

# 周期性聚焦系统中束晕形成的模拟研究<sup>\*</sup>

黄志斌 陈银宝

(中国原子能科学研究院电物理和激光研究所,北京,102413)

运用 PIC(Particle-In-Cell)多粒子模拟方法,讨论了周期性聚焦系统中束晕形成的机制。为了真实、自然地描述束晕的形成,假定相空间的初始粒子分布分别满足水袋型、抛物线型以及高斯型等相空间分布。通过数值模拟计算,得到了束晕强度、发射度增长随失配因子及调谐衰减变化等一系列结果。

**关键词** 相空间分布 束晕强度 发射度增长

**中图法分类号** TL501.2

在强流离子直线加速器的设计中,充分了解破坏束流品质的空间电荷效应、发射度增长和束晕的形成是极其重要的。当前国际上对应用强流离子直线加速器生产氚和嬗变核废料的共同兴趣,使得近段时间内的注意力集中在束晕形成机制的研究。因为这种类型的加速器要求束流损失低,100 mA 量级的强流限制束损低于  $10^{-6}$ 。因而,有必要了解强流损失的机制,特别是束流的不稳定和束晕形成的机制。

偏离静态分布的束流,由于减少非线性能量,总是趋向静态分布。这个过程激发起束核中的等离子体振荡,从而导致束核中的一部分粒子形成束晕。通过大量的模拟计算,目前得到共识,认为单粒子运动与束核的等离子体振荡所引起的参数共振是束晕形成的主要原因。基于这一思想,为了详细描述束晕的形成过程,有了一系列的理论和数值模拟计算。在很多理论研究中,横向相空间中的 K-V 束流密度分布经常被用来预言真实束流的行为<sup>[1,2]</sup>,这是因为 K-V 束流密度分布是均匀的,则空间电荷力是线性的。然而,在真实束流中,空间电荷力是非线性的,因而为了得到更有意义的数值模拟结果,通常采用非均匀密度分布。束核-试验粒子模型是了解失配束流引起束晕的有力工具之一<sup>[3~6]</sup>,但它不能确定束晕粒子的来源;而采用多粒子数值模拟方法却能确定束晕粒子的来源。文献[7~11]采用非均匀密度分布讨论了在均匀聚焦系统中束晕的形成。为了更精确地计算空间电荷效应,也用简单且能准确表述实际束流的分布<sup>[12,13]</sup>。因外部磁场可以产生强烈共振的不稳定性<sup>[14,15]</sup>,有必要了解周期性聚焦系统中束晕

\* 国家自然科学基金和核工业科学基金资助项目

黄志斌:男,29岁,加速器物理及技术专业,助理研究员

收稿日期:1998-08-21 收到修改稿日期:1998-10-25

形成的机制。周期性聚焦系统中的结构驱动共振所导致的混沌现象在前段时间得到了研究，并与束晕的形成相联系<sup>[16~19]</sup>。

本工作的目的在于了解周期性聚焦系统中引起束晕的主要原因。在均匀聚集系统中数值模拟计算结果表明：束晕的形成主要是因束流失配引起的，而对调谐衰减常数(tune depression)的依赖性不是很明显；束晕粒子大部分来源于束核的外围粒子，少数来源于束核内部粒子；束晕具有再生性<sup>[11]</sup>。为了满足束晕形成过程的自洽性，必须考虑发射度的变化，采用PIC多粒子模拟方法，在周期性聚集系统中，相空间中的初始粒子分布分别满足水袋型、抛物线型以及高斯型分布的情况下，进行数值模拟，考察束晕形成的机制。

## 1 PIC 多粒子模拟方法

### 1.1 束核的包络方程

强流带电粒子的束流在周期性螺旋管聚焦磁场  $B(r, z)$  中，水平方向的包络方程为：

$$\frac{d^2 R_x}{dz^2} + \kappa_z(z) R_x - \frac{2K}{(R_x + R_y)} - \frac{(\epsilon_{rms}^x)^2}{R_z^3} = 0 \quad (1)$$

