

計算鈾水反應堆臨界質量的少羣方法

董 因 明

本文提供了一种计算鈾水反应堆临界质量的少羣方法，即 B_0 -輸运修正近似方法。用这个方法计算了等效裸堆的能谱，从而求得平均少羣常数，再利用此结果来计算带反射层反应堆的临界条件。

对两种反应堆的多个不同方案进行了分析。结果表明，在不同鈾水比情形下临界质量和通量分布与实验符合的程度是令人满意的。说明了这里给出的方法在比较大的范围内是适用的。方法不及 B_1 或 P_1 近似严格，但在计算量方面则要少许多。

一、引 言

近年来，少羣方法已广泛地被用来计算水反应堆的临界条件。所谓少羣方法是指按多羣算出等效裸堆能谱后再平均少羣常数的方法；由此可以计算带反射层反应堆的临界质量、中子通量分布、控制棒效率等。关于羣方程的推导及羣常数的平均等理论问题的描述，可从文献[1,2]中找到。

在少羣方法中，通常是对活性区特定介质，采用等效裸堆模型进行能谱计算的。这种计算考虑到了漏失对能谱的影响。在美国通常是采用 P_1 或 B_1 近似计算能谱 (MUFT 程序)^[3]，这可用来平均成二、三、四羣常数。另外，较简单的办法，即道奇 (Deutsch) 的方法^[4]，是用中子在无限大水介质中的慢化谱。这就与活性区介质性质无关。任何反应堆都可用由此能谱平均的少羣截面来计算。文献[4]中给出了三羣平均截面、计算年龄的公式以及所需参数。利用这些数据可以很方便地算出临界大小来。

上面提到的两种方法各有其优缺点。前一种方法较严格，结果较可靠，但通常要用到电子计算机。后一种方法具有半经验性质，要凑实验数据。在一定范围内，道奇的方法亦能得出符合实验的结果，但若要用来计算高温反应性、燃耗、控制棒效率等，就沒有多大把握了。

在美国一系列少羣工作的基础上，英国的希克斯 (Hicks) 提出了一种方法^[5]，即选用一典型的低浓铀水柵格的能谱(由 MUFT 程序给出)进行平均，求出四羣中三个快羣的截面；热羣截面由 SOFOCATE 程序给出。他用一套快羣平均截面(热羣截面按具体结构计算)计算了十多个低加浓铀水柵格的临界大小，结果与实验符合得都较好。

因为采用四羣模型，平均截面随能谱的变化不大，对不同结构用同一能谱得出的平均截面是可行的。这就省去了能谱计算的工作量。同时，文献[6]中已将三个快羣的平均截面作成表，用起来也非常方便。如果不用四羣模型，而采用三羣模型，则一套平均截面适用的范围就可能小些。不同的柵格结构，可以用几套平均截面数据来适应。采用两羣模型，平均截面随能谱的变化比较大，不能用一套平均截面适应多种结构。

本工作企图采用比较简单办法来计算能谱及平均截面，从而计算临界大小，但又不凑实验数据。经过一些尝试，我们采用了 B_0 -輸运修正方法(简称 $B_0-\Sigma_{\text{輸运}}$ 方法)计算能谱，从而求出平均少羣常数，再利用此结果来计算带反射层反应堆的临界条件。此方法的实质即在于，由中子輸运积分方程出发，并对散射各向同性的假设进行輸运修正。修正办法是在漏失项中将总截面换成輸运截面。

对两种反应堆的多种方案进行分析和比较的结果表明，在不同轴水比情形下，临界质量和通量分布与实验结果的符合程度是令人满意的。这也表明了这方法在比较大的范围内是适用的。

本工作的内容包括等效裸堆能谱的计算、平均截面的计算、等效裸堆的临界大小的计算、带反射层反应堆的两羣临界大小及通量分布的计算。热羣常数及共振吸收的研究不包括在本工作内。

二、中子能譜的一般描述

对无限大水介质来说，如果有均匀分布的裂变中子源，则高能部分用裂变譜、热上部分用 $1/E$ 譜能较好地近似反映此介质中的中子能譜（由于氢、氧使中子慢化，高能端与裂变譜有所偏离）。实际上，活性区有一定大小，其中还含有裂变物质与结构材料。因此，由于漏失的影响会使高能部分的能譜偏离裂变譜很多、热上部分的漏失较小，但 U^{238} 的共振吸收对能譜的 $1/E$ 规律也有扰动（见图1）。

