

# 核反应堆中子通量密度的广义预测控制方法研究

史小平, 朱奕

(哈尔滨工业大学 仿真中心, 黑龙江 哈尔滨 150001)

**摘要:** 将核反应堆中子动力学系统的数学模型变换成一种受控自回归积分滑动平均(CARIMA)模型, 在此基础上, 提出了中子通量密度的广义预测控制方法。该控制律能有效消除不确定干扰和非线性因素对系统的不良影响, 提高系统的控制精度和动态品质。通过计算机仿真比较, 证明了该方法优越于古典控制方法。

**关键词:** 核反应堆; 中子通量密度; 广义预测控制; 计算机仿真

**中图分类号:** TL361      **文献标识码:** A      **文章编号:** 1000-6931(2003)04-0340-05

## Study on Generalized Predictive Control for the Neutron Flux Density of the Nuclear Reactor

SHI Xiao-ping, ZHU Yi

(Simulation Center, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

**Abstract:** The mathematical model of the neutron dynamic system of the nuclear reactor is transformed into a sort of controlled auto-regressive integrated moving average (CARIMA) model. A generalized predictive control method for the neutron flux density is developed. This new control strategy can efficiently eliminate the influence of uncertain perturbations and non-linearity and can enhance control precision and dynamic qualities of the system. The advantages over the classical control methods are demonstrated by computer simulation.

**Key words:** nuclear reactor; neutron flux density; generalized predictive control; computer simulation

在核电站运行过程中, 研究堆控制系统的主要作用是确保反应堆中子通量密度在设定值上运行。核反应堆中子动力学系统严格地说是一个带有诸多不确定干扰因素的分布参数系统, 即便是经过简化的点堆动力学模型也是比较复杂的非线性系统, 还要受到外中子源的干扰。利用近似线性化所得传递函数模型来设

计PID(比例-积分-微分)控制器, 是目前大多数核电站所采用的中子通量密度恒值问题的古典控制方法。但因模型的精度较差, 因而, 控制效果不理想。

本文对中子动力学模型进行适当的处理, 将非线性及外干扰因素归结为一种白噪声干扰, 从而将其数学模型变换成一种受控自回归

收稿日期: 2002-05-20; 修回日期: 2002-06-25

作者简介: 史小平(1965—), 男, 浙江宁波人, 研究员, 博士, 自动控制专业

积分滑动平均(CARIMA)模型。这是一种差分方程数学模型,便于控制律的数字计算机实现,而且,更主要的是便于广义预测控制律的设计。广义预测控制具有自适应控制的特点,且采用多步预测、滚动优化和反馈校正等策略,非常适合于工业过程控制,能有效消除不确定干扰和非线性因素对系统的影响,使系统的稳态精度和动态品质大为提高。因此,本工作在核反应堆中子动力学系统的 CARIMA 模型的基础上,设计中子通量密度的一种广义预测控制律,并与古典控制方法进行比较。

### 1 核反应堆中子动力学系统的数学模型

核电站的研究堆控制系统一般由检测装置、控制器、控制棒驱动机构和反应堆中子动力学等部分组成(图 1)。图中:  $\phi_0$  为外中子源每秒产生的中子数,是系统的干扰量;  $\rho$  为控制棒移动所引起的反应性变化量、慢化剂温度变化系数和核燃料温度变化系数的总和,是系统的控制信号;  $\phi$  为中子通量密度,是系统的被控制量;  $\phi_0$  为中子通量密度的定值信号。

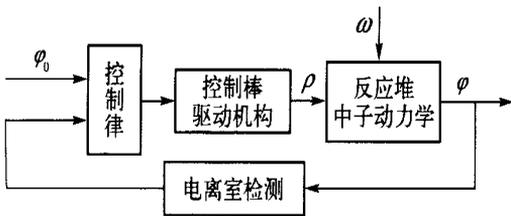


图 1 研究堆控制系统结构图  
Fig. 1 Structure diagram of the nuclear reactor control system

核反应堆点堆动态方程<sup>[1]</sup>可描述为

$$\frac{d\phi}{dt} = -\frac{\phi}{l} + \sum_{i=1}^n \lambda_i c_i \phi \quad (1)$$

$$\frac{dc_i}{dt} = -\lambda_i c_i \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (2)$$

$$\lambda_i = \lambda_i \quad (3)$$

式中:  $l$  为中子一代时间(s);  $t$  为时间变量(s);  $\lambda_i$  与  $\lambda_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) 分别为相应各组的缓发中子份额及衰变常量( $s^{-1}$ );  $c_i$  为第  $i$  组(共有  $n$  组)缓发中子先驱核数;  $\omega$  为  $\omega$  ( $i = 1, 2, \dots,$

