



# 时变不确定性系统的二自由度 最优鲁棒稳态跟踪控制器设计<sup>1)</sup>

李昇平

(汕头大学机械电子工程系 汕头 515063)

(E-mail: spli@mailserv.stu.edu.cn)

**摘要** 研究了被控系统存在范数有界的时变模型摄动和未知外部干扰时鲁棒稳态跟踪问题。利用二自由度控制结构和 Youla 参数化方法，提出了一个最坏情况稳态绝对误差的精确计算公式，利用该公式最优稳态跟踪控制器设计问题可化为一个有限维  $l_1$  优化问题。因此控制器设计只需解一个标准线性规划问题。此外，还证明了所提出的控制器可同时保证系统的鲁棒稳定性和最优跟踪性能。仿真结果表明了该方法的有效性和可行性。

**关键词** 最优稳态跟踪，二自由度控制， $l_1$  优化设计，时变不确定性

**中图分类号** TP273

## TWO DEGREE OPTIMAL ROBUST STEADY-STATE TRACKING CONTROLLER DESIGN FOR PLANT WITH TIME-VARYING UNCERTAINTY

LI Sheng-Ping

(Department of Mechantronics Engineering, Shantou University, Shantou 515063)

(E-mail: spli@mailserv.stu.edu.cn)

**Abstract** This paper addresses the robust steady-state tracking problem when the system under consideration is subject to norm bounded time-varying uncertainty as well as unknown external bounded disturbances. With the help of two-degree control scheme and Youla parameterization, we propose an exact formula for computing the worst-possible steady-state absolute value of the control error. Using this formula, we show that the problem of designing a controller that minimizes the worst case steady-state controller error is reduced to a finite dimensional  $l_1$  optimization problem. Hence, the proposed controller can be obtained by solving a standard linear programming problem. We also demonstrate that the proposed controller ensures both optimal robust stability and optimal steady-state tracking performance. The experimental re-

1) 广东省自然科学基金(990795)、国家计委“工业自动化关键技术研制开发及产业化”子课题及汕头大学研究与发展基金资助

sults have manifested the approach's effectiveness.

**Key words** Optimal steady-state tracking, two-degree control,  $l_1$  optimization design, time-varying uncertainty

## 1 引言

系统的稳态误差是跟踪控制系统设计的主要性能指标之一。在能够获得被控对象精确数学模型的情况下,采用最少拍设计方法可获得理想的无静差系统。然而,当对象模型具有不确定性时,系统的性能会变得很差,甚至不稳定<sup>[1]</sup>。Spillman<sup>[2]</sup>等以跟踪误差的  $l_1$  范数为指标,提出了一种最优跟踪控制器设计方法,但该方法需要解一个无穷维优化问题。Scott<sup>[3]</sup>等将优化问题截断为有限维进行处理,但不能事先确定截断维数。对外部干扰采用内模原理设计控制器虽然可实现鲁棒跟踪<sup>[4]</sup>,当存在时变不确定性时系统的稳态性能会变得很坏。文献[5,6]对含  $l_1$  范数有界线性时变不确定性的系统,给出了系统鲁棒  $l_\infty$  稳定的充分必要条件及稳态误差的计算方法。但难以直接用于跟踪控制系统设计。

本文考虑线性时变不确定性的最优鲁棒稳态跟踪控制问题,参考信号和外部干扰为一类已知动态特征多项式的信号集合。利用二自由度控制策略提出了一种新的最优鲁棒稳态跟踪控制器设计方法,该方法只需解一个有限维线性规划问题。

## 2 二自由度鲁棒跟踪控制问题

先引入本文用到的记号。 $\|x\|_\infty \stackrel{\text{def}}{=} \max_i |x(i)|$ ,  $\|x\|_1 \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{i=0}^{\infty} |x(i)|$ ,  $l_\infty \stackrel{\text{def}}{=} \{x: \|x\|_\infty < \infty\}$ ,  $l_1 \stackrel{\text{def}}{=} \{x: \|x\|_1 < \infty\}$ ,  $\hat{x} = \sum_{i=0}^{\infty} x(i)z^i$ , 不引起混乱的情况下将  $x$  与  $\hat{x}$  视为同一。记  $R[z]$  为  $z$  的实系数多项式的全体,记  $\partial(\hat{x})$  为多项式  $\hat{x}$  的次数。

本文讨论 SISO 离散时间不确定性系统的二自由度鲁棒跟踪控制问题。二自由度控制系统的一种可能的实现如图 1 所示<sup>[4]</sup>。图中,  $\hat{P}$  为不确定性对象,表示为乘性摄动不确定性模型  $\hat{P} = \hat{P}_0(1 + \Delta)$ ,其中  $\Delta \in D_{\infty, FM}(\beta)$ , 这里  $D_{\infty, FM}(\beta) = \{\Delta: \Delta \text{ 为具有有限记忆的因果线性时变算子, 并且 } \|\Delta\|_1 = \sup_{x \in l_\infty} \frac{\|\Delta x\|_\infty}{\|x\|_\infty} \leq \beta\}$ , 名义模型为  $\hat{P}_0 = z^d \hat{n}_c \hat{d}^{-1}$ , 式中  $d \geq 1$ 。 $\hat{C}_1 = \hat{n}_c \hat{d}^{-1}$  为跟踪控制器,  $\hat{C}_2 = \hat{n}_{c2} \hat{d}^{-1}$  为反馈控制器。 $\hat{r}$  为参考信号,  $\hat{w}$  为干扰信号,  $\hat{z}$  为系统输出。

