

讲 座

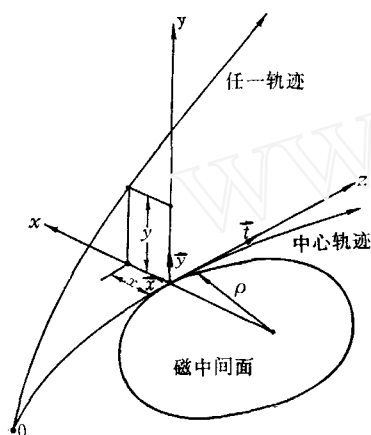
## 高分辨磁谱仪系统设计纲要(上)

阎 辰

本文扼要介绍了用 TRANSPORT 与 RAYTRACE 计算机程序设计高分辨离子光学系统的方法; RAYTRACE 计算的基本物理假设与高次象差的表示方法; 用实测场形进行 RAYTRACE 参数化的方法; 有关运动学效应及其补偿方法。

### 一、离子光学系统的数学描述

图 1 给出曲线坐标系, 任意一条轨迹相对于中心轨迹的径向位移为  $x$ , 横向位移为  $y$ , 向中心轨迹的投影距离为  $t$ 。为定义沿任意轨迹上任一点在空间的位置, 使用下列标准符号定义:



- $x$ ——相对中心轨迹的径向位移;
- $\theta$ ——在径向磁中间面测量的角度;
- $y$ ——相对中心轨迹的横向位移;
- $\phi$ ——在横向平面中测量的角度;
- $\delta$ ——该射线对假设中心线动量的分数偏差。

任一轨迹相对于中心轨迹的偏离可由  $t$  的函数  $x, \theta, y, \phi$  描绘。这些量可以用相对于中心轨迹的五重泰劳展开式表示:

$$\begin{aligned} x(t) &= \sum (x/x^* \theta^\mu y^\lambda \phi^\nu \delta^\chi) x_0^* \theta_0^\mu y_0^\lambda \phi_0^\nu \delta_0^\chi, \\ y(t) &= \sum (y/x^* \theta^\mu y^\lambda \phi^\nu \delta^\chi) x_0^* \theta_0^\mu y_0^\lambda \phi_0^\nu \delta_0^\chi. \end{aligned} \quad (1)$$

图 1 用于计算的曲线坐标系  
( $i, z$ ) 为偏转平面。

$\theta(t)$  与  $\phi(t)$  有相似的表达式。式中括号内部分称为系统的传输系数或矩阵元。设计束流传输系统或高次光学系统就是要找到使象差项最小的诸矩阵元。一次的传输相应于  $\kappa + \mu + \lambda + \nu + \chi = 1$ , 二次传输相应于  $\kappa + \mu + \lambda + \nu + \chi = 2$ , 取中心轨迹为参考射线, 则其常数项  $\kappa + \mu + \lambda + \nu + \chi = 0$ 。

对多单元的磁系统, 系统的一次传输矩阵将是各分立单元的一次传输矩阵的乘积。二次传输矩阵也可用矩阵乘法表示。TRANSPORT 程序<sup>[1]</sup>包括一次传输矩阵运算。一次传输运算对给定约束条件 (constrain) 有自动拟合功能。它也包括手调参数的二次传输计算。直至五次象差系数的高次传输计算由 RAYTRACE 程序<sup>[2]</sup>以数值法完成。

