

反应堆数字计算问题的介绍

金星南 孫紹麟

引言

要建造一个经济适用、安全可靠反应堆,首先必须作理论计算,尽量地多考虑些方案,再由理论计算和实验来选择最佳的方案。在这过程中,必须解决很多数学问题,并进行大量的数字计算。

当反应堆建成之后,在运转的过程中,为了运行得安全、可靠和经济,我们必须研究其中的能耗情况和裂变产物积累的情况,为此也需解决一系列数学问题,并作大量的数字计算。

解决反应堆的上述数学问题,有很多近似方法。但是,各种方法都有一定的缺陷和局限性。寻找更简单、更可靠而又广泛有效的反应堆计算的方法,还有待今后的努力。

反应堆静态计算的数字计算问题

描述反应堆内中子运动规律的基本方程是定态波兹曼方程,它的形式为

$$\vec{Q} \cdot \nabla \phi(\vec{r}, \nu, \vec{Q}) + \Sigma \phi(\vec{r}, \nu, \vec{Q}) = \iint d\nu' d\vec{Q}' \Sigma_s(\nu', \vec{Q}' \rightarrow \nu, \vec{Q}) \phi(\vec{r}, \nu', \vec{Q}') + S(\vec{r}, \nu, \vec{Q}). \quad (1)$$

其中 $\phi(\vec{r}, \nu, \vec{Q})$ 是“角”中子通量; Σ 是宏观总截面, $\Sigma_s(\nu', \vec{Q}' \rightarrow \nu, \vec{Q})$ 是由速度为 ν', \vec{Q}' 的中子散射到速度为 ν, \vec{Q} 的中子的截面; $S(\vec{r}, \nu, \vec{Q})$ 是中子源。

在反应堆中,我们常应用单速近似的波兹曼方程,它的形式为

$$\vec{Q} \cdot \nabla \phi(\vec{r}, \vec{Q}) + \Sigma \phi(\vec{r}, \vec{Q}) = \int d\vec{Q}' \Sigma_s(\vec{Q}', \vec{Q}) \phi(\vec{r}, \vec{Q}') + S(\vec{r}, \vec{Q}). \quad (2)$$

对于这单速波兹曼方程的解法,现在主要的有下列三种近似法:

1. 球谐展开法——扩散近似

球谐展开法是将 $\phi(\vec{r}, \vec{Q})$ 与 $\Sigma_s(\vec{Q}', \vec{Q})$ 按勒让特多项式展开,而将角度变数积分积掉。若展开式只保留到 $N(N=1, 2, \dots)$ 项,则称为 P_N 近似。 P_1 近似,即通常所谓的扩散近似。在此近似下,方程(2)可以化为

$$D \nabla^2 \phi(\vec{r}) - \Sigma_a \phi(\vec{r}) + S(\vec{r}) = 0; \quad (3)$$

其中 $\phi(\vec{r}) = \int_{4\pi} \phi(\vec{r}, \vec{Q}) d\vec{Q}$ 是中子通量;

$$S(\vec{r}) = \int_{4\pi} S(\vec{r}, \vec{Q}) d\vec{Q};$$

D 是介质的扩散系数。

扩散近似对于体积较大,“角”中子通量基本上各向同性,以及中子通量密度足够小的堆才适用。

2. 卡尔逊的 S_n 方法

在 S_n 方法中,我们把中子运动方向分成偶数间隔,并假设在每个间隔之内 $\phi(\vec{r}, \vec{Q}), S(\vec{r}, \vec{Q})$

和 $\Sigma_i(\vec{Q}' \cdot \vec{Q})$ 都是各向同性的。这样方程(2)要对每一个 \vec{Q}_i (第 i 个角度间隔) 求解, 方程(2)就为一组微分方程所代替。

3. 双球谐展开法 (Yvon 方法或双 P_n 方法)

这方法和前面所提到的球谐展开法很相似。其不同之处在于在此法中, 对应于 $\mu < 0$ 以及 $\mu > 0$ (设问题是一维的, μ 为 neutron 运动方向与中子的径向量之间夹角的余弦) 两区域内定义两个“角”中子通量, 而每个区域内的“角”中子通量, 分别用宗量为 $2\mu + 1$ 以及 $2\mu - 1$ 的勒让特多项式展开。这方法的收敛性一般说来比 P_N 近似好, 双 P_2 近似比 P_3 近似好; 计算量也比较少。特别是在交界面附近, 双 P_N 近似较 P_N 近似要好得多。这方法用来处理小反应堆的问题是很合适的。

以上是计算在静态情况下的反应堆的几个主要方法。这些方法只是把最普遍的波尔兹曼方程化为在各种特殊情况下的较易求解的方程。为了解在上面情况下所求得的方程, 我们还需要在下面的某种情况的假设下进行计算, 得到数字结果。