$n$ )的总和。

从上式可见:点堆数学模型是一带不确定干扰的  $n + 1$  阶非线性系统。

控制的目的是将反应堆中子通量密度控制在一个定值  $\phi_0$  上。这是  $\phi$  的恒值控制问题,  $\phi_0$  为输入信号。本工作主要研究设计图 1 中的控制律部分。

对式(1)进行适当整理,且假设各组中子衰变常量  $\lambda_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ )的平均值为  $\bar{\lambda}$ ,即  $\bar{\lambda} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \lambda_i$ ,则式(1)、(2)可分别改写为

$$\frac{d\phi}{dt} = -\frac{\phi}{l} + \sum_{i=1}^n c_i \phi + \bar{\lambda} \phi \quad (4)$$

$$\frac{dc_i}{dt} = -\lambda_i c_i \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (5)$$

式中:  $\bar{\lambda} \phi = \frac{(\bar{\lambda} - \lambda_i)\phi}{l}$  表示非线性和干扰的综合作用项。

式(4)两边对  $t$  求导数得

$$\frac{d^2\phi}{dt^2} = -\frac{d\phi}{dt} + \sum_{i=1}^n \frac{dc_i}{dt} \phi + \frac{\phi}{l} \frac{d\bar{\lambda}}{dt} + \frac{d\bar{\lambda}}{dt} \phi \quad (6)$$

将式(5)所表示的  $n$  个方程式相加,同时考虑到式(3),可得

$$\sum_{i=1}^n \frac{dc_i}{dt} = -\sum_{i=1}^n \lambda_i c_i \quad (7)$$

将式(7)代入式(6)得

$$\frac{d^2\phi}{dt^2} = -\frac{d\phi}{dt} - \left( -\frac{\phi}{l} + \sum_{i=1}^n c_i \phi \right) + \frac{\phi}{l} \frac{d\bar{\lambda}}{dt} + \frac{d\bar{\lambda}}{dt} \phi \quad (8)$$

将式(4)代入式(8)得

$$\frac{d^2\phi}{dt^2} = -\left( \frac{\phi}{l} + \bar{\lambda} \phi \right) \frac{d\phi}{dt} + \frac{\phi}{l} \frac{d\bar{\lambda}}{dt} + \frac{d\bar{\lambda}}{dt} \phi \quad (9)$$

式中:  $\frac{d\phi}{dt} + \bar{\lambda} \phi$  可视为白噪声干扰。

将式(9)离散化,整理后可得

$$\begin{aligned} & \phi(k) + \frac{T+lT-2l}{l} \phi(k-1) + \\ & \frac{l-T-lT}{l} \phi(k-2) = \frac{\phi_0 T + \phi_0 T^2}{l} \cdot \\ & \left[ (k-1) - \frac{\phi_0 T}{l} (k-2) + T^2 (k-1) \right] \end{aligned} \quad (10)$$

式中:  $T$  为采样周期(s);整数  $k$  为  $t = kT$  时

刻,整数  $k - 1$  为  $t = (k - 1) T$  时刻,以此类推,下文中出现的情况也是如此。

由式(10)可导出下述 CARIMA 模型:

$$A(z^{-1}) (k) = B(z^{-1}) (k - 1) + M(z^{-1}) (k) / \quad (11)$$

式中:  $A(z^{-1}) = 1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}$ ,  $B(z^{-1}) = b_0 + b_1 z^{-1}$ ,  $M(z^{-1}) = m_1 z^{-1} + m_2 z^{-2}$ , 它们均为  $z^{-1}$  的多项式;  $z^{-1}$  为离散系统的后移算子;  $\Delta = 1 - z^{-1}$  为差分算子; 其中, 系数  $a_1 = \frac{T+1}{l} - \frac{T-2l}{l}$ ,  $a_2 = \frac{l-T-1}{l}$ ,  $b_0 = \frac{0T+1}{l}$ ,  $b_1 = -\frac{0T}{l}$ ,  $m_1 = T^2$ ,  $m_2 = -T^2$ 。

