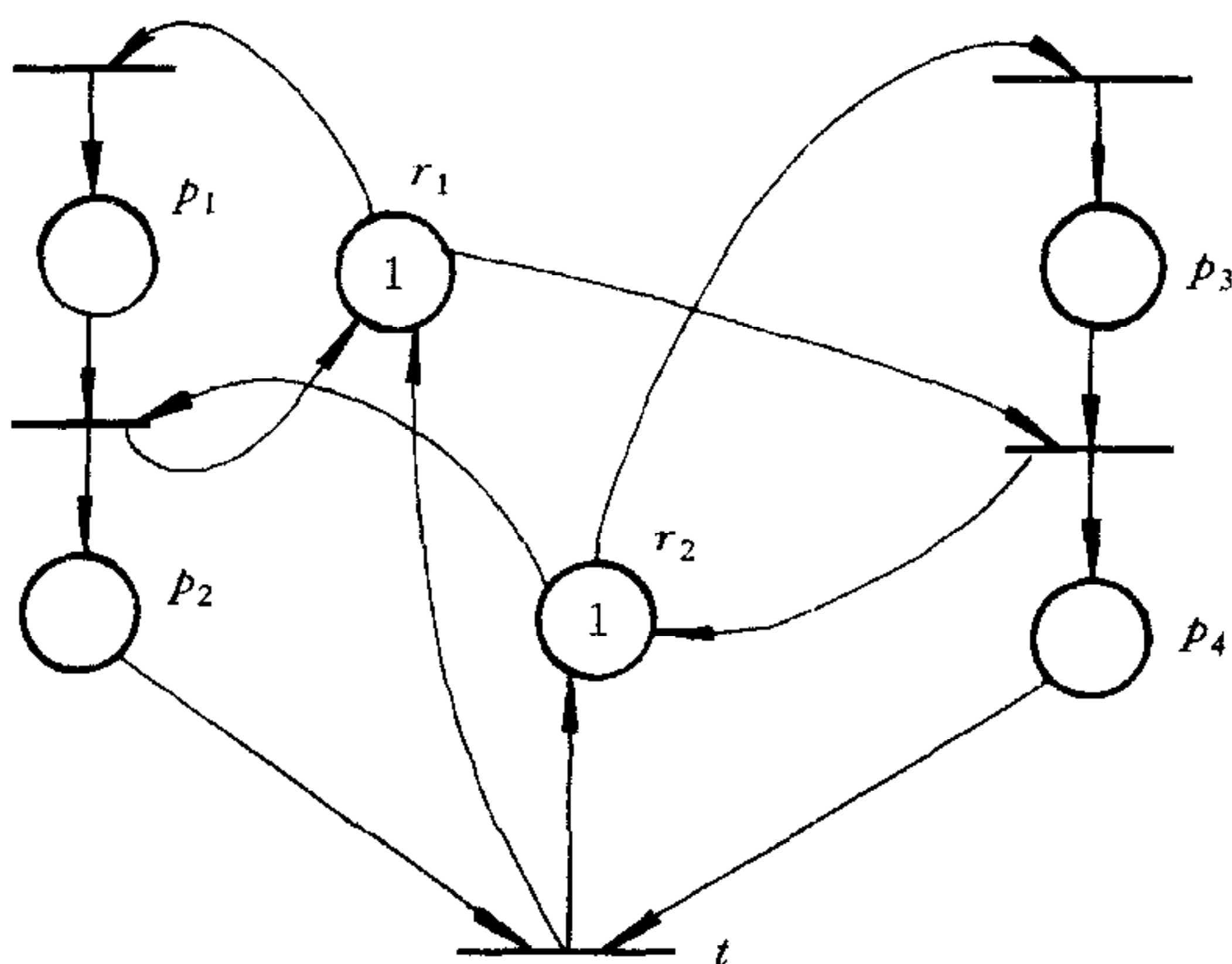


图1 SPN 的子结构

称  $D \in \mathcal{D}$  是  $W \in \mathcal{W}$  的一个内部  $D$  型结构, 如果  $P_D \subseteq P_Y^W, LT(D) \cap LT(W) \neq \emptyset$ .