从绝大多数实际情况出发, 可把对象简化为具有中间对称面的光学系统, 如此, 在  $x(t)$  的表达式中, 仅有  $y$  与(或)  $\phi$  为偶方次的矩阵元存在, 即  $n + m$  不是偶数  $x/y^n \phi^m = 0$ 。同理, 在  $y(t)$  表达式中仅有  $y$  与(或)  $\phi$  的奇次方项。则在任意位置  $t = f$  上的径向与横向位移式(1)改写为:

$$\begin{cases} x_r = (x/x)x_0 + (x/\theta)\theta_0 + (x/\delta)\delta_0 + (x/x^2)x_0^2 + (x/x\theta)x_0\theta_0 \\ \quad + (x/\theta^2)\theta_0^2 + (x/y^2)y_0^2 + (x/y\phi)y_0\phi_0 + (x/\phi^2)\phi_0^2 \\ \quad + (x/x\delta)x_0\delta_0 + (x/\theta\delta)\theta_0\delta_0 + (x/\delta^2)\delta_0^2 + \text{高次项}, \\ y_r = (y/y)y_0 + (y/\phi)\phi_0 + (y/xy)x_0y_0 + (y/\theta y)\theta_0y_0 \\ \quad + (y/x\phi)x_0\phi_0 + (y/\theta\phi)\theta_0\phi_0 + (y/y\delta)y_0\delta_0 \\ \quad + (y/\phi\delta)\phi_0\delta_0 + \text{高次项}. \end{cases} \quad (2)$$

这里,  $(x/x) \equiv \frac{\partial x_r}{\partial x_0}$ ,  $(x/\theta) \equiv \frac{\partial x_r}{\partial \theta_0}$ 。一般而言, 任意位移坐标  $(x_r, \theta_r, y_r, \phi_r)$  与初始坐标  $(x_0, \theta_0, y_0, \phi_0)$  间不是解析函数关系, 故无法求出诸系数的解析导数, 通常采用数值解方法求得。

## 二、标准系统的光学表述

一次成像的光学类型, 实际上是反映系统终端焦面上的坐标与靶上初始坐标间的特定关系。如在  $x$  平面上的点-点成像表示  $x_r$  与初始角度  $\theta_0$  无关, 即传输系数  $(x/\theta) = 0$ 。又如平行——点成像即是使终端位移与初始位移无关, 也即  $(x/x) = 0$ 。

可以把一次成像类型种类归纳为表 1。

表 1 一次成像类型

点-点聚焦	$x$ 平面 $y$ 平面	$(x/\theta) = 0$ $(y/\phi) = 0$
平行-点聚焦	$x$ 平面 $y$ 平面	$(x/x) = 0$ $(y/y) = 0$
点-平行聚焦	$x$ 平面 $y$ 平面	$(\theta/\theta) = 0$ $(\phi/\phi) = 0$
平行-平行聚焦	$x$ 平面 $y$ 平面	$(\theta/x) = 0$ $(\phi/y) = 0$
消色差聚焦(Achromatic)	$x$ 平面	$(x/\delta) = 0$ $(\theta/\delta) = 0$

低能核反应磁谱仪通常是标准的双聚焦(Stigmatic)系统, 即在  $x$  与  $y$  两个方向都是点-点聚焦。 $y$  方向的点-点聚焦用于限制焦面上成像高度从而减小探测器窗口尺寸, 这在实际设计中是不容忽视的因素。

对双聚焦系统, (2) 式成为:

$$\begin{cases} x_r = (x/x)x_0 + (x/\delta)\delta_0 + (x/\theta^2)\theta_0^2 + (x/\theta\delta)\theta_0\delta_0 \\ \quad + (x/\phi^2)\phi_0^2 + (x/\delta^2)\delta_0^2 + \text{高次项}, \\ y_r = (y/y)y_0 + (y/\phi\delta)\phi_0\delta_0 + (y/\theta\phi)\theta_0\phi_0 + \text{高次项}. \end{cases} \quad (3)$$

变成无量纲的形式则有:

$$\begin{aligned} x_r/\rho = (x/x)\frac{x_0}{\rho} + (x/\delta)\delta_0 + (x/\theta^2)\theta_0^2 + (x/\theta\delta)\theta_0\delta_0 \\ + (x/\phi^2)\phi_0^2 + (x/\delta^2)\delta_0^2 + \text{高次项}. \end{aligned} \quad (4)$$