### 2 中子通量密度的广义预测控制律设计

针对 CARIMA 模型(11), 要求设计输入信号序列  $(k)$ , 使得性能指标

$$J = \overline{E} \left\{ \sum_{j=1}^N [ (k+j) - 0 ]^2 + \sum_{j=1}^N [ (k+j-1) ]^2 \right\} \quad (12)$$

达到最小, 其中:  $\overline{E}$  为数学期望;  $N$  为输出预测时域长度;  $N$  为输入预测时域长度, 且  $N < N$ ;  $> 0$  为加权实系数。式(12)的第 1 项表示让中子通量密度充分逼近其定值  $0$ , 第 2 项表示让反应性变化量的总和尽量小, 或者说尽量减少反应堆控制棒的移动, 这是一种节能的标志。当取  $= 0$  时, 表示对控制棒的移动不加任何约束。从式(12)还可看出: 用广义预测控制方法求得输入序列  $(k)$  的每一步增量序列  $(k)$ , 它们的关系为  $(k) = (k-1) + (k)$ 。从当前时刻  $k$  起预测增量序列受到输入预测时域的限制, 即  $(k+j) = 0, (j = N, N+1, \dots, N)$ 。

引入 Diophantine 方程<sup>[2]</sup>为

$$M(z^{-1}) = E_j(z^{-1}) A(z^{-1}) + z^{-j} F_j(z^{-1}) \quad (13)$$

$$E_j(z^{-1}) B(z^{-1}) = G_j(z^{-1}) M(z^{-1}) + z^{-j} H_j(z^{-1}) \quad (14)$$

其中:  $j = 1, 2, \dots, N$ ;  $\deg E_j = j - 1$ ;  $\deg F_j = 2$ ;  $\deg G_j = j - 1$ ;  $\deg H_j = 1$ ,  $\deg$  表示多项式的次数。

式(13)、(14)的多项式解在形式上为  $E_j(z^{-1}) = e_0 + e_1 z^{-1} + \dots + e_{j-1} z^{-j+1}$ ,  $F_j(z^{-1}) = f_0 +$

$f_1 z^{-1} + f_2 z^{-2}$ ,  $G_j(z^{-1}) = g_0 + g_1 z^{-1} + \dots + g_{j-1} z^{-j+1}$ ,  $H_j(z^{-1}) = h_0 + h_1 z^{-1}$ , 以上 4 个多项式的各个系数是真正的待定解。

利用式(11)、(13)和(14)可得系统的输出预测向量形式

$$= G + F^f(k) + H^f(k-1) + E$$

其中:

$$= [ (k+1), (k+2), \dots, (k+N) ]^T;$$

$$= [ (k), (k+1), \dots, (k+N-1) ]^T;$$

$$F = [ F_1(z^{-1}), F_2(z^{-1}), \dots, F_N(z^{-1}) ]^T;$$

$$H = [ H_1(z^{-1}), H_2(z^{-1}), \dots, H_N(z^{-1}) ]^T;$$

$$E = [ E_1(z^{-1}) (k+1), E_2(z^{-1}) (k+2), \dots,$$

$$E_N(z^{-1}) (k+N) ]^T;$$

$$f(k) = \frac{(k)}{M(z^{-1})};$$

$$f(k) = \frac{(k)}{M(z^{-1})};$$

$$G = \begin{bmatrix} g_0 & & & 0 \\ g_1 & g_0 & & \\ \vdots & & & \\ g_{N-1} & g_{N-2} & \dots & g_0 \\ \vdots & & & \\ g_{N-1} & g_{N-2} & \dots & g_{N-N} \end{bmatrix}$$

式(12)也可写成向量形式

$$J = \overline{E} [ ( - 0 )^T ( - 0 ) + \dots ] \quad (16)$$

式中:  $0 = [ 0, 0, \dots, 0 ]^T$ 。

将式(15)代入式(16), 并令  $\frac{\partial J}{\partial} = 0$ , 可得到

控制律为

$$= ( G^T G + I )^{-1} G^T [ 0 - F^f(k) - H^f(k-1) ] \quad (17)$$

式中:  $I$  为  $N \times N$  单位矩阵。

记矩阵  $( G^T G + I )^{-1} G^T$  的第 1 行为  $p = [ p_1, p_2, \dots, p_N ]$ , 且定义多项式  $P(z^{-1}) = p_N + p_{N-1} z^{-1} + \dots + p_1 z^{-N+1}$ , 则广义预测控制律为

$$(k) = P(z^{-1}) 0 - 1(z^{-1}) f(k) - 2(z^{-1}) f(k-1) \quad (18)$$

式中:  $1(z^{-1}) = \sum_{j=1}^N p_j F_j(z^{-1})$ ;  $2(z^{-1}) = \sum_{j=1}^N p_j H_j(z^{-1})$ 。