能羣的划分多少有些任意性。原则上是能譜和截面变化急剧的地方能量间隔应该分得小一些。此外，最好是把某一因素的影响放在某一羣内。以三羣为例，将 U^{238} 的共振吸收包括在

$\phi(u)$

第二羣，而将 U^{238} 的快裂变和非弹性散射放在第一羣，这样计算起来就比较方便。为了与别人的计算作比较，我们采用了美国常用的方法。即

四羣：10兆电子伏—821千电子伏，821—5.5千电子伏，5.5千电子伏—0.625电子伏， <0.625 电子伏。

三羣：10兆电子伏—180千电子伏，180千电子伏—0.625电子伏， <0.625 电子伏。最后一羣为热中子羣。

以三羣为例，我们来看看整个慢化过程的能譜及各元素的截面的变化情况。

第一羣包括了裂变中子的96%。 U^{238} 的快裂变， U^{235} ， U^{238} 的非弹性散射都发生在这一羣

中。在这个能区内，氢的散射截面在高能端较小，接近低能端时增加很快。因此，在这羣中必须考虑氧及其他非氢元素对中子的慢化作用。这羣的吸收通常可忽略。慢化过程中的漏失主要发生在这羣内。

在第二羣中，氢的散射截面随能量减少而继续增加，并很快达到常数值。主要的慢化发生在这羣中，氢的慢化占绝对优势。除高能端外，氢的散射截面几乎是常数，而直接裂变中子为数极少，故能譜差不多是 $\frac{1}{E}$ 譜。 U^{238} 全部共振吸收都出现在这羣中，对譜的 $\frac{1}{E}$ 规律有扰动。

此外，还要考虑在这羣内 U^{235} 的吸收和裂变。

通常，羣数目分得愈多，平均截面和临界大小对能譜的依赖性就愈小。也就是说，对能譜计算的准确度要求可以低一些。这就是前面提到的希克斯的工作，可以用一套四羣平均截面计算十多个结构的道理。

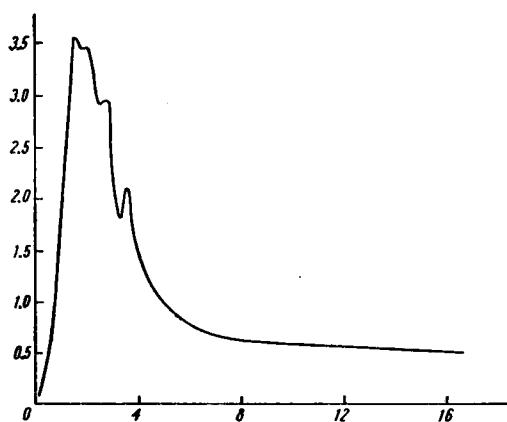


图1 $\frac{N_H}{N_5} = 260$ 时的慢化中子譜

三、羣方程及有效增殖因子

关于少羣方程的推导以及平均截面的定义，在文献[1,2]中有详尽的叙述。这里只简单提一下。

一维平板几何形状下的 P_1 方程为

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial J(x, u)}{\partial x} + \Sigma(u) \phi(x, u) &= \int \Sigma_s(u') \phi(x, u') f_0(u' \rightarrow u) du' + S(u) Q(x), \\ \frac{1}{3} \frac{\partial \phi(x, u)}{\partial x} + \Sigma(u) J(u) &= \int \Sigma_s(u') J(x, u') f_1(u' \rightarrow u) du', \\ Q(x) &= \int v_f(u') \Sigma_f(u') \phi(x, u') du', \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中： $f_0(u' \rightarrow u)$ ， $f_1(u' \rightarrow u)$ 表示散射指示函数展开的零次项和一次项； $S(u)$ 表示裂变谱； ϕ, J 表示中子通量和中子流； $\Sigma(u)$ ， $\Sigma_s(u)$ ， $\Sigma_f(u)$ 表示总截面、散射截面及裂变截面。

在裸堆中可假定空间、能量变数能分离，空间部分满足波动方程，即

$$\begin{aligned} \nabla^2 \phi(x) + B^2 \phi(x) &= 0, \\ J(x, u) &= -D \nabla \phi(x, u). \end{aligned}$$

代入(1)式，消去空间变数，得到仅含能量变数的方程，即

$$\left. \begin{aligned} BJ + \Sigma \phi &= \int \Sigma_s(u') \phi(u') f_0(u' \rightarrow u) du' + S(u), \\ -\frac{1}{3} B \phi + \Sigma J &= \int \Sigma_s(u') J(u') f_1(u' \rightarrow u) du'. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