第一种假设为年龄近似的假设。在这假设下, 对于热中子一般是用扩散方程(3)来描述的, 而对于能量超过热能的中子, 在它们的慢化过程中, 假定能量的损失是连续的。在输运方程(1)中, 积分号下的 $\Sigma \phi$ 可以对能量展为泰勒级数, 而且只保留头二项, 另一方面对于 $\phi \cdot \Sigma_s \cdot S$ 仍用 P_1 近似, 那末方程(1)就可以化为年龄方程

$$\nabla^2 q(\vec{r}, \tau) - \frac{\partial q(\vec{r}, \tau)}{\partial \tau} = 0, \quad (4)$$

其中 q 为慢化密度, τ 为中子寿命。方程(3)和(4)结合起来, 就可以作反应堆的静态计算, 此即所谓扩散年龄近似。

扩散年龄近似, 对于原子量 $A \geq 2$ 的原子核的介质来说是相当好的; 但当介质中含有氦原子时, 由于中子和氦原子核作一次碰撞就有可能损失全部能量, 因之连续慢化模型的应用, 就显得勉强。在计算水-水堆时, 我们就不能用扩散年龄近似, 而用其它方法, 比较常用的是所谓 S. G. 方法。在 S. G. 方法中, 中子与重原子核碰撞仍用连续慢化的假定, 但中子与氦核的碰撞, 则另作严格的处理。当然计算水-水堆还有其它的近似方法, 但一般说来都比较复杂, 而且准确度也不如 S. G. 方法。

在很多情况下, 我们把反应堆中连续的中子能谱分成许多能量间隔, 或者说把中子按能量分成好多群。在每一群中, 中子的能量假定是单一的, 而能量较高一群的中子, 经过一定的碰撞后, 落到下一群的中子中去。

前面所提到的扩散近似法、 S_n 方法、双球谐展开法都可以用多群方法来求得反应堆的数字解。

扩散近似多群方法在计算较大的反应堆时是比较准确的。对某种球形堆所作的计算结果指出, 当半径为 25 厘米时, 误差为 2—2.5%, 但当半径减小到 10 厘米时, 误差就增到 9%。球谐展开法 $P_n (N > 1)$ 近似的多群方法要比扩散近似多群方法复杂得多。

S_n 多群方法, 一般只须算到 S_4 。图 1 是固体铀系统, 在十群情况下, S_2, S_4, S_6, S_8 的比较。由此图可见, 在 S_4 的情况下, 临界半径的误差就降到 1%, 而 n 增大时, 效果并不显著。图 2 是扩散多群临界半径与 S_4 多群临界半径之比对 S_4 多群临界半径所划出的曲线, 从这个图上见到, 在大堆情况下, 扩散多群和 S_n 多群的结果趋于一致, 这时采用扩散近似就可以节省很多工作量¹⁾。一般说来, S_2 要比扩散近似好, S_4 近似比 P_3 近似好。

1) 文中图 1 和图 2 取自 Reaction Physics Constants, ANL-5800, 442—443 页。

多群计算中的一个重要问题是参数的选择问题。必须根据中子与物质作用的截面和中子能量的关系来正确地选择各群中的参数。原则上说,群数取得愈多愈准确。但实际上由于中子的截面与能量的关系知道得不够确切,所以即使增加群的数目,也无济于事。

对于石墨、重水反应堆的计算,用二群方法可以得到较满意的结果。

反应堆静态计算的量是很大的,特别是在理论设计的初期,选择方案的时候,重复的计算就更多。在选择方案时,采用电子模拟计算机是特别简单的。

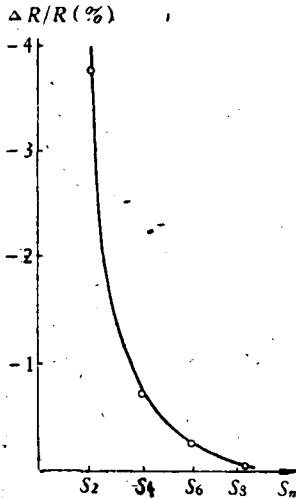


图1 根据十群计算的临界半径的相对误差同 S_n 的关系

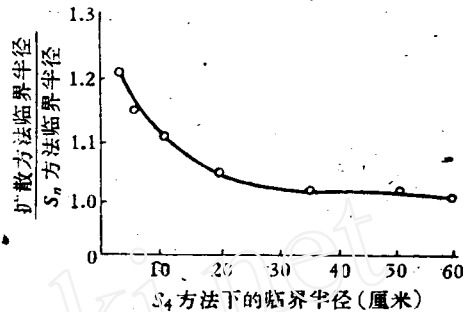


图2 扩散方法与 S_n 方法临界半径的比值同 S_4 方法下临界半径的关系

但是电子模拟计算机的精确度是不高的,所以选出了最后的方案后,还必须进行精确的计算。在计算量不大的情况下,使用台式计算机即可;但在计算量大的情况下,需用数字电子计算机。由于数字电子计算机运转的成本很贵,所以不便滥用。总之,在反应堆数字计算中,计算工具要由小到大,大、中、小相结合,同时并用,不能认为有了数字电子计算机,其它计算工具就可以不使用了。

反应堆动态计算的数字计算问题

在反应堆动态计算中,我们常常碰到下列诸问题:功率密度 p (或中子数) 随时间的变化、燃料成分的变化、中毒和结渣以及温度效应的计算。在所有这些问题中,所包含的数学问题是非常类似的。故为简单起见,仅举功率密度随时间的变化问题作为例子。