式中： $z = \beta c t$ ，为轴坐标，其中  $\beta_c$  为粒子沿轴向的平均速度；

$\kappa_z(z)$  为周期函数，即  $\kappa_z(z) = \kappa_z(z + S) = q^2 B_z^2(z) / (4\gamma^2 \beta^2 m^2 c^4)$ ，

表示聚焦场的强度， $B_z(z) = B_z(0, z)$  是在  $z$  轴上的磁场强度， $S$  为聚焦磁场的周期长度， $q$  和  $m$  分别为粒子的电量和静止质量， $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$ ； $K$  表示广义导流系数； $\epsilon_{rms}^x$  表示水平方向的发射度增大。图 1 为周期性聚焦磁场  $\kappa_z(z)$  的剖面图，真空相移  $\sigma_0$  近似地满足：

$$\sigma_0 = [S \int_0^S \kappa_z(z) dz]^{1/2} = [nS^2 \kappa_0(z)]^{1/2}$$

假设在水平和垂直方向上的包络方程是对称的，则式(1)变为：

$$\frac{d^2 R_{xy}}{dz^2} + \kappa_z(z) R_{xy} - \frac{K}{R_{xy}} - \frac{\epsilon^2}{R_{xy}^3} = 0 \quad (2)$$

同时引入  $s = z/S$ ,  $R = R_{xy}/\sqrt{\epsilon S}$ ,  $\kappa(s) = S^2 \kappa_z(z)$ ,  $\hat{K} = SK/\epsilon$ ，则式(2)变为：

$$\frac{d^2 R}{ds^2} + \kappa(s) R - \frac{\hat{K}}{R} - \frac{1}{R^3} = 0 \quad (3)$$

式中： $\hat{K} = \sigma_0^2 (1 - \eta^2)/\eta$ ，依赖于调谐衰减  $\eta$  和真空相移  $\sigma_0 = [\int_0^1 \kappa(s) ds]^{1/2} = [n\kappa_0(z)]^{1/2}$ 。

利用光滑近似法<sup>[20]</sup>可得到束流匹配半径为：

$$R_0 = \left\{ \frac{\hat{K}}{2\sigma_0^2} + \left[ \frac{1}{\sigma_0^2} + \left( \frac{\hat{K}}{2\sigma_0^2} \right)^2 \right]^{1/2} \right\}^{1/2} \quad (4)$$

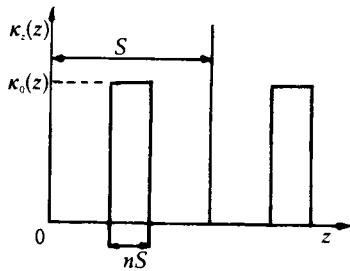


图 1 周期性聚焦磁场  $\kappa_z(z)$  的剖面图

Fig. 1 The profile of solenoidal periodic focusing field

### 1.2 粒子运动的分析

粒子横向运动的哈密顿函数为：

$$H_{\perp}(r, r_{\perp}; z) = r_{\perp}^2/2 + \kappa_z(z)r_{\perp}^2/2 + q\varphi(r, z)/(m\gamma^3\beta^2c^2) \quad (5)$$

其中: $r_{\perp} = (x'^2 + y'^2)^{1/2}$ 是无量纲的横向速度,且有 $x' = \dot{x}/(\beta c)$ , $y' = \dot{y}/(\beta c)$ ; $\varphi(r, z)$ 是空间电荷势,满足泊松方程

$$\nabla^2\varphi(r, z) = -\frac{q}{\epsilon_0}\iint f(r, r_{\perp}; z) dr_{\perp} \quad (6)$$

式中: $f(r, r_{\perp}; z) = f(x, y, x', y'; z)$ ,为非相对论性的四维横向相空间分布。以横向运动的哈密顿函数为函数的所有分布在均匀聚焦系统中是静态的,这是因为哈密顿函数在这种情况下是运动的常数。然而,在周期性聚焦系统中哈密顿函数不再是常数,这种情况下可用于解析表达的静态分布只有K-V分布。对于更普遍的研究,必须采用非静态分布下的数值模拟,这里计算机模拟所使用的非静态分布被定义为在四维轨迹相空间中半径的函数,而非哈密顿 $H_{\perp}$ 的函数。有关分布函数的详细描述参见文献[20]。