此即 P_1 近似下计算能谱的方程。按此算出能谱并且定义出平均截面之后，少羣（三羣）方程可写为

$$\left. \begin{aligned} -D_1 \nabla^2 \phi_1 + \Sigma_{s11} \phi_1 + \Sigma_{a1} \phi_1 &= \frac{\chi_1}{k_{\text{有效}}} \left(\sum_{i=1}^3 v_i \Sigma_{f_i} \phi_i \right), \\ -D_2 \nabla^2 \phi_2 + \Sigma_{s12} \phi_2 + \Sigma_{a2} \phi_2 &= \Sigma_{s11} \phi_1 + \chi_2 \frac{1}{k_{\text{有效}}} \left(\sum_{i=1}^3 v_i \Sigma_{f_i} \phi_i \right), \\ -D_3 \nabla^2 \phi_3 + \Sigma_{s13} \phi_3 &= \Sigma_{s12} \phi_2, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中： ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 表示快羣、热上羣、热羣的积分通量； Σ_{a2} 为包括共振吸收与其它吸收的截面； Σ_{s1i} 表示慢化至 $i+1$ 羣的截面； χ_i 表示裂变中子在 i 羣的份额。根据少羣平均截面（如吸收截面）的定义，

$$\bar{\Sigma}_a = \frac{\int \Sigma_a(u) \phi(u) du}{\int \phi(u) du} \quad \text{或} \quad \bar{\Sigma}_a \int \phi(u) du = \int \Sigma_a(u) \phi(u) du,$$

这保证了反应率不变，故无论羣的数目是多少，计算出的有效增殖因子 $k_{\text{有效}}$ 都应该是相同的。有效增殖因子为

$$k_{\text{有效}} = \sum_{i=1}^3 v_i \Sigma_{f_i} \phi_i, \quad (4)$$

其中 ϕ_i 是由方程(3)决定的第 i 羣的积分通量。计算 ϕ_i 时要利用如下方程：

$$\nabla^2 \phi_i + B^2 \phi_i = 0,$$

式中 B^2 为几何曲率。方程组(3)的截面都是按能谱平均过的。对于裸堆临界条件的计算，可

代入实验的 B^2 值计算 $k_{\text{有效}}$, 并视其与 1 的偏离决定 B^2 的计算值与实验值的偏离程度。如计算带反射层反应堆的临界条件, 则方程组(3)作为活性区方程, 各截面 ($\Sigma_{\text{el}}, \Sigma_a$ 等)仍按等效裸堆能谱平均得到。

四、能谱及平均截面的计算

裸堆慢化能谱的计算, 除前一节叙述的 P_1 近似方法外, 还有其它的计算方法。关于这些方法的实质、近似程度、适用范围的讨论可参看文献[7]。这里只叙述本工作用到的 $B_0-\Sigma_{\text{输运}}$ 方法。

我们从包含空间、能量的积分方程出发, 假定散射各向同性, 则玻尔兹曼积分微分方程可写成如下形式(忽略吸收):

$$F(x, u) = \int d\mathbf{x}' \left[S(\mathbf{x}', u) + \int du' F(\mathbf{x}', u') f(u' \rightarrow u) \right] \Sigma(u) \frac{\exp[-\Sigma(u)|x - \mathbf{x}'|]}{4\pi|x - \mathbf{x}'|^2}, \quad (5)$$

式中: $F(x, u)$ 表示碰撞密度; $S(\mathbf{x}', u)$ 为裂变源; $\Sigma(u)$ 表示总截面; $f(u' \rightarrow u)$ 表示散射指示函数。又

$$K(x, \mathbf{x}') = \frac{\Sigma e^{-\Sigma|x - \mathbf{x}'|}}{4\pi|x - \mathbf{x}'|^2} \quad (6)$$

为单次碰撞慢化核。它的傅里叶变换即是不漏失几率:

$$P(B) = \frac{\Sigma}{B} \tan^{-1} \frac{B}{\Sigma}. \quad (7)$$

由反应堆理论的第一及第二基本定理, 如果 $\psi(x)$ 满足波动方程

$$\nabla^2 \psi(x) + B^2 \psi(x) = 0,$$

则有

$$\int K(x, \mathbf{x}') \psi(\mathbf{x}') d\mathbf{x}' = P(B) \psi(x). \quad (8)$$

对方程(5)作空间、能量变数分离, 再利用关系式(8), 则方程(5)变为

$$F(u) = P(u)S(u) + P(u) \int F(u')f(u' \rightarrow u) du', \quad (9)$$

将公式(7)代入上式, 则可将上式写成扩散型方程:

$$\left(\frac{B}{\tan^{-1} \frac{B}{\Sigma}} - \Sigma \right) \phi(u) + \Sigma(u) \phi(u) = \int \Sigma_s(u') \phi(u') f(u' \rightarrow u) du' + S(u). \quad (10)$$