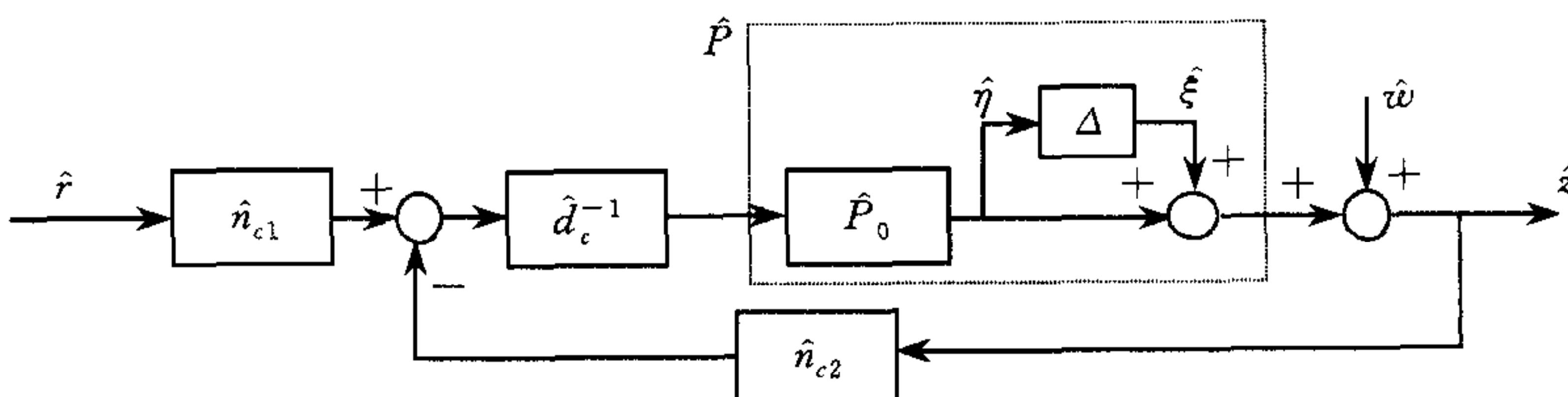


图 1 二自由度控制系统的一种实现

**假设 1.**  $\hat{r} \in D_r(\hat{d}_r)$ , 其中  $D_r(\hat{d}_r) = \{\hat{r} = \hat{n}_r \hat{d}_r^{-1} : \hat{d}_r \in R[z]\}$  已知, 但  $\hat{n}_r \in R[z]$  未知}.

**假设 2.**  $\hat{w} \in D_w(\hat{d}_w)$ , 其中  $D_w(\hat{d}_w) = \{\hat{w} = \hat{n}_w \hat{d}_w^{-1} : \hat{d}_w \in R[z]\}$  已知, 但  $\hat{n}_w \in R[z]$  未知}.

二自由度控制器的参数化公式为<sup>[4]</sup>

$$(\hat{C}_1 \quad \hat{C}_2) = \hat{d}_c^{-1} (\hat{n}_{c1} \quad \hat{n}_{c2}) = (\hat{y} - z^d \hat{n} \hat{q}_2)^{-1} (\hat{q}_1 \quad \hat{x} + \hat{d} \hat{q}_2) \quad (1)$$

式中  $z^d \hat{n} \hat{x} + \hat{d} \hat{y} = 1$ ,  $\hat{y} - z^d \hat{n} \hat{q}_2 \neq 0$ ,  $\hat{q}_1, \hat{q}_2$  为独立的自由参数, 满足  $q_1, q_2 \in l_1$ .

**定义 1.** 若对所有的  $\Delta \in D_{\infty, FM}(\beta)$  系统内稳定, 则称系统为鲁棒  $l_\infty$  稳定. 记跟踪误差为  $\hat{\epsilon} = \hat{r} - \hat{z}$ , 若系统鲁棒  $l_\infty$  稳定则跟踪误差有界, 称  $\|\hat{\epsilon}\|_{ss} = \limsup_{t \rightarrow \infty} |\epsilon(t)|$  为系统对参考输入的稳态跟踪误差.

控制器的设计目标是: 分别确定自由参数  $\hat{q}_1, \hat{q}_2$  使图 1 所示系统满足如下性能指标

a) 当  $\Delta = 0$  时, 系统存在外部干扰  $\hat{w} \in D_w(\hat{d}_w)$  情况下, 对任意参考输入  $\hat{r} \in D_r(\hat{d}_r)$  在有限拍内实现无静差跟踪;

b) 对任意  $\Delta \in D_{\infty, FM}(\beta)$  系统具有最优鲁棒  $l_\infty$  稳定性, 并且使得最坏情况稳态跟踪误差

$$J = \sup_{\Delta \in D_{\infty, FM}(\beta)} \|\hat{\epsilon}\|_{ss} \quad (2)$$

达到最小.

### 3 有限拍控制器设计

**假设 3.**  $\hat{d}_r$  与  $\hat{n}$  互质.

首先确定  $\hat{q}_1$ . 当  $\hat{w} = 0$  时, 由图 1 和式(1)得

$$\hat{\epsilon} = (1 - z^d \hat{n} \hat{q}_1) \hat{n}_r \hat{d}_r^{-1} \quad (3)$$

令  $\hat{f} = (1 - z^d \hat{n} \hat{q}_1) \hat{d}_r^{-1}$ , 由假设 3, 下列方程有多项式解

$$z^d \hat{n} \hat{q}_1 + \hat{d}_r \hat{f} = 1 \quad (4)$$

若  $\hat{q}_1, \hat{f}$  为上述方程的多项式解, 则  $\hat{\epsilon} = \hat{n}_r \hat{f} \in R[z]$ ,  $\|\hat{\epsilon}\|_{ss} = 0$ . 注意到方程(4)与  $\hat{n}_r$  无关, 因此由式(4)确定的  $\hat{q}_1$  对所有  $\hat{r} \in D_r(\hat{d}_r)$  都能实现有限拍无静差跟踪.