系统分辨率定义为使一次象位移一本身宽度所需动量变化的百分数。一次象宽  $\Delta x_r =$

$M_x \Delta x_0$ ,  $M_x \equiv |(x/x)|$  是  $x$  方向放大倍数。 $\delta = \Delta p/p_0$  的动量变化使一次象位移  $\Delta x_s = \rho D \delta$ , 这里  $D \equiv (x/\delta)$  称为动量色散。如此, 一次分辨率为:

$$R_1 = \frac{p}{\Delta p} = \delta^{-1} = \frac{D\rho}{M_x \Delta x_0}. \quad (5)$$

对宽量程磁谱仪,  $D/M_x$  是迴转半径的函数且随  $\rho$  增加而增大, 所以最佳分辨率在高动量端得到。

与动量变化相关的系数  $(x/\delta^2)$  和高次系数  $(x/\delta^n)$  引起色散的非线性。 $(x/\theta\delta)$  与焦面角有关, 即  $z$  轴与焦面法线夹角  $\psi$  可表示为:

$$\tan\psi = -\frac{(x/\theta\delta)}{(\theta/\theta)(x/\delta)}. \quad (6)$$

其高次系数  $(x/\theta\delta^n)$  产生焦面的曲率。

其它与动量变化无关的  $(x/\theta^2)$ ,  $(x/\phi^2)$ ,  $(x/\theta^3)$ ,  $(x/\theta\phi^2)$  诸项是纯几何象差系数。具有相同动量发自靶点的粒子, 成象宽度就受这些系数影响。用  $\Delta x_{ab}$  表示由几何象差造成的象宽, 则对点源的分辨表示为:

$$R_{ab} = \frac{D\rho}{\Delta x_{ab}}. \quad (7)$$

实际上双聚焦仅对中间动量射线可严格实现, 而在动量量程两端是近似的。宽量程磁谱仪必须使  $(y/\phi\delta)$  系数尽量小, 这样才能在全部量程内维持小线度的  $y$  方向象。影响  $y$  方向象宽还有  $(y/\theta\phi)$ , 此项与  $(x/\phi^2)$  项耦合, 在双聚焦系统内  $(x/\phi^2)$  系数很小, 则  $(y/\theta\phi)$  亦很小, 可不予特殊考虑。

### 三、磁多极单元

具有中间对称面的光学系统, 中间面上的磁场分量为:

$$B_y(x, 0, t) = B_y \left| \begin{array}{c} + \frac{\partial B_y}{\partial x} \\ x=0 \\ y=0 \end{array} \right| \cdot x + \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 B_y}{\partial x^2} \left| \begin{array}{c} x=0 \\ y=0 \end{array} \right| \cdot x^2 + \dots, \quad (8)$$

其归纳表式为:

$$B_y(x, 0, t) = B\rho \sum_{n=0}^{\infty} K_n(t) x^n. \quad (9)$$

这里,  $B\rho$  是电荷是  $e$  具有中心动量  $p_0$  的粒子磁刚度。 $K_n(t)$  是单位长度上的多极场强度。对磁单元地域路径积分的多极分量强度为  $S_n$ , 有  $S_n = \int_0^L K_n(t) dt$ ,  $L$  是该元件长度。实用的多极场可由三种方式构成。

1. 纯多极场 具有  $2(n+1)$  个磁极的纯多极单元的标量势为:

$$\phi = \frac{B_0 r^{n+1}}{(n+1)a^n} [\sin(n+1)\theta], \quad (10)$$

这里,  $x = r \cdot \cos\theta$ ,  $B_0$  是磁极端上场强,  $a$  是中心轨迹到磁极的径向距离。把  $\phi$  作为  $x$  与  $y$  的函数求导, 可得:

$$B_y = \frac{\partial \phi}{\partial y} = \frac{B_0}{a^n} [x^n + \dots], \tag{11}$$

$$\left. \begin{aligned} \text{则可得: } K_n &= \left(\frac{B_0}{a^n}\right) \left(\frac{1}{B\rho}\right), \\ S_n &= \left(\frac{B_0}{a^n}\right) \left(\frac{L}{B\rho}\right). \end{aligned} \right\} \tag{12}$$