根据文献[2],可求得 Diophantine 方程解的递推形式

$$\begin{cases} e_j = f_0^j \\ f_0^{j+1} = f_1^j - (a_1 - 1)f_0^j \\ f_1^{j+1} = f_2^j - (a_2 - a_1)f_0^j \\ f_2^{j+1} = a_2 f_0^j \\ h_0^{j+1} = h_1^j - b_1 h_0^j / b_0 - m_1 g_j \\ h_1^{j+1} = -m_2 g_j \\ g_j = b_0 \end{cases} \quad (19)$$

其中:初始值  $f_0^1 = m_1; f_1^1 = m_2; f_2^1 = 0; e_0 = 0;$   
 $g_0 = b_0; h_0^1 = -m_1 b_0; h_1^1 = -m_2 b_0。$

### 3 计算机仿真

选择下列实际系统参数<sup>[3]</sup>:  $n = 2, \tau_1 = 0.005, \tau_2 = 0.007, \lambda = 0.35 \text{ s}^{-1}, l = 10^{-5} \text{ s}$ ,取采样周期  $T = 0.5 \text{ s}$ ,加权系数  $\alpha = 0.4$ ,取  $t = 0$  时的初值  $\phi(0) = 1.5 \times 10^8 \text{ cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$ ,中子通量密度定值设为  $\phi_0 = 5 \times 10^8 \text{ cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$ ,模拟为  $\phi = 5 \times 10^8 \times (1 + \xi)$ ,而  $\xi$  取为均匀分布在  $[0, 1]$  内的随机数。

根据式(11)、(18),再结合式(19)编制程序进行仿真,结果示于图 2、3 中的曲线 1。

为了比较,对模型(9)(与模型(11)等价)进行简化,即略去干扰项,再设计古典 PID 控制律。其简化后的传递函数  $D(s) =$

$$\frac{0.5s + 0}{s^2 + (0.005 + l)s}$$

设计串联校正控制器  $X(s)$ ,使它的闭环成为临界阻尼二阶系统(图 4)。其中:

$$X(s) = \frac{2\zeta\omega_n(s + \omega_n)}{\omega_n^2(s + \zeta\omega_n)^2}, \omega_n \text{ 表示无阻尼自振频率。将该控制器离散化,得}$$

$$\begin{aligned} (k) = & [2 - 2T^2\omega_n^2 - T(\omega_n^2 + 2\zeta\omega_n)](k-1) + \\ & [T(\omega_n^2 + 2\zeta\omega_n) - 1](k-2) + T^2\omega_n^2(\zeta + l) - \\ & \frac{2\zeta l T + T^2\omega_n^2(\zeta + l)}{\omega_n^2} (k-1) + \\ & \frac{2\zeta l T}{\omega_n^2} (k-2) \end{aligned} \quad (20)$$

取  $\zeta = 6$ ,且在同样的参数、干扰和初始条件下,根据式(10)(略去最后一项  $T^2(k-1)$ )和式(20)编制程序进行仿真,结果示于图 2、3 的曲线 2。