下面确定  $\hat{q}_2$ . 由图 1 及式(1)得

$$\hat{z} = \hat{d}(\hat{y} - z^d \hat{n} \hat{q}_2) \hat{w} \quad (5)$$

将  $\hat{w} = \hat{n}_w \hat{d}_w^{-1}$  代入式(5), 令  $\hat{g} = \hat{d}(\hat{y} - z^d \hat{n} \hat{q}_2) \hat{d}_w^{-1}$ , 可得

$$\hat{q}_2 = \frac{\hat{d} \hat{y} - \hat{d}_w \hat{g}}{z^d \hat{d} \hat{n}} \quad (6)$$

令  $\hat{d} \hat{n} = \hat{d}_s \hat{n}_s \hat{d}_i \hat{n}_i$ , 式中  $\hat{d}_i, \hat{n}_i$  分别为含  $\hat{d}, \hat{n}$  不稳定零点的因式,  $\hat{d}_s \hat{n}_s$  为  $\hat{d} \hat{n}$  中约去  $\hat{d}_i \hat{n}_i$  后的剩余因式, 显然  $\hat{d}_s \hat{n}_s$  仅含稳定的零点. 因此由式(6)可知,  $q_2 \in l_1$  等价于  $\frac{\hat{d} \hat{y} - \hat{d}_w \hat{g}}{z^d \hat{d}_i \hat{n}_i} \in R[z]$ . 令  $\frac{\hat{d} \hat{y} - \hat{d}_w \hat{g}}{z^d \hat{d}_i \hat{n}_i} = \hat{h}$ , 可得如下 Diophantine 方程

$$z^d \hat{d}_i \hat{n}_i \hat{h} + \hat{d}_w \hat{g} = \hat{d} \hat{y} \quad (7)$$

假设  $\hat{g}_0, \hat{h}_0$  为方程(7)的最小次数多项式解, 显然下列二式亦为方程(7)的解

$$\hat{h} = \hat{h}_0 + \hat{d}_w \hat{k} \quad (8)$$

$$\hat{g} = \hat{g}_0 - z^d \hat{d}_i \hat{n}_i \hat{k} \quad (9)$$

其中自由参数  $\hat{k} \in R[z]$  为任意多项式. 由式(6)~式(8)可得  $\hat{q}_2$  的表达式

$$\hat{q}_2 = \frac{\hat{h}_0 + \hat{d}_w \hat{k}}{\hat{d}_s \hat{n}_s} \quad (10)$$

式中  $\hat{k} \in R[z]$ . 根据上述推导, 由式(7), (9)确定的  $\hat{g}$  为多项式, 这样就保证了  $\hat{z} = \hat{g}\hat{n}_w \in R[z]$ , 且由式(7), (10)易知  $q_2 \in l_1$ . 又  $\hat{q}_2$  与  $\hat{n}_w$  无关, 因此可保证任意  $\hat{w} \in D_w(\hat{d}_w)$  的干扰信号引起的系统输出在有限拍内变为零. 综上所述, 可得到下述结论.

**定理 1.** 若二自由度控制器中参数  $\hat{q}_1$  按式(4)取值,  $\hat{q}_2$  按式(7), (10)取值, 则控制系统满足性能指标 a).

**注.** 在式(10)中若取  $\hat{k}=0$ , 则图 1 所示系统为最小拍系统, 并且由式(3), (5)可知, 系统可在  $\max\{\partial(\hat{g}_0) + \partial(\hat{n}_w), \partial(\hat{f}) + \partial(\hat{n}_r)\}$  拍内实现无静差跟踪.

## 4 最坏情况下最优鲁棒稳态跟踪控制器设计

下面考虑当存在模型摄动  $\Delta \in D_{\infty, FM}(\beta)$  时, 系统在最坏情况下对参考信号的最优鲁棒稳态跟踪问题. 在图 1 中将  $\Delta$  断开, 由图 1 和式(1)可得到如下关系式

$$\hat{\epsilon} = (1 - z^d \hat{n} \hat{q}_1) \hat{r} + \hat{d}(\hat{y} - z^d \hat{n} \hat{q}_2) \hat{\xi} + (\hat{d} \hat{y} - z^d \hat{n} \hat{d} \hat{q}_2) \hat{w} \quad (11)$$

$$\hat{\eta} = z^d \hat{n} \hat{q}_1 \hat{r} - z^d \hat{n}(\hat{x} + \hat{d} \hat{q}_2) \hat{\xi} - z^d \hat{n}(\hat{x} + \hat{d} \hat{q}_2) \hat{w} \quad (12)$$

根据文献[6]命题 4, 由式(11), (12)可直接得到下述结论.