如考虑到散射各向异性, 在漏失项中用输运截面代替总截面, 则方程(10)变为

$$\left(\frac{B}{\tan^{-1} \frac{B}{\Sigma_{\text{输运}}}} - \Sigma_{\text{输运}} \right) \phi(u) + \Sigma(u) \phi(u) = \int \Sigma_s(u') \phi(u') f(u' \rightarrow u) du' + S(u). \quad (11)$$

这种作法的实质在于, 在 B_1 近似中取 $l = 0$, 即相当于 B_0 近似。也就是说, 在通量角分布上面没有作近似, 在散射函数展开式中只取了一项, 即作了散射各向同性的假定, 然后在漏失项中用输运截面代替了总截面。因此, 我们将这种方法叫做 $B_0-\Sigma_{\text{输运}}$ 方法。这种方法早由沃克伦特 (Okrent) 等人用在快中子反应堆的计算中^[8]。不过文献[8]中没有指明方程式(11)的由来。

对单能情形, 各向异性散射改正可以借用 P_1 近似的结果, 即用 $\Sigma_{\text{输运}}$ 代替 Σ 。作这种代替后, 与严格考虑各向异性散射时所得结果一样^[9]。

对包含能量变数的波尔兹曼方程，考虑各向异性散射改正时，不能导出这种简单的代替。因为用运输截面 $\Sigma_{\text{运输}}$ 代替总截面 Σ 来考虑介质的各向异性散射，只有在中子经过多次碰撞时才成立。因此，这种代替对单能情形是正确的；对于有能量变化的系统，中子与重核碰撞，平均每次损失能量很小，在每一能羣间隔（按整个慢化过程分成许多羣）内要碰很多次才慢化至下一能羣，故将每羣看成单能而不致引入多大的误差。对氢来说就不同了，每次碰撞损失能量很大，在每一能羣间隔内平均发生不到一次碰撞，故对含氢系统这种代替是不成立的。

我们在实际计算中采用了方程(11)，仍然借用单能情况下对非各向同性散射的改正办法，即用 $\Sigma_{\text{运输}}$ 代替 Σ 。这种代替的结果是将各向异性增大了，从而过高估计了扩散系数 D 的值。这就是用这种方法可能导致的误差。

实际计算时方程(11)需化成多羣方程形式，然后用数值计算法解出 $\phi(u)$ ，再用能谱 $\phi(u)$ 来平均截面。多羣方程为

$$\left(\frac{\frac{B}{\tan^{-1} \frac{B}{\Sigma_{\text{运输}}}} - \Sigma_{\text{运输}}}{\Sigma_{\text{运输}}} \right) \phi_i + \Sigma_{ai} \phi_i + \Sigma_{sl} \phi_i = \sum_{\lambda=1}^{i-1} \Sigma_{sl} \lambda \rightarrow i \phi_\lambda + S_i. \quad (12)$$

这里：

$$\phi_i = \int_{u_{i-1}}^{u_i} \phi(u) du; \quad S_i = \int_{u_{i-1}}^{u_i} S(u) du.$$

关于方程(11)的解法及方程组(3)中少羣截面的平均方法参看附录一、二。

尽管可用不同的方法计算能谱，但化为少羣方程组时仍然采用(3)式的形式，只是少羣常数对不同方法有不同的平均方式罢了。

五、等效裸堆的临界計算

前一节叙述的慢化能谱及少羣平均截面的计算只解决了热上部分的羣常数。而要进行临界计算，这还是不够的。因为慢化与热能化机构不一样，热羣常数应该用不同的方法处理。即便是热上问题，前节也没有完全解决，共振吸收计算需单独处理，快增殖也还有非均匀问题。

我们分析了两种反应堆，共八个结构（变换水铀比），下面分别加以叙述。

1. 共振吸收的处理

均匀共振吸收是按照文献[11]中给出的公式(31-3)和(62-3)进行计算的。公式(31-3)是窄共振近似，公式(62-3)是宽共振近似。推导这两个公式时都忽略了相干散射。共振参数取自文献[10]。这里因处理的是高加浓铀水反应堆(93%)，故只要计算 U^{235} 的每个共振峯的有效共振积分就够了。