二极磁铁  $n=0$ , 则  $S_0 = \frac{L}{\rho} = \alpha$ ,  $\alpha$  是中心轨迹的偏转角。四极透镜  $n=1$ ,  $S_1 = \left(\frac{B_0}{a}\right) \left(\frac{L}{B\rho}\right)$ 。六极  $n=2$ , 则有  $S_2 = \left(\frac{B_0}{a^2}\right) \left(\frac{L}{B\rho}\right)$ , 依此类推至高次多磁场。

2. 非均匀场展开式中的多极分量 在中间面上非均匀场的展开为:

$$B_y(x, o, t) = B_y(o, o, t) [1 - nhx + \beta(hx)^2 - \gamma(hx)^3 + \dots]. \tag{13}$$

有  $S_0 = hL$ ,  $S_1 = -nh^2L$ ,  $S_2 = \beta h^3L, \dots$ , 依此类推。

3. 二极磁铁出入口曲边构成的附合多极场 在冲量近似前提下, 即有效边界内  $B_y$  为常量, 以外为零, 把 (9) 式对路程  $t$  积分, 保持  $x$  常量, 则

$$\int_0^L B_y(x, o, t) dt = B\rho \sum x^n \int_0^L K_n(t) dt = B\rho \sum S_n x^n$$

$$\text{场边界 } z = \frac{1}{B_y} \int_0^L B_y(x, o, t) dt = \frac{1}{h} \sum S_n x^n = -x \tan \beta + \frac{S_2}{h} x^2 + \dots, \tag{14}$$

这里  $h = \frac{1}{\rho}$ ,  $\beta$  是出口边界在  $x=0$  处法线对中心轨迹的转角。正  $\beta$  值表示径向散焦而使横向聚焦, 相当于四极场,  $S_1 = -h \tan \beta$ 。边界的一次曲率相应于六极场, 有  $S_2 = \frac{h \sec^3 \beta}{2R}$ ,  $R$  是边界一次曲率半径。场的正六极分量对于正  $x$  值使积分  $\int B dt$  增加, 故在出入口端面的凸曲率表示正六极分量。

#### 四、边缘场的描述

二极磁铁的磁极结构 (场钳, 蛇形铁或自由边界), 磁极曲率, 线圈位置, 极面形状和间隙大小都对边缘场分布有影响。与冲量近似比较, 边缘场有其独特作用:

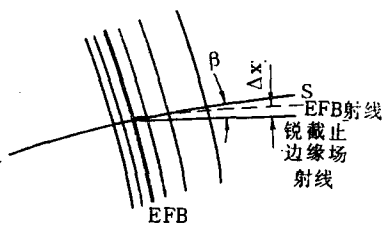


图 2 边缘场在中间平面上的影响

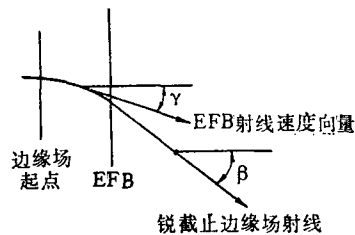


图 3 在边缘场区  $\gamma$  总小于  $\beta$ , 聚焦力减弱

1. 如图 2 所示, 边缘场对中间平面上的运动的影响是使整个射线族平移, 其焦长没变化。位移后的新射线族的场积分未改变, 故一次传输系数与原来的相同。

2. 对偏离中间平面垂直方向运动的影响是使垂直聚焦减弱。边缘场区相当于厚透镜, 在透镜内部离开中心线的位移所受到的正比于此位移的聚焦力渐次减弱, 实际焦长增加,

总聚焦效果减弱。如图 3 所示。

在近轴光学计算中，把边缘场的影响作为转角的修正项考虑，转角传输矩阵可写为：

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\tan \beta}{\rho_0} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\tan(\beta - \psi)}{\rho_0} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$\beta$  是磁极转角， $\rho_0$  是中心轨迹的迴转半径， $\psi$  是边缘场修正项。