为了在相同的基础上比较不同的分布,考虑具有相同广义导流系统、均方根半径和均方根发射度的均方根等效束流。可以从式(3)得到规一化的均方根半径,对于初始失配的束流,可以确定其相空间分布 $r_i = \mu\tilde{r}_i$ , $r'_i = \tilde{r}'_i/\mu$ , $\tilde{r}_i$ , $\tilde{r}'_i$ 对应于匹配束流的初始分布。采用 $10^4$ 个宏粒子和径向每匹配半径大小的长度上100个网格,按照高斯定理,通过计算落入5倍匹配半径大小的径向长度的有限元中的粒子数来计算对称束的空间电荷场。在传输过程中监视着总的能量,并使它保持不变。

## 2 数值模拟结果及其分析

考虑足够长的传输孔道以便使束流在到达出口处时达到饱和状态。如图1所示,取 $n=40\%$ 的单元长度。如果注入到传输系统中的束流是完全匹配的,且不存在结构驱动共振和束流内部的不稳定性,则观察不到束晕的发生。然而,事实上不可能提供完全匹配的束流,也不可避免地存在着引起束晕的失配束流。为了真实地描述束流的特性,采用相空间中的初始粒子分布分别为高斯型、水袋型和抛物线型,运用多粒子数值模拟方法,进行数值模拟计算。

### 2.1 束晕强度 $h$ 和径向的最大幅度 $r_{\max}$

首先考虑高斯型分布失配束流对束晕强度的影响。束晕强度被定义为在相空间 $(r, r')$ 中 $r > 1.75a$ 的粒子数与总的粒子数之比<sup>[2]</sup>,其中: $a$ 为束流的匹配半径;真空相移 $\sigma_0$ 分别为 $65^\circ$ 、 $75^\circ$ 、 $85^\circ$ 。图2描述了在不同失配因子下束晕强度随调谐衰减常数的变化。这里,调谐衰减常数 $\eta = \sigma/\sigma_0$ , $\sigma$ 为包含空间电荷效应的一个聚焦周期场的相移。另外,径向的最大幅度随调谐衰减常数的变化示于图3。从图3可以看出:径向的最大幅度几乎与真空相移无关。从图2和图3可知:失配越严重,束晕强度越大;径向的最大幅度与束流的匹配半径之比也越大。

### 2.2 不同的非静态分布下的发射度增长

为了真实地考察束流的特性,采用不同的初始相空间分布,如高斯型、水袋型和抛物线型,对发射度增长 $\epsilon_f/\epsilon_i$ 进行数值模拟计算。图4示出在衰减调谐常数 $\eta=0.4$ 、真空相移 $\sigma_0=75^\circ$ 时,对应于不同的失配因子 $\mu=0.7$ 和 $\mu=0.8$ 下,发射度增长随聚焦周期的单元数的变化。从图4可知:越趋向真空的分布,发射度增长的起伏越小。

### 2.3 结构驱动共振

外部磁场的周期性能引起强烈的共振不稳定性。因为具有大幅度的betatron振荡的粒子很容易从不稳定的束核中脱离出来,因而有必要考察由结构驱动的不稳定性所导致的束晕形