**定理 2.** 图 1 所示系统对所有  $\Delta \in D_{\infty, FM}(\beta)$  为鲁棒  $l_\infty$  稳定的充分必要条件为  $\|z^d \hat{n}(\hat{x} + \hat{d} \hat{q}_2)\|_1 < \beta^{-1}$ . 并且在系统鲁棒  $l_\infty$  稳定条件下, 式(2)定义的最坏情况稳态跟踪误差由下式给出

$$\begin{aligned} \sup_{\Delta \in D_{\infty, FM}(\beta)} \|\hat{\epsilon}\|_{ss} &= \| (1 - z^d \hat{n} \hat{q}_1) \hat{r} \|_{ss} + \\ &\quad \| \hat{d}(\hat{y} - z^d \hat{n} \hat{q}_2) \|_1 [1 - \beta \|z^d \hat{n}(\hat{x} + \hat{d} \hat{q}_2)\|_1]^{-1} \| \beta z^d \hat{n} \hat{q}_1 \hat{r} \|_{ss} \end{aligned} \quad (13)$$

$$\text{记 } S_{\hat{q}_2} = \left\{ \hat{q}_2 = \frac{\hat{h}_0 + \hat{d}_w \hat{k}}{\hat{d}_s \hat{n}_s}; \hat{k} \in R[z] \right\} \quad (14)$$

由定理 2 可知, 为了使系统同时满足性能指标 a), b), 二自由度控制器的参数  $\hat{q}_1$  可按定理 1 取值,  $\hat{q}_2$  须同时满足以下二个优化问题

最优鲁棒稳定性问题

$$\mu_s = \inf_{\hat{q}_2 \in S_{\hat{q}_2}} \|z^d \hat{n}(\hat{x} + \hat{d} \hat{q}_2)\|_1 \quad (15)$$

最优稳态跟踪性能问题

$$\mu_p = \inf_{\hat{q}_2 \in S_{\hat{q}_2}} \left\{ \sup_{\Delta \in D_{\infty, FM}(\beta)} \|\hat{\epsilon}\|_{ss} \right\} \quad (16)$$

**定理 3.** 在保证系统鲁棒  $l_\infty$  稳定的条件下, 若二自由度控制器的参数  $\hat{q}_1, \hat{q}_2$  按定理 1 选取, 则求解优化问题(16)可归结为求解优化问题(15).

**证明.** 考虑式(13). 因  $\hat{q}_1$  满足式(4), 由式(3)可知,  $\hat{\epsilon} = \hat{n}_r \hat{f} \in R[z]$ . 所以式(13)右边第一项  $\|(1 - z^d \hat{n} \hat{q}_1) \hat{r}\|_{ss} = 0$ . 又  $\hat{d}(\hat{y} - z^d \hat{n} \hat{q}_2) + z^d \hat{n}(\hat{x} + \hat{d} \hat{q}_2) = 1$ , 于是式(13)可写成  $\sup_{\Delta \in D_{\infty, FM}(\beta)} \|\hat{\epsilon}\|_{ss} = \beta \|1 - z^d \hat{n}(\hat{x} + \hat{d} \hat{q}_2)\|_1 [1 - \beta \|z^d \hat{n}(\hat{x} + \hat{d} \hat{q}_2)\|_1]^{-1} \|z^d \hat{n} \hat{q}_1 \hat{r}\|_{ss}$ . 由  $d \geq 1$  可知多项式  $z^d \hat{n}(\hat{x} + \hat{d} \hat{q}_2)$  的常数项为 0, 因此由  $l_1$  范数的定义可知,  $\|1 - z^d \hat{n}(\hat{x} + \hat{d} \hat{q}_2)\|_1 =$

$1 + \|z^d \hat{n}(\hat{x} + \hat{d}\hat{q}_2)\|_1$ . 故优化问题(16)化为

$$\mu_p = \inf_{\hat{q}_2 \in S_{\hat{q}_2}} \left\{ \beta \frac{1 + \|z^d \hat{n}(\hat{x} + \hat{d}\hat{q}_2)\|_1}{1 - \beta \|z^d \hat{n}(\hat{x} + \hat{d}\hat{q}_2)\|_1} \|z^d \hat{n} \hat{q}_1 \hat{r}\|_{ss} \right\} \quad (17)$$

因系统鲁棒  $L_\infty$  稳定, 由定理 2 可知,  $\|z^d \hat{n}(\hat{x} + \hat{d}\hat{q}_2)\|_1 < \beta^{-1}$ , 显然求解(17)可归结为求解最优鲁棒稳定性问题(15). 证毕.

由定理 1 和定理 2 可知, 若二自由度控制器(1)的参数  $\hat{q}_1$  取为方程(4)的多项式解,  $\hat{q}_2$  取为优化问题(15)的解, 则图 1 所示系统满足性能指标 a), b). 因此, 最坏情况下最优鲁棒稳态跟踪控制器的设计问题最后归结为求解  $L_1$  优化问题(15), 这里鲁棒跟踪性能与鲁棒稳定性的最优化是一致的.

## 5 求解 $L_1$ 优化问题

下面求解优化问题(15). 将式(14)代入式(15), 注意到  $\hat{d}\hat{n} = \hat{d}_s \hat{n}_s \hat{d}_i \hat{n}_i$ , 可得式(15)的等价优化问题

$$J = \inf_{k \in R[z]} \|z^d (\hat{n}\hat{x} + \hat{n}_i \hat{d}_i \hat{h}_0) + z^d \hat{n}_i \hat{d}_i \hat{d}_w \hat{k}\|_1 \quad (18)$$

令  $\hat{n}\hat{x} + \hat{n}_i \hat{d}_i \hat{h}_0 = \hat{u} = \sum_{i=0}^{m_u} u(i) z^i$ ,  $\hat{n}_i \hat{d}_i \hat{d}_w = \hat{v} = \sum_{i=0}^{m_v} v(i) z^i$ , 其中  $m_u = \partial(\hat{n}\hat{x} + \hat{n}_i \hat{d}_i \hat{h}_0)$ ,  $m_v = \partial(\hat{n}_i \hat{d}_i \hat{d}_w)$ , 式(18)等价于如下  $L_1$  优化问题

$$\mu_s = \inf_{k \in R^n} \|u + v * k\|_1 \quad (19)$$

其中  $n$  为不小于零的整数. 由式(9), (10)可知,  $n$  的取值与控制器的阶数和系统的拍数有简单的数量关系. 因此可根据设定的系统拍数来推算  $n$  的值. 令  $M = \max\{m_u, m_v + n\}$ , 式(19)等价为

$$\mu_s = \inf_{k \in R^n} \left\{ \sum_{t=0}^M \left| u(t) + \sum_{j=0}^t v(t-j) k(j) \right| \right\} \quad (20)$$