有了单个峯的有效共振积分($I_{\text{有效}}$)后，利用关系式

$$\sigma_{ai} = \frac{\sum_{j=1}^n (I_{\text{有效}})_j}{\Delta u_i}, \quad (13)$$

就可求出相当的吸收截面 σ_{ai} 。(13)式中： Δu_i 为第 i 羣的勒间隔； $\sum_{j=1}^n (I_{\text{有效}})_j$ 表示，如在第 i 羣中有 n 个共振峯，则将有效共振积分全加起来。这样一来， σ_{ai} 就可象平滑（非共振）吸收一样用在能谱及平均截面的计算中了。

2. 热羣常数的计算

计算热中子能谱时,将活性区看作是均匀介质,并利用了单原子气体模型。具体计算是根据文献[12]提供的方法和参数进行的。

非均匀反应堆中单个柵胞的不利因子是按照文献[13]中提供的方法进行计算的。这个方法是阿姆雅耳(Amouyal)方法的推广,在一定范围内其结果与 P_3 近似计算结果是一致的。

3. 等效裸堆临界计算结果

采用前述方法对不同结构计算出能谱、平均截面、共振吸收以及热羣常数后,综合起来就得到一套少羣常数,从而就可计算等效裸堆的临界问题了。热上部分的全部基本截面数据取自文献[10]。

我们用以上方法计算了一个铀水零功率反应堆的四个不同水铀比情形,其结果如表1所示。

又用以上方法计算了高加浓铀水反应堆的四个不同结构。原始数据取自文献[14]。这里,由于实验测量数据仅给出临界大小,没给出临界几何曲率 B^2 ,故由等效裸堆计算只能得到少羣平均截面,给带反射层反应堆的临界计算准备活性区参数。由于等效裸堆的临界计算无直接实验数据比较,故未列出其计算结果。

表1 铀水零功率反应堆 $k_{\text{有效}}$ 的计算结果

N_H/N_{U}^*	72	158	260	524
两羣	0.986	1.014	0.999	1.015
三羣	0.985	1.015	1.000	1.016
四羣	0.987	1.015	0.999	1.014

* 表示氢原子数与 U^{235} 原子数之比。

在计算表1中的 $k_{\text{有效}}$ 时,用了实验测得的 B^2 值。计算得的 $k_{\text{有效}}$ 值与1的偏离,即表示计算结果与实验的偏差。从计算结果来看, $k_{\text{有效}}$ 最大偏差不超过1.5%。换算至临界质量的最大误差约6.7%。可以说裸堆的临界计算结果是比较满意的。

我们在第三节中谈到,无论羣数目多少,计算得到有效增殖因子 $k_{\text{有效}}$ 都应该相同。表1的两羣、三羣、四羣情况的计算结果相同,这从实际计算上证实了前述看法的正确性。

虽然等效裸堆的临界计算已给出了比较好的结果,但这里还可能有 B^2 的测量值不准确的问题。带反射层反应堆的临界计算,可直接与实验数据比较求出临界质量,不必知道 B^2 。当然,这又引进了反射层能谱计算及羣常数平均的问题。

我们分析的高加浓铀水反应堆,实验测量根本沒有给出 B^2 值,故必须进行带反射层反应堆的临界计算。

六、带反射层反应堆的临界計算

以上叙述的裸堆能谱的计算及羣常数的平均只适用于活性区。反射层的能谱及羣常数还必须重新计算。

1. 反射层能谱及羣常数的计算

我们采用了一种简单的计算反射层能谱的方法。将反射层当成无限大水介质（实际反射层为半无限介质），再利用无限大氢介质的慢化方程进行计算：

$$\Sigma(u)\phi_r(u) = S(u) + \int_0^u \phi_r(u') \Sigma(u') e^{-(u-u')} du',$$

其中源项用活性区漏失谱代替，即

$$S(u) = D(u)B^2\phi_c(u).$$

此方程的解为

$$\phi_r(u) = \frac{D(u)B^2\phi_c(u)}{\Sigma(u)} + \frac{\int_0^u D(u')B^2\phi_c(u') du'}{\Sigma(u)}. \quad (14)$$

考虑到水中的氧还要起慢化作用，公式(14)应改为

$$\phi_r(u) = \frac{D(u)B^2\phi_c(u)}{\Sigma(u)} + \frac{\int_0^u D(u')B^2\phi_c(u') du'}{\xi\Sigma(u)}. \quad (15)$$

公式(14)、(15)没有计及到吸收。具体计算是采用公式(15)进行的。再用这样算出来的能谱去平均反射层的羣常数。扩散系数是按照文献[7]中由 P_1 近似倒推出来的 $D(u)$ ，并按公式(15)算出的 $\phi_r(u)$ 平均的。其它截面的平均方法与活性区情况相同。