设  $W_0, W \in \mathcal{W}$ , 如果  $P_{\pi_0}^W \subseteq P_\pi^W, P_{Y_0}^W \subseteq P_Y^W, LT(W_0) \subseteq LT(W)$ , 则称  $W_0$  是  $W$  的一个内部  $W$  型结构. 并记  $I(W) = \{B \in \mathcal{D} \cup \mathcal{W} \mid B \text{ 是 } W \text{ 的内部 } D \text{ 型或 } W \text{ 型结构}\}$ .

**定义7.** 设  $D_1, \dots, D_n$  是  $(G, m_0)$  中的一个  $D$  型结构序列, 如果  $FT(D_{i+1}) \cup T_{D_i} \neq \emptyset$  (下标 mod  $n$ ),  $r \in \bigcap_{i=1}^n FT(D_i) \neq \emptyset, C_r = 1$ , 则称  $r$  是  $(G, m_0)$  的一个关键资源. 用  $KR$  记关

键资源之集.

**定义8.** 设  $(G, m_0) = (P \cup P_I \cup P_Q \cup P_R, T \cup T_I, F \cup F_R, m_0)$  是一个 SPN,  $KR = \emptyset$ . 定义  $(G, m_0)$  的一个 Petri 网控制器  $C = (P_C, T, F_C, m'_0)$ , 其中,  $P_C = \{p_B \mid B \in \mathcal{D} \cup \mathcal{W}\}$ ,  $F_C = F_{\mathcal{D}} \cup F_{\mathcal{W}}$ , 其中

$$\begin{aligned} F_{\mathcal{D}} &= \{(p_D, t) \mid t \in FT(D), D \in \mathcal{D}\} \cup \{(t, p_D) \mid t \in LT(D), D \in \mathcal{D}\}, \\ F_{\mathcal{W}} &= \{(p_W, t) \mid t \in FT(Y_W), W \in \mathcal{W}\} \cup \{(t, p_W) \mid t \in FT(\Pi_W) \\ &\quad \cup (LT(Y_W) \setminus LT(W))\}, \\ m_0(p_B) &= \begin{cases} m_0(R(P_B)) - 1, & B \in \mathcal{D}, \\ m_0(R(P_Y^B)) - |I(B)| - 1, & B \in \mathcal{W}. \end{cases} \end{aligned}$$

$(G, m_0)$  在以上定义的控制器  $C$  的限制下的闭环系统是  $(G, m_0)$ ,  $C$  的合成 Petri 网:

$$(CG, m_{c_0}) = (P \cup P_I \cup P_Q \cup P_R \cup P_C, T_I \cup T, F \cup F_R \cup F_C, m_{c_0}),$$

其中,  $m_{c_0}(p) = m_0(p), \forall p \in P \cup P_I \cup P_Q \cup P_R, m_{c_0}(p) = m_0(p), \forall p \in P_C$ .

用  ${}^{(c)}t$  和  $t^{(c)}$  分别表示变迁  $t$  的输入控制位置集和输出控制位置集. 当  $\forall p_c \in {}^{(c)}t, m(p_c) \geq 1$ , 称  $t$  在  $m$  是控制使能的. 只有过程、资源和控制同时使能的变迁才能在闭环系统中引发.

**定理3.** 设  $(G, m_0)$  是一个 SPN,  $KR = \emptyset$ , 则受控系统  $(CG, m_{c_0})$  是活的.

证明. 反设有可达标识  $m \in Z(CG, m_{c_0})$ , 使得在  $m$  下的死变迁  $DT(m)$  非空. 则有  $t \in DT(m), m({}^{(p)}t) > 0$ . 因以下证明仅与死变迁有关, 在此不妨设当  $m({}^{(p)}t) > 0$ , 则  $t \in DT(m)$ . 作者用递归分析构造导致矛盾的系统结构的方法来证明定理.

用  $E$  记一个扩展路集合, 用  $S, S_0$  分别表示一个变迁集. 开始  $E := \emptyset, S := \{t_1\}, S_0 := \emptyset$ . 设  $t_1 \in S \setminus S_0$ , 则需分析以下三种情形.