式(20)为非线性优化问题, 下面引入附加变量将其化为线性规划问题. 令

$$u(t) + \sum_{j=0}^t [v(t-j) k(j)] = \phi(t)^+ - \phi(t)^-,$$

其中  $\phi(t)^+ \geq 0$ ,  $\phi(t)^- \geq 0$ , 则  $\sum_{t=0}^M \left| u(t) + \sum_{j=0}^t v(t-j) k(j) \right| = \sum_{t=0}^M [\phi(t)^+ + \phi(t)^-]$ <sup>[7]</sup>, 于是式(20)等价于如下线性规划问题

$$\begin{cases} \mu_s = \min \mu \\ \text{s. t. } \mu - \sum_{t=0}^M [\phi(t)^+ + \phi(t)^-] \geq 0 \\ \phi(t)^+ - \phi(t)^- - \sum_{j=0}^t [v(t-j) k(j)] = u(t) \\ \phi(t)^+ \geq 0, \quad \phi(t)^- \geq 0, \quad t = 0, 1, \dots, M \end{cases} \quad (21)$$

令上述线性规划问题的最优解为  $\hat{k}^*$ , 代入式(10)可得到  $\hat{q}_2$  的最优值.

值得注意的是, 通常  $L_1$  最优设计方法只对不存在单位圆上零极点的被控对象有效, 由于本文  $L_1$  优化问题的约束集为有限拍控制器的集合, 因而是一个有限维问题, 最优解的存

在性不依赖被控对象不存在单位圆上零极点的假设. 因此本文提出的最优化设计方法对第2节描述的任意严格因果系统均有效.

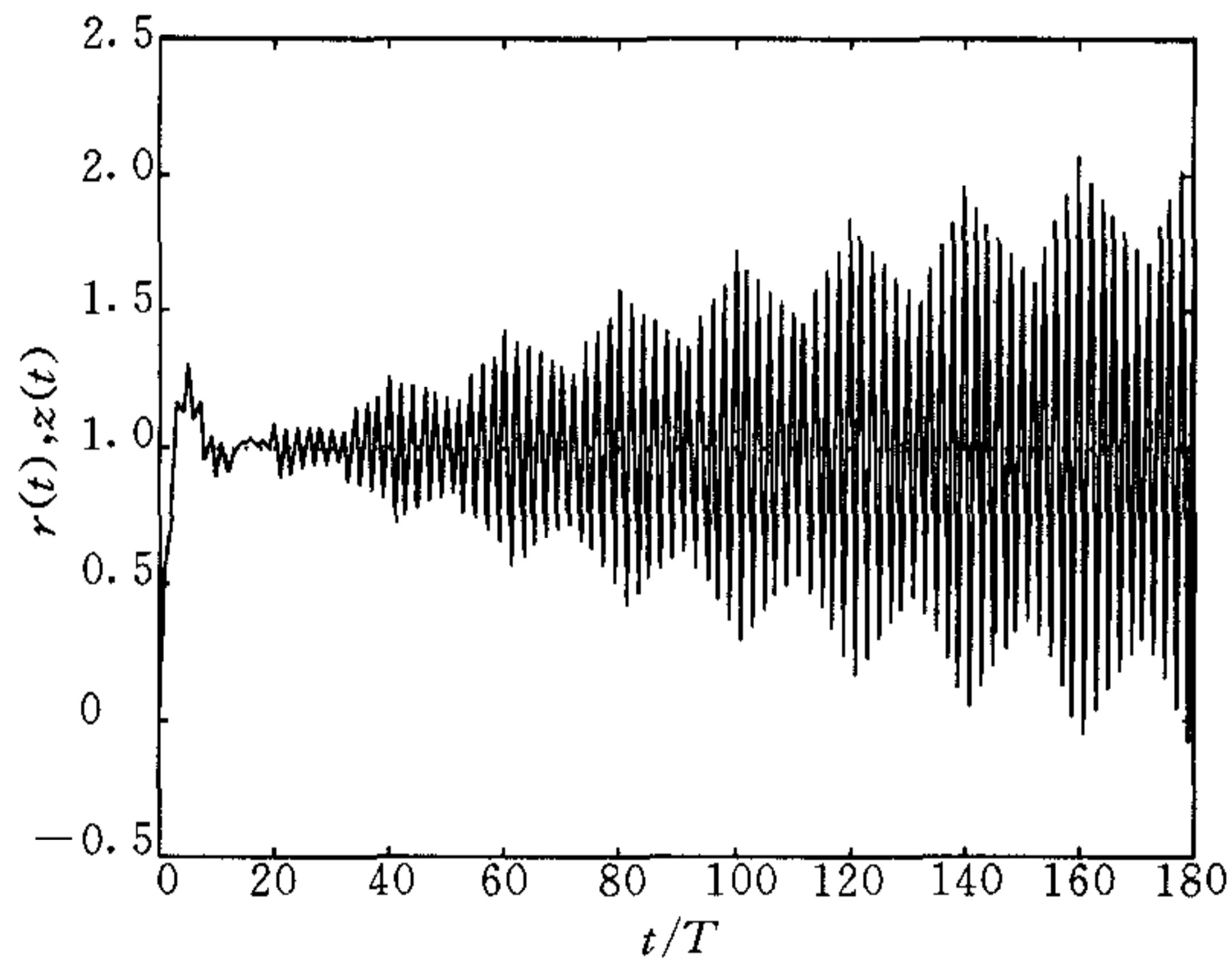
## 6 仿真结果与讨论

考虑被控对象的名义模型为  $\hat{P}_0 = \frac{z}{(z-1)(2z-1)}$ . 该模型含有一个不稳定极点和一个单位圆上极点.