实际上，反射层能谱随位置变化。上述计算方法是相当近似的。不过，临界质量对反射层常数变化的反应不如活性区灵敏，用这种近似还是可以的。严格的计算需用多羣差分方法算出反射层能谱随空间的变化。

2. 计 算 结 果

有了活性区与反射层羣常数，就可以计算带反射层反应堆的临界质量与通量分布了。为了简单起见，我们只计算了两羣临界质量和通量分布。计算中用到了如下形式的两羣方程。
活性区：

$$\left. \begin{aligned} -D_{1c}\nabla^2\phi_{1c} + (\Sigma_{s1c} + \Sigma_{a1c})\phi_{1c} &= \frac{1}{k_{\text{有效}}}(\nu\Sigma_{f1c}\phi_{1c} + \nu\Sigma_{f2c}\phi_{2c}), \\ -D_{2c}\nabla^2\phi_{2c} + \Sigma_{a2c}\phi_{2c} &= \Sigma_{s1c}\phi_{1c}; \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

反射层：

$$\left. \begin{aligned} -D_{1r}\nabla^2\phi_{1r} + (\Sigma_{s1r} + \Sigma_{a1r})\phi_{1r} &= 0, \\ -D_{2r}\nabla^2\phi_{2r} + \Sigma_{a2r}\phi_{2r} &= \Sigma_{s1r}\phi_{1r}. \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

方程(16)、(17)中的两羣常数分别由活性区及反射层能谱平均得到。具体计算时采用分离变数法，这就将两维问题化成了一维问题。计算中用中子通量连续和中子流连续作为边界条件。

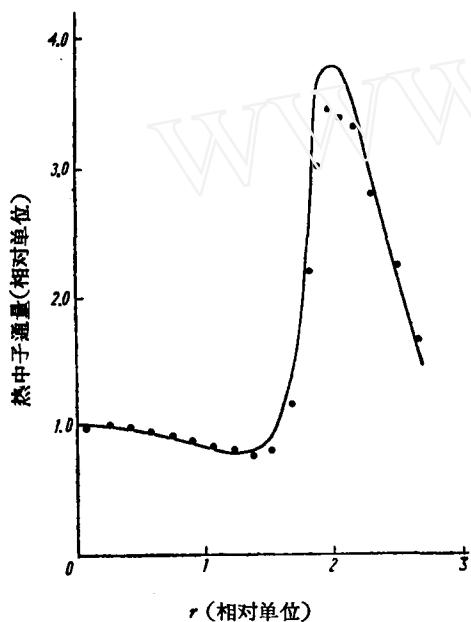
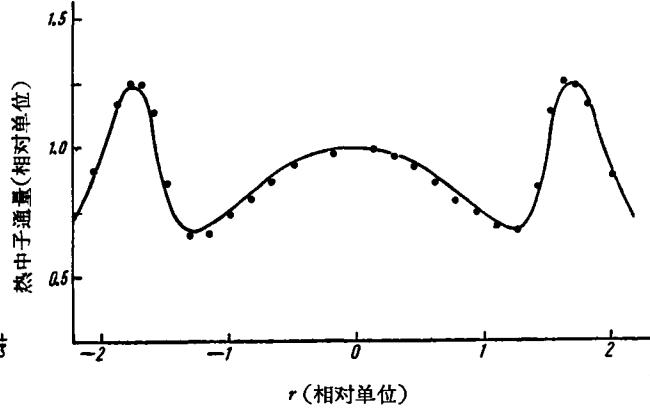
实际计算中用两羣差分方法进行迭代，找出方程(16)中 $k_{\text{有效}} = 1$ 时的临界尺寸。计算是在电子计算机上进行的。计算给出了临界质量与通量分布。

表 2 给出了临界质量的计算结果与实验结果的比较。从计算结果看来，是相当令人满意的。临界质量的计算值与实验值的偏差最大不超过 5%。

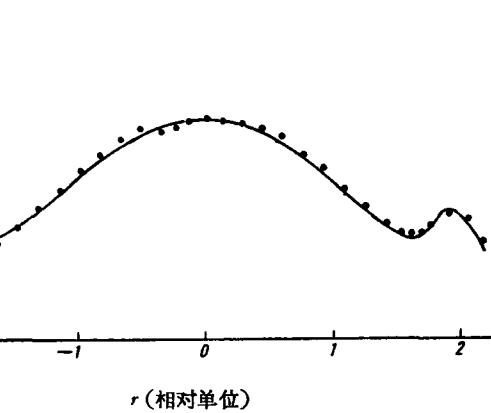
图 2 至图 4 给出了三个方案的通量分布的计算结果与实验结果的比较。计算结果与实验结果的符合程度也是令人满意的。