1)  ${}^{(r)}t_1 \neq \emptyset, m({}^{(r)}t_1) = 0$ , 即  $t_1$  非资源使能. 设  ${}^{(r)}t_1 = r_1$ , 则存在操作位置  $p_{11}, \dots, p_{1k}$  使得  $R(p_{1i}) = r_1, m(p_{1i}) > 0, i = 1, \dots, k, \sum_{i=1}^k m(p_{1i}) = C_{r_1}$ . 令  $V_A = \{p_{11}, \dots, p_{1k}\}, t_{1i} = p_{1i}, X_1 = \{t_{1i} \mid t_{1i} \text{ 在 } m \text{ 下非资源使能}\}, X_A = \{t_{1j} \mid t_{1j} \text{ 在 } m \text{ 下资源使能}\}$ .

用  $X_0$  表示已分析过的变迁之集. 开始,  $X_0 = \emptyset$ . 任取  $t_2 \in X_1 \setminus X_0$ . 设  ${}^{(r)}t_2 = r_2$ , 则  $m(r_2) = 0$ , 而且存在  $p_{21}, \dots, p_{2l}$  使得  $R(p_{2i}) = r_2, m(p_{2i}) > 1, i = 1, \dots, l, \sum_{i=1}^l m(p_{2i}) = C_{r_2}$ . 令  $V_A := V_A \cup \{p_{21}, \dots, p_{2l}\}, X_0 := X_0 \cup \{t_2\}, X_1 := X_1 \cup \{p_{2i} \mid p_{2i} \text{ 在 } m \text{ 下非资源使能}\}, X_A := X_A \cup \{p_{2j} \mid p_{2j} \text{ 在 } m \text{ 下资源使能}\}$ . 重复分析, 直到  $X_1 \setminus X_0 = \emptyset$ . 此时必有  $X_A \neq \emptyset$ , 否则分析过程给出的变迁、位置都在  $X_1, V_A$  中, 而这些操作位置已占用了它们能利用的所有资源, 故在  $X_1 \cup V_A$  中有扩展路  $D$ , 使得  $m(P_D) = m_{c_0}(R(P_D))$ . 设  $p \in P_D, t = {}^{(p)}t \in T_D$ , 如果有  $P$ -路  $\pi = p_1 t_1, \dots, p_k t_k p$ , 使得  $p_i \in P_D, R(p_i) = R(p), i = 1, \dots, k$ , 则  $D$  与  $\pi$  之并仍是扩展路. 经过所有可能的扩展后得到的扩展路  $D'$  是一个  $D$  型结构, 满足  $m(P_{D'}) = m_{c_0}(R(P_{D'}))$ , 这与  $P_D$  的控制作用矛盾.

用  $E_A$  记分析过程给出的从  $p_{1i}$  到  $t \in X_A$  的所有  $E$ -路之集. 令  $E := E \cup E_A, S := S \cup X_A, S_0 := S_0 \cup \{t_1\}$ .

2)  $t_1$  资源使能, 而非过程使能. 则有  $t_2 \in T, t_2$  过程使能, 从  $t_2^{(p)}$  到  $t_1$  有一条  $P$ -路  $\pi$ , 其上每个操作位置在  $m$  下为空, 即  $m(P_\pi) = 0$ . 令  $E := E \cup \{\pi\}, S := S \cup \{t_2\}, S_0 := S_0 \cup \{t_1\}$ .

3)  $t_1$  资源与过程使能, 但非控制使能. 设  ${}^{(r)}t_1 = r_1, t_1 = p_1$ , 则  $m(r_1) \geq 1$ , 而且有  $p_B \in P_C$  使得  $(p_B, t_1) \in F_C, m(p_B) = 0, B \in \mathcal{D} \cup \mathcal{W}$ . (C1)  $B \in \mathcal{D}$ . 则  $m(P_B) = m_{c_0}(R(P_B)) - 1, t_1 \in FT(B)$ . 故必有  $t \in T_B$ , 使得  ${}^{(r)}t = r_1$ , 即  $X_c = \{t \in T_B \mid t \text{ 资源使能}\}$  非空. 令  $E := E \cup \{B\}, S := S \cup X_c, S_0 := S_0 \cup \{t_1\}$ . (C2)  $B \in \mathcal{W}$ . 设  $B = W = Y_1 \pi_1 \cdots Y_n \pi_n, t_1 \in FT(Y_{i+1})$ , 则  $X_c = \{t \in FT(\Pi_W) \mid {}^{(r)}t = r_1\}$  非空. 令  $E := E \cup W, S := S \cup X_c, S_0 := S_0 \cup \{t_1\}$ . 可以证明某步后仅出现(C1)是不可能的.