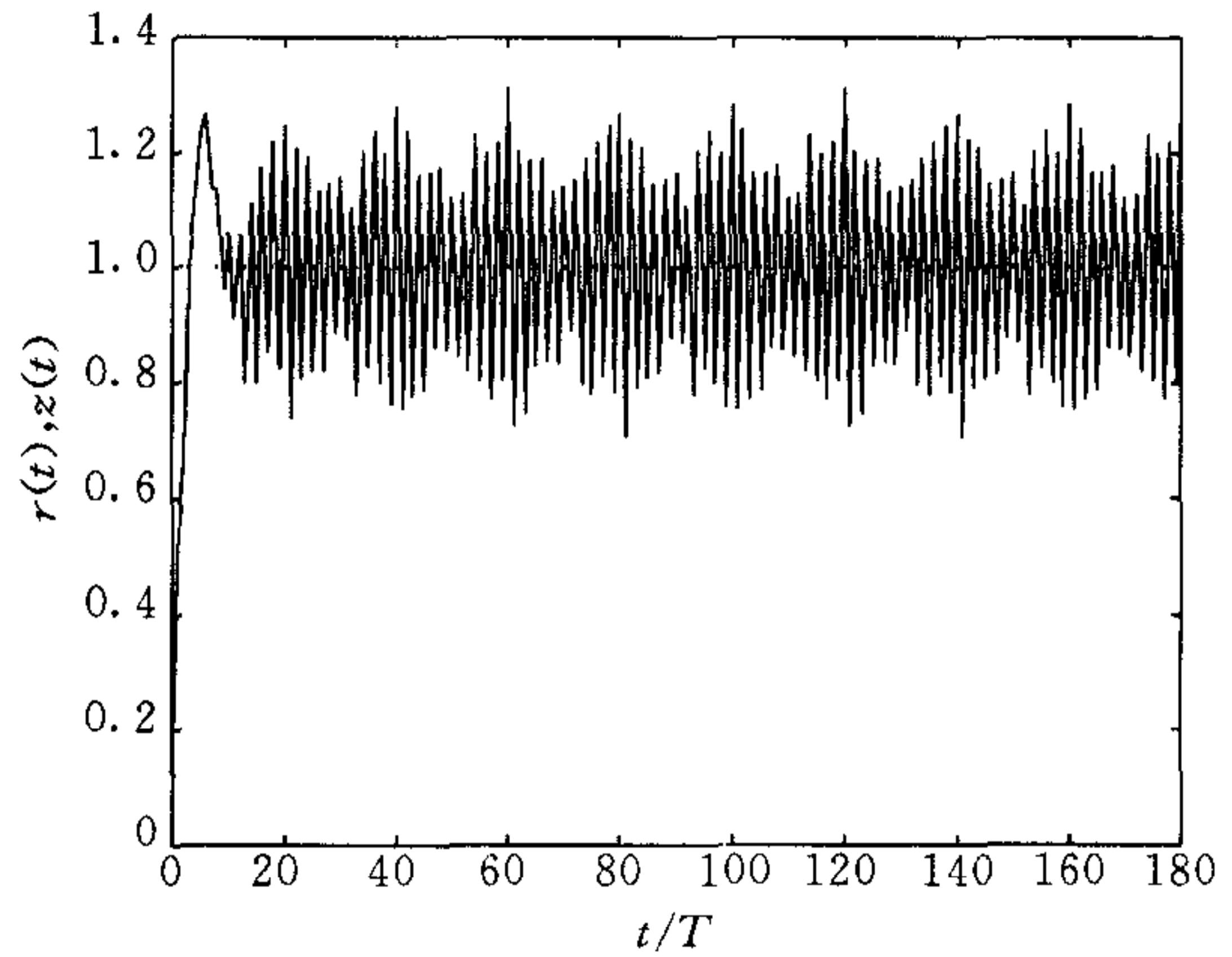
模型摄动取如下线性时变算子

$$\Delta_0 = \begin{cases} \frac{0.1}{1 - 0.4z}, & 10 * (2k) \leq t \leq 10 * (2k + 1), \\ \frac{0.1}{1 + 0.2z}, & 10 * (2k + 1) \leq t \leq 10 * (2k + 2), \end{cases} \quad \text{其中 } k = 0, 1, 2, 3, \dots$$