表2 高加浓铀水反应堆临界计算结果

N_H/N_5	52	119	290	499
$H_{\text{实}}$, 厘米	38.5	51.9	39.4	34.5
$2R_{\text{实}}$, 厘米	16.51	16.51	20.32	25.4
$2R_{\text{计}}$, 厘米	16.57	16.83	20.56	25.60
临界质量偏差, %	+0.72	+3.9	+2.3	+1.6

图2 $\frac{N_H}{N_5} = 72$ 时的热中子通量分布图3 $\frac{N_H}{N_5} = 260$ 时的热中子通量分布

实线——理论计算曲线；●——实验点。

图4 $\frac{N_H}{N_5} = 524$ 时的热中子通量分布

实线——理论计算曲线；●——实验点。

七、結論

原打算采用简单的模型,经少量计算又不凑实验数据,而得出较好的结果。前面的计算结果及与实验结果的比较表明,工作达到了预期的目的。本文的 $B_0-\Sigma_{\text{慢}}^{\text{远}}$ 方法适用于铀水零功率反应堆与高加浓铀水反应堆的各个水铀比情形。

这里计算与实验的比较是综合性的。本工作仅研究了慢化过程,其它如共振吸收、热羣常数等在这里未予研究。计算值与实验值符合得好,很可能是一些因素互相抵消的结果,分不清那个因素是引起误差的主要原因。但我们分析了两种反应堆的多个不同铀水比,临界质量的误差最大不超过 5%,结果就不应该是偶然的了。

$B_0-\Sigma_{\text{慢}}^{\text{远}}$ 方法比之 P_1 或 B_1 近似要差一些。这是可以由本方法的近似性,从理论上予以预言的。但这里给出的计算结果是临界质量,没有进行方法间的直接比较。如果还能将一些微观参数(如 U^{235} , U^{238} 的俘获与裂变比等)与实验值进行比较,就更能说明本方法的适用范围了。

我们不但与实验比较了裸堆的临界计算结果,而且还与实验比较了带反射层反应堆的临界质量和通量分布的计算结果。裸堆计算结果和带反射层反应堆的计算结果与实验结果相比的偏差的大小和方向,都是比较一致的,计算的中子通量分布与实验值符合得也很好。这说明本文的计算反射层能谱及羣常数的方法也是适用的,边界条件的用法也是合适的。

* * *

朱廷章、周桂芳两位同志参与了部分计算工作,王季祥同志提供了有关共振吸收的计算结果,作者在此一并表示感谢。

附录一、扩散型方程的解

由正文中方程(11)

$$\left(\frac{B}{\tan^{-1} \frac{B}{\Sigma_{\text{慢}}^{\text{远}}}} - \Sigma_{\text{慢}}^{\text{远}} \right) \phi(u) + \Sigma(u) \phi(u) = \int \Sigma_s(u') \phi(u') f(u' \rightarrow u) du' + S(u), \quad (\text{A.1})$$

令

$$\left(\frac{B}{\tan^{-1} \frac{B}{\Sigma_{\text{慢}}^{\text{远}}}} - \Sigma_{\text{慢}}^{\text{远}} \right) = DB^2, \quad (\text{A.2})$$

将氢与非氢同位素分开处理。经推算得到如下的能谱计算公式(详细推导及符号意义见文献[7]的附录)。由(A.1), (A.2) 得

$$DB^2 \phi_n + \Sigma_{yn} \phi_n = b_n, \quad (\text{A.3})$$

$$\Sigma_{yn} = \sum_i (\Sigma_{ai} + \Sigma_{si}) = \Sigma_{an} + \Sigma_{sn},$$

$$b_n = f_n + S_n + \sum_{j=1}^k \left(\sum_{l=1}^{n-1} \phi_l \Sigma_{sl} \right),$$