对  $S \setminus S_0$  中的每个变迁重复分析, 直到  $S \setminus S_0 = \emptyset$ . 因变迁类有限, 必有某变迁重复出现在  $X_A, X_B$  或  $X_c$  中, 不妨设为  $t_1$ , 则从  $t_1$  开始直到  $S \setminus S_0 = \emptyset$  的分析给出了一个由  $E$  中的扩展路组成的  $W$  型结构, 而包含在  $W$  中的每个  $B \in \mathcal{D}$  满足  $m(P_B) = m_{c_0}(R(P_B)) - 1$ , 每个  $B \in \mathcal{W}$  满足  $m(P_B^B) = m_{c_0}(R(P_B^B)) - |I(B)| - 1, m(P_B^B) = 0$ , 而且这些  $B$  都是  $W$  的内部结构. 但  $W$  满足  $m(P_W^W) = m_{c_0}(R(P_W^W)) - |I(W)|$ , 这与控制器  $C$  定义矛盾, 故  $DT(m) = \emptyset, (CG, m_{c_0})$  是活的.

从 Petri 网控制器的定义和定理证明可以看出, 这类控制易实现而且对系统的限制小.

**定义9.** 设  $(G, m_{c_0})$  是一个 SPN,  $r \in KR, (G, m_{c_0})$  的  $r$ -简化网  $G(r)$  是从  $(G, m_{c_0})$  经以下过程得到的 Petri 网.

1) 从  $(G, m_{c_0})$  中删去资源位置  $r$  及其相关弧; 2) 设  $p \in H(r), t_1 = \cdot p, t_2 = p \cdot$ , 故  $t_2$  是非合变迁. 当  ${}^{(r)}t_2 \in t_1^{(r)}$  或当  ${}^{(r)}t_2 \in t_1^{(r)}, t_1$  为合变迁时, 删去  $p$  及其相关弧, 把  $t_1, t_2$  重叠为一个新变迁, 记作  $t_1 + t_2$ . 而当  ${}^{(r)}t_2 \in t_1^{(r)}, t_1$  为非合变迁时, 有  $p_1 \in {}^{(p)}t_1, p_2 = t_2^{(p)}$  使得  $R(p_1) = R(p_2)$ , 删去  $p, t_1, t_2$  及其相关弧, 把  $p_1, p_2$  重叠为一个新位置, 记作  $p_1 + p_2$ .

在  $G(r)$  中,  $R(p_1 + p_2) = R(p_1) = R(p_2)$ , 故  $G(r)$  是一个 SPN.

设  $r'$  是另一个关键资源, 则对  $G(r)$  可以通过  $r'$  再简化, 设得到的 Petri 网为  $G(r, r')$ . 对  $KR$  中的每个  $r$  逐一简化  $(G, m_0)$  得到的网  $G(KR)$  是一个 SPN, 而且不含关键资源.

用  $\bar{T}$  表示  $G(KR)$  和  $(G, m_0)$  的共同变迁(同名变迁)之集. 令  $T_0 = T \setminus \bar{T}, G(KR)$  的不在  $\bar{T}$  中的变迁都具有形式  $t_1 + \cdots + t_n$ , 对应着  $(G, m_0)$  中的一条路  $t_1 t_1^{(p)} t_2 t_2^{(p)} \cdots t_n, R(t_i^{(p)}) \in KR$ . 称这种路为关键变迁路, 用  $T_1$  记所有关键变迁路上的变迁之集. 而  $G(KR)$  的形为  $p_1 + \cdots + p_n$  的位置对应  $(G, m_0)$  的一条从  $p_1$  到  $p_n$  的路  $\pi = p_1 t_{11} p_{11} t_{12} p_{21} t_{22} p_{22} t_{23} \cdots t_{(n-1)2} p_n, R(p_{ij}) \in KR, R(p_i) = R(p_1 + \cdots + p_n)$ , 每个  $t_{ij}$  都是非合变迁. 称这种路为关键位置路. 称  $\cdot p_1 = t_0$  为  $\pi$  的首变迁. 用  $T_2$  记关键位置路上变迁之集, 则  $T_0 = T_1 \cup T_2$ .