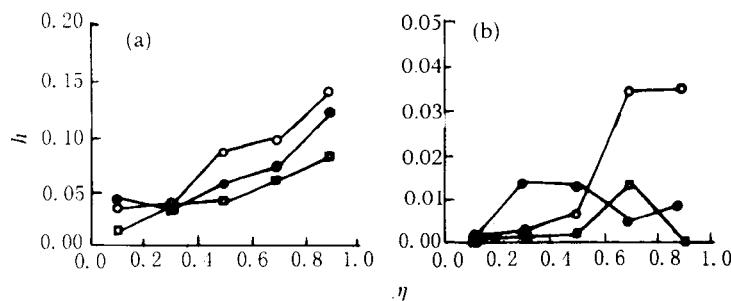
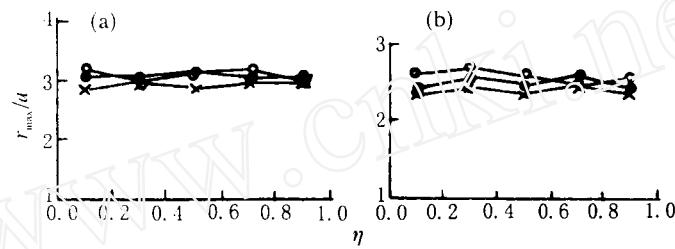
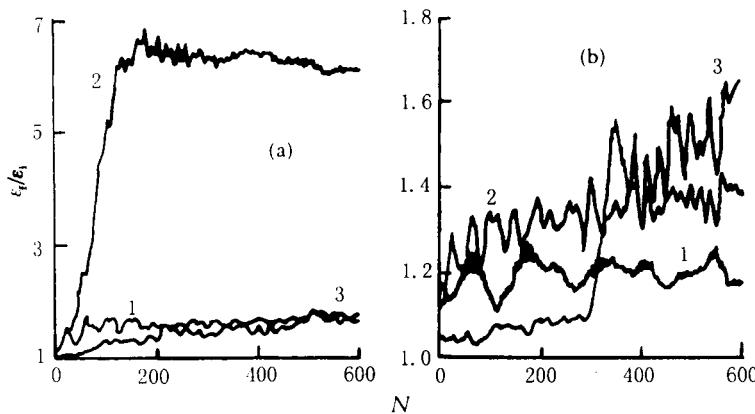


图 2 束晕强度随调谐衰减常数的变化

Fig. 2  $h$  vs  $\eta$  for different mismatch parameter(a) —  $\mu = 0.6$ ; (b) —  $\mu = 0.8$ □ —  $\sigma_0 = 65^\circ$ ; ● —  $\sigma_0 = 75^\circ$ ; ○ —  $\sigma_0 = 85^\circ$ 图 3  $r_{\max}/a$  随调谐衰减常数  $\eta$  的变化Fig. 3  $r_{\max}/a$  vs  $\eta$  for different mismatch parameter(a) - -  $\mu = 0.6$ ; (b) - -  $\mu = 0.8$ × —  $\sigma_0 = 65^\circ$ ; ● —  $\sigma_0 = 75^\circ$ ; ○ —  $\sigma_0 = 85^\circ$ 图 4 发射度增长随聚焦周期单元数  $N$  的变化Fig. 4  $\epsilon_f/\epsilon_i$  vs  $N$  for mismatch parameter(a) - -  $\mu = 0.7$ ; (b) - -  $\mu = 0.8$ 

1 — GA; 2 — WB; 3 — PA

成的机制。由于随着真空相移的增大,不稳定性增长率也增大,对于足够大的真空相移,存在着一个严格的区域,当超越这一区域时,对于即使所有的 $\sigma \rightarrow 0$ 的束流也是不稳定的<sup>[20]</sup>。也就是说,按照Vlasov方程的扰动分析论,二阶共振模式已经发生。对于真空相移 $\sigma_0 > 90^\circ$ 和足够大的空间电荷效应,失配束流的包络振荡变成混沌行为<sup>[17]</sup>。采用匹配的高斯型分布束流,考察了真空相移 $\sigma_0 = 105^\circ$ 时的发射度增长。图5示出发射度增长随调谐衰减常数的变化。可以看出:调谐衰减常数在0.23~0.25之间,发射度增长迅速,并经过一相当宽的区域才衰减下来,说明在此区域中存在着危害大的二阶共振模式。图6示出调谐衰减常数为0.245时的束流相空间分布形状,说明二阶共振模式确实已经发生。