$$\psi = K_1 \left( \frac{g}{\rho_0} \right) \left( \frac{1 + \sin^2 \beta}{\cos \beta} \right) \left( 1 - K_1 K_2 \left( \frac{g}{\rho_0} \right) \tan \beta \right), \quad (15)$$




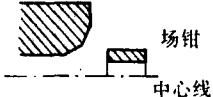
$K_1$  与  $K_2$  是场形状系数，大多数情况  $K_1$  是重要的，

$$K_1 = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{B_y(z) [B_0 - B_y(y)]}{g B_0^2} dz, \quad (16)$$

$B_0$  是均匀区场值， $g$  是气隙尺寸， $z$  是由磁铁出入口到求解点的垂直距离。

TRANSPORT 计算中，给出四种不同磁极端面结构的场形状系数如表 2 所示。

表 2 TRANSPORT 中几种磁极结构的场系数  $K_1, K_2$  值

结构类型	$K_1$	$K_2$	截面图形
线性下降边缘场	$b / 6 g$	3.8	
方形磁极的非饱和磁铁	0.45	2.8	
无场钳的 Rogowski 边界	0.7	4.4	
有场钳的 Rogowski 边界	0.4	4.4	

$b$  是线性边缘区的宽度， $g$  是气隙大小。

RAYTRACE 计算是用数值法解一定场分布形式的运动微分方程，其明显的成功之处在于找到了一个表示边缘场分布的函数形式，并与实测分布精确拟合。在中心平面上：

$$\begin{cases} B/B_0 = h(S) = \left[ \frac{1}{1 + e^S} \right]^n, \\ S = C_0 + C_1 s + C_2 s^2 + \dots + C_5 s^5 \end{cases} \quad (17)$$

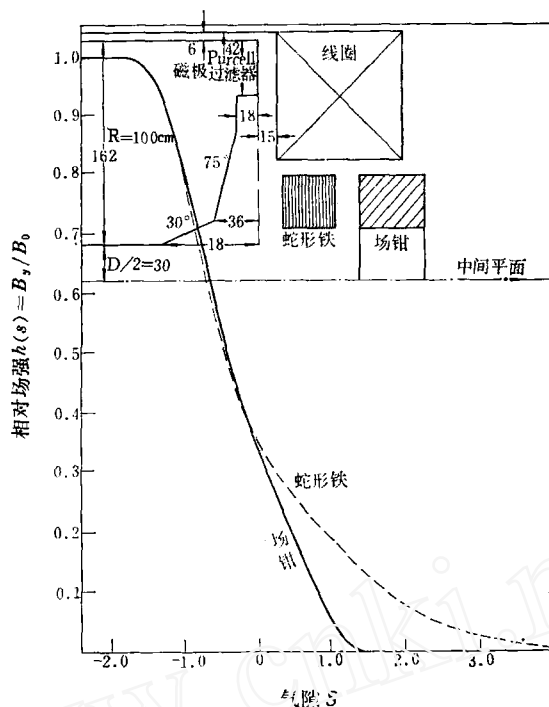


图 4 不同结构的 Rogowski 极端面的边缘场分布  
(17)式各常数项为:

	场钳	蛇形铁
$c_0$	0.2049	0.0295
$c_1$	1.6821	1.8891
$c_2$	-0.5654	-0.0780
$c_3$	0.4004	0.3110
$c_4$	-0.0011	-0.1132
$c_5$	0.1663	0.0102