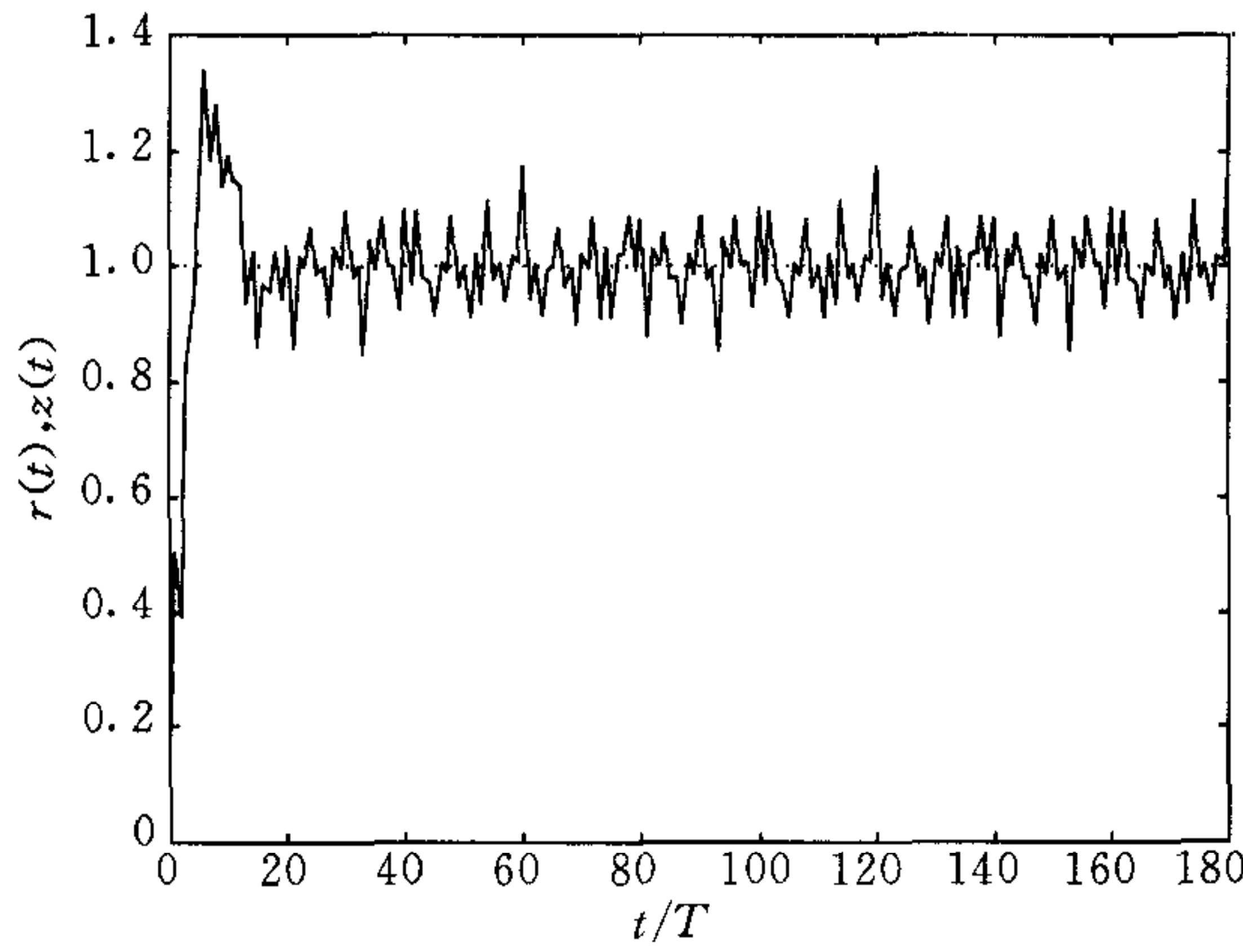
参考信号取为  $\hat{r} = \frac{1}{1-z}$ . 以下仿真结果是用 Matlab 软件及其工具箱实现的. 图 2(a)~图 2(c) 中虚线表示参考输入信号  $r(t)$ , 实线表示系统输出信号  $z(t)$ .



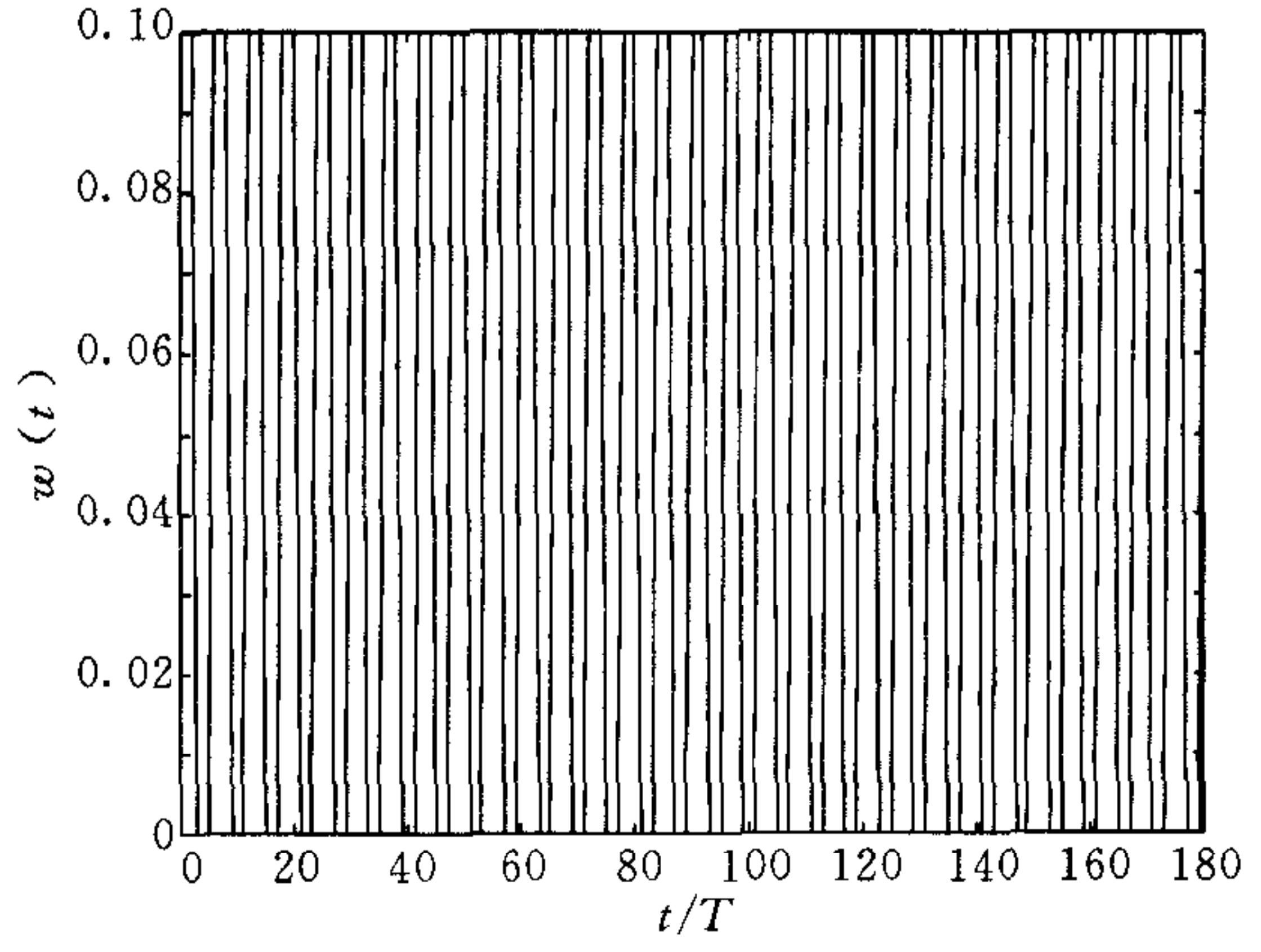
(a)  $\Delta = \Delta_0$ , 无干扰时, 有限拍设计结果