**定义10.** 设  $(G, m_0)$  是一个 SPN,  $G(KR)$  是其简化网,  $C$  是  $G(KR)$  的由定义8给出的一个活性控制器. 定义  $(G, m_0)$  的一个控制策略  $\rho$  如下.

1)  $\rho$  使  $(G, m_0)$  与  $C/G(KR)$  的共同变迁  $t \in \bar{T}$  同步引发, 而当  $t$  是某关键位置路  $\pi$  的首变迁时,  $t$  引发则  $\pi$  上所有变迁都应顺序引发一次;

2)  $\rho$  使  $t \in T_1$  在  $(G, m_0)$  中引发一次  $\Leftrightarrow$  包含  $t$  的变迁  $t_1 + \cdots + t_n$  能在  $C/G(KR)$  中引发一次.

由定义知, 如果  $\sigma$  是  $C/G(KR)$  中的可从初始标识  $m'_0$  引发的变迁序列,  $m'_0[\sigma > m', f(\sigma)$  是与  $\sigma$  对应的  $\rho/(G, m_0)$  中的可从  $m_0$  引发的变迁列,  $m_0[f(\sigma) > m$ , 则  $f(\sigma)$  可从  $\sigma$  得到, 即在  $\sigma$  中把  $t_1 + \cdots + t_n$  用序列  $t_1 t_2 \cdots t_n$  代替, 把关键位置路  $\pi = p_1 t_{11} p_{11} t_{12} p_{21} t_{22} p_{22} \cdots t_{(n-1)2} p_n$

的首变迁  $t$  用变迁列  $t_{11}t_{12}\cdots t_{(n-1)2}$  代替.

**定理4.** 设  $(G, m_0)$  是一个 SPN,  $\rho$  是如定义10给出的控制策略, 则  $\rho/(G, m_0)$  是活的 (证明从略).

## 5 结论

本文基于 Petri 网模型讨论制造装配系统的活性控制问题, 通过对 Petri 网模型的结构分析, 指出了这类系统的活性特征及其保证系统活性的控制器或控制策略的综合方法. 这种控制对系统资源利用的限制小, 有利于在此基础上的实时控制调度的实现.

## 参 考 文 献

- 1 Banaszak Z, Krogh B H. Deadlock avoidance flexible manufacturing system with concurrently competing process flows. *IEEE Trans. on RA*, 1990, **6**(6):724—734
- 2 Ezpeleta J, Conlom J M, Martinez J. A Petri net based deadlock prevention policy for flexible manufacturing systems. *IEEE Trans. on RA*, 1995, **11**(2):173—184
- 3 Hsieh F S, Chang S C. Dispatching-driven deadlock avoidance controller synthesis for flexible manufacturing system. *IEEE Trans. on RA*, 1994, **10**(2):196—209
- 4 Xing K Y, Hu B S, Chen H X. Deadlock avoidance policy for Petri net modeling flexible manufacturing system with shared resources. *IEEE Trans. on AC*, 1996, **41**(2):289—295.
- 5 Xing K Y *et al.* Deadlock avoidance controller for a class of manufacturing systems. In: IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, USA, 1996
- 6 Zhou M C, DiCesare F. Petri Net Synthesis for Discrete Event Control of Manufacturing Systems. Kluwer Academic Press, 1993
- 7 Jeng M D, DiCesare F. Synthesis using resource control nets for modeling shared-resource systems. *IEEE Trans. on RA*, 1995, **11**(3):317—327.

**邢科义** 1957年生. 1994年获西安交通大学博士学位, 现为西安电子科技大学教授. 研究方向有离散事件动态系统, Petri 网理论与应用. 曾获何潘清漪论文奖.

**胡保生** 西安交通大学教授, 博士生导师. 机械制造系统工程国家重点实验室学术委员会主任, IEEE 高级会员, 《Mathematical Review》评论员.

**万百五** 西安交通大学教授, 博士生导师. 主要研究方向有大系统优化递阶控制, 大系统智能控制等. 在国内外发表论文250余篇, 获国家教委科技进步奖一次, 二等奖两次等奖励.