\* 校后注: 图 4 中磁极端距离 18 cm 应为 78 cm。

场分布系数 $[C_i]$ 可通过对实测数据拟合得出, 亦可由一定结构磁极的静磁计算给出。图 4 给出不同磁极结构的边缘场沿中心平面分布。

## 五、磁谱仪的光学设计过程

### 1. 物理指标

(1) 动量分辨——特定核反应测量对动量谱的精确度要求。

(2) 空间分辨与焦面探测器类型——由焦面探测器的位置分辨来确定磁谱仪的动量色散。正交入射固然对提高探测器位置分辨有益, 但要做到  $\psi=90^\circ$ , 需用很强的六极场去修正与约化  $(x/\theta\delta)$  系数, 其余象差则难以修正, 其结果是系统分辨变劣。所以一般不采用正交入射, 多使焦面角  $\psi$  等于或小于  $45^\circ$ 。

(3) 透射率——相空间接受孔径, 包括接受立体角, 源的尺寸与动量量程。

(4) 一次成象类型——由物理测量特点与探测器类型确定偏转平面与垂直平面的一次象特性。如中间成象的能量损失型磁谱仪在径向平面是点——点聚焦, 在垂直平面则是平行-点聚焦 (如图 5 所示)。QDDD 系列的大色散磁谱仪则是双聚焦 (点-点) 的。

(5) 分析最大的动量决定磁铁曲率半径。

### 2. 根据上述物理要求可以构思一种一次光学结构图象

由于一次光学将影响到所有高次象差系数，一次光学的合理性将由是否容易约化高次象差项体现出来。如某系统有四个二次象差项，需用四个可改变强度的六极元件同时去修正它们。但若选择最佳一次光学结构，有可能把四个变量约化为三个。除一次光学安排的直观重要性外，象差项间的耦合 (Non-orthogonal) 也是麻烦事，常导致结果完全发散。对于分立单元，多单元谱仪通常采用中间成像结构使垂直象在系统中间有一成腰点，即  $(y/\phi) = 0$ 。此处放置专门修正水平方向象差的多极，由于成腰处  $y$  振幅最小而  $x$  振幅最大，故两方向象差近似是无关的(如图 6 所示)。