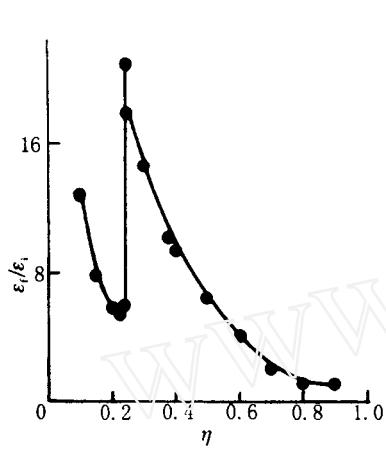


图5 初始高斯分布的匹配束流的发射度增长随调谐衰减常数的变化

Fig. 5  $\epsilon_r/\epsilon_i$  of rms-matched Gaussian beams vs  $\eta$

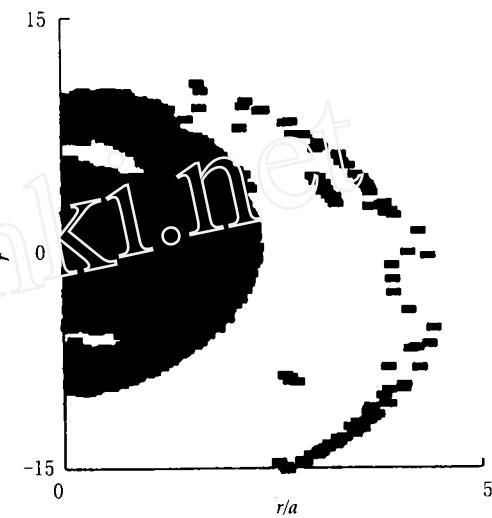


图6 聚焦周期单元数 $N=600$ 和调谐衰减常数为0.245时的相空间分布(真空相移 $\sigma_0=105^\circ$ )

Fig. 6 Phase-space distribution of Gaussian beam at  $N=600$  and  $\eta=0.245$  for  $\sigma_0=105^\circ$

### 3 结语

在聚焦系统中,偏离静态分布的束流在传输过程中总是由于减小非线性场能而转化为静态分布。在此过程中,束核的等离子振荡所激发的参数共振将使束核中部分粒子形成束晕。在周期性聚焦系统中,聚焦系统的周期性在某些区域产生共振的不稳定性。当真空相移小于90°时,没有明显的发射度增长;而当真空相移大于90°时,可能发生强烈的不稳定性,特别是二阶共振的产生,并伴有很大的发射度增长。因此,在线性传输系统的设计中,尽可能地使真空相移小于90°。当真空相移大于90°时,需要选择没有共振发生的区域。模拟计算结果表明:束晕强度和最大径向幅度随着初始失配恶化而增大,当真空相移小于90°,它们与调谐衰减常数基本无关。