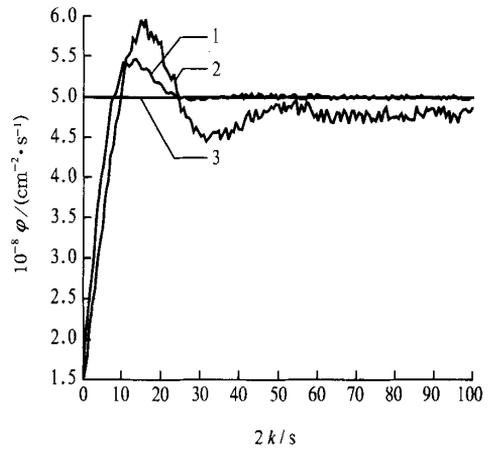


图 2 中子通量密度的时域响应

Fig. 2 Time domain response of the neutron flux density

- 1——广义预测控制律作用下的中子通量密度;
- 2——古典 PID 控制律作用下的中子通量密度;
- 3——中子通量密度定值

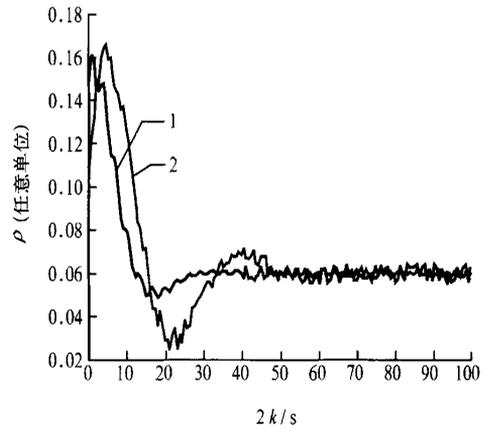


图 3 反应性的变化过程

Fig. 3 Variation process of the reactivity

- 1——广义预测控制律作用下的反应性变化;
- 2——古典 PID 控制律作用下的反应性变化

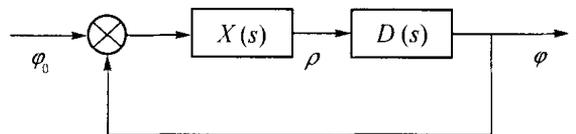


图 4 古典 PID 控制器方块图

Fig. 4 Block diagram of the classical PID controller

从图 2、3 可看出:虽存在干扰,但在广义预测控制律的作用下,中子通量密度仍可较为

平稳地纠正初始偏差 ( $3.5 \times 10^8 \text{ cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$ ), 系统的超调量小于 10%, 过渡过程时间约为 20 步 (10 s), 反应性变化量较 PID 控制为平和。然而, 在同样条件下, 用古典 PID 控制律进行控制时, 效果则不那么理想, 具体表现在: 系统的超调量和过渡过程时间均大于广义预测控制的情形; 出现稳态偏差, 约为  $2 \times 10^7 \text{ cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$ , 这主要是因为是在系统模型中忽略了非线性和干扰项, 使得模型精度下降, 尽管图 4 所示的闭环系统性能比较理想。

#### 4 结论

本文对反应堆中子动力学系统的数学模型

作适当的处理, 提出了中子通量密度的广义预测控制方法, 并与古典 PID 控制方法进行了比较, 结果表明: 该控制策略能有效消除非线性和不确定干扰的中子动力学系统的影响, 使得系统的稳态精度和动态品质均有较大幅度提高, 最终实现了中子通量密度的精确恒定控制。

#### 参考文献:

- [1] 傅龙舟. 核反应堆控制[M]. 北京: 原子能出版社, 1995. 12~34.
- [2] 王伟. 广义预测控制理论及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 1998. 10~27.
- [3] 傅龙舟. 核反应堆动力学[M]. 北京: 原子能出版社, 1988. 10~55.

## 硬 X 射线与 射线探测器物理学

Hard X-ray and Gamma-ray Detector Physics

编者: Ralph B. James. 2001 年美国摄影光学仪器工程师学会出版。

SPIE 硬 X 射线与 射线探测器物理学会议于 2001 年 7 月 30 日至 8 月 1 日在加州的圣地亚哥召开。会议举办者将大会分为了镉锌碲化物 (CZT) X 射线与 射线探测器、闪烁体、成像应用以及低噪声电子学等若干分组会议, 收集论文、讲稿和展板文章共 43 篇。本书是该次会议的论文集。

大会目的是为来自探测器研制和使用单位的科技人员提供机会, 让他们在会上介绍和评价有关 X 射线与 射线探测器的最新成果, 并就各种辐射传感和成像应用的条件进行讨论。会议重点是研讨改进型半导体探测器的发展情况。

该文集的目次如下: 1) CZT 辐射探测器 I; 2) CdTe 汞碘化物辐射探测器; 3) CZT 辐射探测器 II; 4) 汞碘化物与铅碘化物辐射探测器; 5) 成像应用; 6) 空间应用; 7) CZT 辐射探测器 III; 8) 闪烁体、氙和低温探测器; 9) 爆炸探测和脉冲功率。

摘自中国原子能科学研究院《科技信息》