求功率密度随时间改变的时候,需要解一组常微分方程系:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dp}{dt} &= \frac{\delta k}{l} p - \frac{\beta}{l} p + \sum_{i=1}^6 \lambda_i D_i, \\ \frac{dD_i}{dt} &= \frac{k\beta_i}{l} p - \lambda_i D_i \quad (i = 1, 2, \dots, 6), \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

其中 p 为反应堆的功率密度, D_i 为第 i 种缓发中子的母元素对功率密度的贡献, λ_i 为第 i 种母元素的衰变常数, l 为瞬发中子的平均寿命, β 为有效缓发中子比率, β_i 为第 i 种母元素的相对产额,而 $\delta k = k - k_0 = f(t)$ 是反应性的变化。方程系(5)的复杂程度取决于 $f(t)$ 的具体形式:

1. 当 $f(t)$ 为常数时,方程系(5)是七个一阶常系数线性微分方程系。当 $\frac{dp}{dt} \ll \beta \frac{p}{l}$ (这对于一般在稳态附近变化的反应堆是能满足的)时,这方程系有解析解。

2. 当 $f(t)$ 是 t 的已知函数时,方程系(5)成为一组非常系数的线性微分方程系,只有在少

(下转 246 页)

油冷阳极的X光管。由于它耐压高,阳极可以更换,就使它具备了其它X光管所不可能具有的特点:1)剂量率大,由图11可以看出,在同样电流下,若能量由20万电子伏提高到30万电子伏则剂量率可增加4倍以上;2)功率大,靶子可以更换。

参 考 文 献

[1] 西洛琴斯基:高压工程第一卷 p. 157. 电力工业出版社, 1956年版。

(上接 240 页)

数特殊情况下,才有解析解,现在多用数字法近似地求解。

3. 严格说来,由于温度效应的存在, f 除与时间有关外,还与功率密度 p 有关。这样,求解方程系(5)就更为麻烦,一般都采用近似方法来求解。

反应堆动态计算,用模拟计算机是很适宜的;特别是当时间为独立变数时,用模拟计算机能把整个随时间变化的过程模拟出来。当然,如要求更高的精确度的解,须采用数字电子计算机。

反应堆计算的新方法——蒙特-卡罗(M. C.)方法

蒙特-卡罗方法是一种直接模拟物理现象的数学方法。在很多问题中,尤其是那些物理过程清楚,但是不能列出数学方程的问题,用蒙特-卡罗方法来处理是比较适当的。

中子或 γ 射线对物质的相互作用,问题虽较复杂,但物理过程是清楚的。象这种问题,都可利用蒙特-卡罗方法来计算。采用这种方法时,人们需要随机地跟踪大量的中子或光子的历史,而对每个中子或光子都应从其产生一直跟踪下去,直到被吸收为止。其中每一种物理过程——散射、吸收、裂变等——的概率分布是由随机抽样来确定的。当跟踪了大量的中子或光子后,进行平均就可得到所需的结果。但是蒙特-卡罗方法的精确度是以所跟踪的粒子数来决定的,与所跟踪的粒子数的平方根成反比。因之,为了要得到更精确的结果,就必须跟踪更大量的粒子,这样就需要大量的计算。所以蒙特-卡罗方法的发展是与快速数字电子计算机的发展紧密联系着的。

蒙特-卡罗方法是反应堆计算方法中较有效的方法之一。但一般说来,这种方法的计算量较大,所以不便滥用。目前蒙特-卡罗方法已被广泛用于反应堆屏蔽的计算中。用蒙特-卡罗方法来计算栅格参数和临界大小,目前也已开始。从已有的结果看来,精确度是相当高的。里其米尔(R. D. Richtmyer),凡诺尔顿(R. Van Norton)和华尔夫(A. Wolfe)^[1]用蒙特-卡罗方法计算某反应堆的共振几率,得到 $p = 0.8566 \pm 0.0025$,而实验值为 0.838 ± 0.003 。

近来贝尔格(M. G. Berger)和杜盖脱(G. Doggett)^[2]还提出一种半解析蒙特-卡罗方法。在这方法中,把能解析处理的部分都尽量用解析方法处理,它是蒙特-卡罗方法的发展。在计算时间和结果的精确度等方面都较蒙特-卡罗方法更为优越。这种方法在屏蔽问题上已有人应用过。

结 论

从上面的讨论可以看到,在反应堆事业中,数字计算是应用得非常广泛的。并且对于新的问题提出了新的数字计算方法的要求,蒙特-卡罗方法就是一个很好的例子。这些问题的解决,我们还不能认为是最完善的,还必须要进行大量的工作,来改善我们的计算方法。

参 考 文 献

- [1] R. D. Richtmyer, R. Van Norton and A. Wolfe: Proceedings of the second United Nations International Conference on the Peaceful Uses of Atomic Energy, Geneva, (1958) P. 2489, 第16卷, 180.
[2] M. G. Berger and G. Doggett: J. Res. NBS, 56, 89 (1956).