### 3. 一般计算步骤

(1) 用 TRANSPORT 程序找出满足既定聚焦条件的一次解，如偏转角，入出口转角，

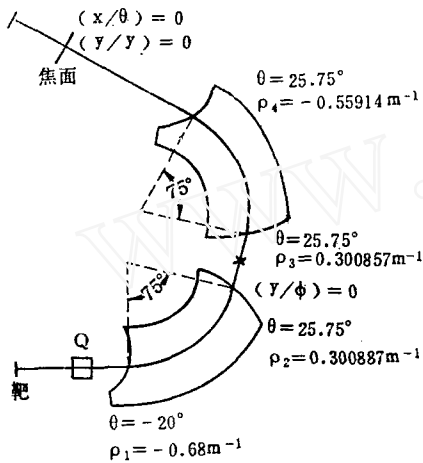


图 5 垂直偏转型的 LAMPF 能量损失型谱仪

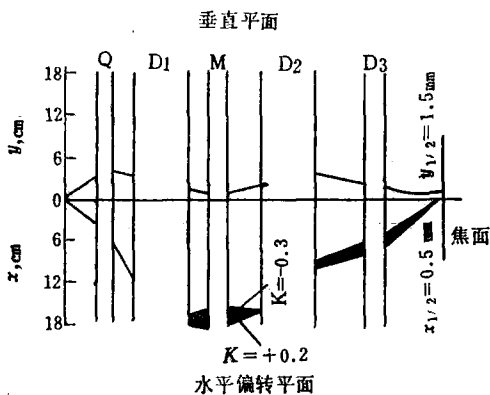


图 6 中间成像磁谱仪(Strasbourg QDDD)的光学轨迹图

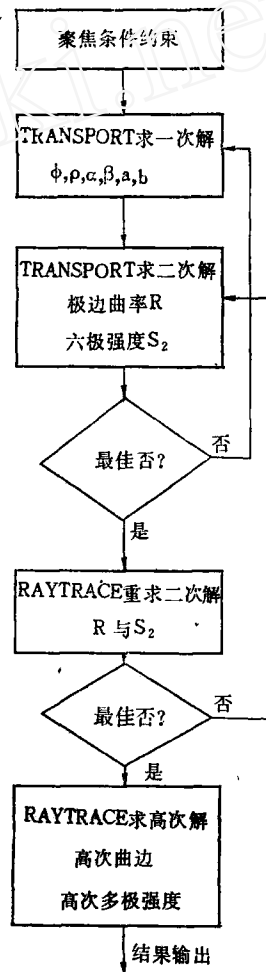


图 7 光学设计流程

(下转第 637 页)

- [92] Modarres, M., N. C. Rasmussen, and L Wolf, 1980 a. Reliability Analysis of Complex Technical Systems Using the Modularization Technique, MITNE-228, Department of Nuclear Engineering, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Mass.
- [93] Putney, B. F., 1981. WAMCOM, Common Cause Methodologies Using Large Fault Trees, NP-1851, Electric Power Research Institute, Palo Alto, Calif.
- [94] Lee, Y. T., and G. E. Apostolakis, 1976. Probability Intervals for the Top Event Unavailability of Fault Trees, UCLA-ENG-7663, University of California, Los Angeles.
- [95] Matthews, S. D., 1977. MOCARS: A Monte Carlo Simulation Code for Determining Distribution and Simulation Limits, ERDA RePort TREE-1138, EG&G Idaho, Inc., Idaho Falls, Idaho.
- [96] Vaurio, J. K., 1981. PROSA-2: A Probabilistic Response Surface Analysis and Simulation Code, ANL-81-33, Argonne National Laboratory, Argonne, I 11.
- [97] Leverenz, F. L., 1981. SPASM, A Computer Code for Monte Carlo System Evaluation, EPRI NP-1685, Electric Power Research Institute, Palo Alto, Calif.
- [98] Cairns, J. J., and K. N. Fleming, 1977. STADIC-A Computer Code for Combining Probability Distributions.
- [99] Orvis, D. D., M. V. Frank, et al., 1981. Guidebook for the Reliability and Maintainability Analysis of NWTs Repository Equipment, ONWI-334, Office of Nuclear Waste Isolation, Battelle Memorial Institute, Columbus, Ohio.

(编辑部收到日期: 1984年3月5日)

(上接第624页)

四极透镜的位置与强度, 诸漂移长度值与焦点位置等。这似近轴光学结果, 由此得出仅是系统骨架, 尚不能预言最终光学性能。

(2) 用 TRANSPORT 计算系统的二次象差系数, 从而确定二极磁铁出入口的曲率半径, 纯六极元件的位置与强度。如找不出最佳二次解, 就得改变一次光学结构。

(3) 用 RAYTRACE 计算高次象差, 使用 K. Brown 的象差耦合定则在修正逐次象差时确定磁极的高次曲率系数与高次多极强度。在修正中, 某次系数的变化仅影响到比它高次数的象差项, 而对低于它次数的象差项无影响。所以象差的修正是由低到高逐次进行的。

一般设计流程图如图7所示。这种渐次修正的计算流程适于动量量程不宽的中间成像谱仪。宽量程磁谱仪由于象差项间较复杂的耦合, 一般用以 RAYTRACE 为子程序的自动最佳化程序完成。

(下期待续)

### 参 考 文 献

- [1] K. L. Brown et al. SLAC Report, SLAC-91.
- [2] H. A. Enge & S. B. Kowalski, Proc. Int. Conf. on Magnet Technology, Hamburg, 1970, p. 366.
- [3] H. A. Enge, 私人通信, June 23, 1981.

(编辑部收到日期: 1983年8月10日)