(b)  $\Delta = \Delta_0$ , 干扰取  $w(t)$  时,  $\partial(\hat{k}) = 0$  的优化设计



(c)  $\Delta = \Delta_0$ , 干扰取  $w(t)$  时,  $\partial(\hat{k}) = 1$  的优化设计结果



(d) 干扰信号  $w(t)$

图 2 仿真结果

图 2(a)为系统含乘性摄动  $\Delta = \Delta_0$  无外界干扰情况下, 有限拍设计结果. 图 2(b)和

图2(c)为系统含乘性摄动  $\Delta=\Delta_0$  同时受到如图2(d)所示的外界干扰时, 分别取  $\partial(\hat{k})=0$ ,  $\partial(\hat{k})=1$  的优化设计结果。利用公式(17)计算, 当  $\partial(\hat{k})=0$  时,  $\mu_p=0.278$ ; 当  $\partial(\hat{k})=1$  时,  $\mu_p=0.169$ 。仿真结果和理论计算表明, 当对象存在模型不确定性时, 有限拍控制器的鲁棒稳定性和跟踪性能差, 最优鲁棒稳态跟踪控制器的鲁棒稳定性和稳态跟踪性能较好, 并且随着自由参数  $\hat{k}$  的次数增加, 稳态跟踪误差减小。算例还表明, 当  $\partial(\hat{k})=0, \partial(\hat{k})=1$  时, 上升时间分别为4拍和6拍, 因此加大  $\hat{k}$  的次数, 控制器的阶数和上升时间随之增加。实际应用中, 在选择自由参数  $\hat{k}$  的次数时, 应在跟踪误差和控制器的阶数或上升时间之间进行折中处理。

## 7 结论

本文对含线性时变不确定性系统的一类已知动态特征多项式的参考信号类的最优稳态跟踪控制问题, 提出了一种二自由度最优鲁棒稳态跟踪控制器的设计方法。此方法涉及一个多项式自由参数的  $l_1$  优化设计问题, 与通常  $l_1$  优化问题不同, 该优化问题的最优解总是存在的, 与对象是否存在单位圆上零极点无关。利用此方法设计的控制器, 当系统不存在模型摄动时可实现对参考信号的有限拍无静差跟踪, 当系统存在模型摄动时使系统具有最优的鲁棒稳定性和对参考输入的最优稳态跟踪性能。在实际应用中, 应在鲁棒跟踪性能和控制器复杂性或调节时间之间进行折中。

## 参 考 文 献

- 1 Astrom K J, Wittenmark B. Computer controlled systems: Theory and design. Prentice-Hall, Inc., a Simon Schuster Company, 1984
- 2 Spillman M, Ridgely D B. Flight control applications of  $l_1$  optimization. *J. Guidance, Control and Dynamics*, 1997, **20**(1):49~56
- 3 Scott C N, Wood L A. Optimal robust tracking subject to disturbances, noise, plant uncertainty. *J. Guidance, Control and Dynamics*, 1998, **21**(5):774~779
- 4 Vidyasagar M. Control System Synthesis: A Factorization Approach. Combridge: MIT Press, 1985
- 5 Khammash M. Robust steady tracking. *IEEE Trans. Autom. Control*, 1995, **40**(12):1872~1880
- 6 Khammash M. Robust performance: Unknown disturbances and known fixed inputs. *IEEE Trans. Autom. Control*, 1997, **42**(12):1730~1734
- 7 Diaz-Bobillo I J, Dahleh M A. Minimization of the maximum peak-to-peak gain: The general multiblock problem. *IEEE Trans. Autom. Control*, 1993, **38**(10):1459~1482

**李昇平** 1995年毕业于华中理工大学自动控制工程系, 获得工学博士学位, 1997年在东北大学自动控制博士后流动站完成博士后研究出站, 现为汕头大学机械电子工程系副教授。感兴趣的研究领域为鲁棒控制、自适应控制、智能控制的理论与应用。