其中: $\sum_{j=1}^k$ 是对 k 种非氢同位素求和,包括弹性与非弹性慢化;

$$f_n = \alpha_n f_{n-1} + \beta_n \phi_{n-1},$$

$$\alpha_n = \frac{a_n \Delta u_n}{a_{n-1} \Delta u_{n-1}}, \quad a_n = \frac{1 - e^{-\Delta u_n}}{\Delta u_n},$$

$$\beta_n = a_n \Delta u_n a_{n-1} (\Sigma_{SH})_{n-1}.$$

附录二、少羣平均截面的计算公式

1. 弹性散射慢化截面的计算 如图 I, 我们计算第一羣慢化至第二羣(少羣)的截面 σ_{sl1} . E_1 是第一羣下限, E_2 是第二羣下限。

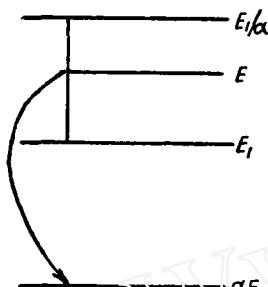


图 I 计算弹性散射慢化截面的示意图

$$\sigma_{sl1} = \frac{\int_{E_1/\alpha}^{E_1} \sigma_s(E) \frac{E_1 - \alpha E}{(1 - \alpha) E} \phi(E) dE}{\int_{E_1}^{E_0} \phi(E) dE}.$$

对于氢介质, $\alpha = 0$, 再换成勒坐标得

$$\sigma_{sl1} = \frac{(e^{-u_1} - e^{-u_2}) \int_{u_1}^0 e^u \sigma_s(u) \phi(u) du}{\int_{u_1}^0 \phi(u) du}.$$

通常, 在少羣划分情况下, $e^{-u_2} \ll e^{-u_1}$, 同时积分变为求和, 故

$$\sigma_{sl1} = \frac{e^{-u_1} \sum_{i=1}^{(I)} \sigma_{si} \phi_i e^{u_i} (1 - e^{-\Delta u_i})}{\sum_i \phi_i \Delta u_i}.$$

求和 $\sum_{i=1}^{(I)}$ 包括第一羣内所有的按多羣划分的能量间隔。

对其它重元素有

$$\sigma_{sl1} = \frac{\xi \sigma_s(u_1) \phi(u_1)}{\sum_i \phi_i \Delta u_i}.$$

2. 非弹性散射慢化截面的计算 各重元素的非弹性慢化截面按下式计算:

$$\sigma_{sl1}^{\text{非弾}} = \frac{\int_{u_1}^0 \sigma_f^{\text{非弾}}(u') \phi(u') f_{\text{非弾}}(u' \rightarrow u) du'}{\int_{u_1}^0 \phi(u') du'},$$

这里计算中用到的非弹性散射截面 $\sigma_f^{\text{非弾}}(u)$ 及指示函数 $f_{\text{非弾}}(u' \rightarrow u)$ 均取自文献[10]。

3. 扩散系数的计算 少羣方程中的扩散系数由多羣方程(11)中的扩散项按能谱平均求得:

$$D = \frac{\int \left(\left(\frac{1}{B \tan^{-1} \frac{B}{\Sigma_{\text{慢}}}} - \frac{\Sigma_{\text{慢}}}{B^2} \right) \phi(u) du \right)}{\int \phi(u) du}.$$

4. 吸收截面和裂变截面 按下式计算:

$$\sigma_a = \frac{\int \sigma_a(u) \phi(u) du}{\int \phi(u) du},$$

$$\sigma_f = \frac{\int \sigma_f(u) \phi(u) du}{\int \phi(u) du}.$$

参考文献

- [1] Г. И. Марчук, Методы расчета ядерных реакторов, Глава 20, 21, Атомиздат, Москва, 1961.
- [2] H. Kouts et al., Proc. Intern. Conf. Peaceful Uses of Atomic Energy, Geneva, 1958, Vol. 12, p. 446.
- [3] H. Bohl et al., WAPD-TM-72 (1957).
- [4] R. W. Deutsch, Reactor Science and Technology, 14, 168 (1961).

- [5] D. Hicks, AEEW-TM-63 (1957).
- [6] P. A. Omberllaro, WAPD-TM-63 (1957).
- [7] 黃錦華, 原子能, 第 4 期, 302 (1965).
- [8] D. Okrent et al., Proc. Intern. Conf. Peaceful Uses of Atomic Energy, Geneva, 1955, vol. 5, p. 347.
- [9] G. Rakavy, *Nucl. Sci. and Eng.*, 8, 251 (1960).
- [10] A. F. Henry, WAPD-TM-224 (1960).
- [11] L. Dresner, Resonance Absorption in Nuclear Reactor, p. 37, 49, 1960.
- [12] 索長安, 均匀含氯介质热中子参数的计算(未發表).
- [13] 張連貫, 原子能, 第 9 期, 821 (1964).
- [14] G. P. Rutledge, WAPD-TM-244 (1960).

(編輯部收稿日期 1965 年 3 月 13 日)