## 参 考 文 献

- 1 Kapchinskij IM,Vladimirskij VV. Limitations of Proton Beam Current in a Strong Focusing Linear Accelerator Associated With the Beam Space Charge. In: CERN ed. Proceedings of the International Conference on High Energy Accelerators. Geneva:CERN,1959:274
- 2 Gluckstern RL,Cheng W-H,Kurennoy SS,et al. Stability and Halo Formation of a Breathing Axisymmetric Uniform-Density Beam. Phys Rev E,1996,54(6):6788
- 3 Gluckstern RL. Analytic Model for Halo Formation in High Current Ion Linacs. Phys Rev Lett,1994,73(9):1247
- 4 O'Connell JS,Wangler TP,Mill RS,et al. Beam Halo Formation From Space Charge Dominated Beam in Uniform Focusing Channels. In: Corneliusen ST ed. Proc 1993 Particle Accelerator Conf. Washington DC: Institute of Electrical and Electronics Engineers, Inc,1993:3657
- 5 Lagniel JM. Chaotic Behaviour and Halo Formation From 2D Space-charge Dominated Beams. Nucl Instrum Methods Phys Res,1994,A345(3):405
- 6 Wangler TP,Garnett RW,Gray ER,et al. Dynamics of Beam Halo in Mismatched Beams. In: CERN ed. Proceedings of the 1996 International Linac Conference. Geneva:CERN,1996:372
- 7 Jameson RA. Design for Low Beam Loss in Accelerators for Intense Neutron Source Applications. In: Corneliusen ST ed. Proc 1993 Particle Accelerator Conf. Washington DC: Institute of Electrical and Electronics Engineers, Inc,1993:3926
- 8 Lagniel JM,Piguelin AC. On the Dynamics of Space-charge Dominated Beam. In: Takata K eds. Proc of the 1994 International Linac Conference. Tsukuba:[s. n.],1994:529
- 9 Okamoto H,Ikegami M. Simulation Study of Halo Formation in Breathing Round Beams. Phys Rev E,1997,55(4):4694
- 10 Gluckstern RL,Kurennoy SS. Stability and Halo Formation in Axisymmetric Intense Beams. In: Comyn M eds. Proc 1997 Particle Accelerator Conf. Canada:[s. n.],1997
- 11 黄志斌,陈银宝. 均匀聚焦系统和周期性系统中束晕形成的模拟研究. 高能物理与核物理,1998,22(10):673
- 12 Lapostolle P,Lombardi AM,Tanke E,et al. A Modified Space Charge Routine for Linac Beam Dynamics Codes. In: Takata K eds. Proc of the 1994 International Linac Conference. Tsukuba:[s. n.],1994:552
- 13 Lapostolle P,Lombardi AM,Nath S,et al. A New Approach to Space Charge for Linac Beam Dynamics Codes. In: CERN ed. Proceedings of the 1996 International Linac Conference. Ceneva:CERN,1996:375
- 14 Hofmann I,Laslett LJ,Smith L,et al I. Stability of the Kapchinskij-Vladimirskij(K-V)Distribution in Long Periodic Transport Systems. Particle Accelerators,1983,13:145
- 15 Struckmeier J,Reiser M. Theoretical Studies of Envelope Oscillations and Instabilities of Mismatched Intense Charged-particle Beams in Periodic Focusing Channels. Particle Accelerators,1984,14:277
- 16 Chen C,Davidson RC. Nonlinear Properties of the Kapchinskij-Vladimirskij Equilibrium and Envelope Equation for an Intense Charged-Particle Beam in a Periodic Focusing Field. Phys Rev Lett,1994,49:5679
- 17 Chen C,Davidson RC. Nonlinear Resonances and Chaotic Behavior in a Perodically Focused Intense Charged-particle Beam. Phys Rev Lett,1994,72(11):2195
- 18 Qian Q,Davidson RC,Chen C. Halo Formation Induced by density Nonuniform in Intense Ion Beams. Phys Rev,1995,E51(6):5216
- 19 Ikegami M,Okamoto H. Halo Formation Form Mismatched Axisymmetric Beams in a Periodic Focusing Channel. Jpn J Appl Phys,1997,36:7028
- 20 Reiser M. Theory and Design of Charged Particle Beams. New York:John Wiew & Sons Inc,1994:335

# HALO FORMATION IN BREATHING ROUND BEAMS IN A PERIODIC FOCUSING CHANNEL

Huang Zhibin Chen Yinbao

(China Institute of Atomic Energy, P.O. Box 275-17, Beijing, 102413)

## ABSTRACT

Halo formation in high-intensity axisymmetric beams in a periodic focusing channel is analyzed using particle-in-cell simulations. In order to explore self-consistently the fundamental properties of breathing round beams propagating in a periodic focusing channel, the initial phase-space distribution of a beam injected into a linac is adopted to be some sufficiently realistic distributions such as Gaussian, waterbag and parabolic. Numerical results such as halo intensity and emittance growth are obtained by means of multiparticle simulations.

**Key words** Phase-space distribution Halo intensity Emittance growth

## 《原子能科学技术》征稿简则

### 1 简介

《原子能科学技术》，双月刊，中国原子能科学研究院主办，1959年创刊，国内外公开发行，全国性学术与技术兼顾的原子能类核心期刊，美国工程信息公司 Ei Compendex 数据库、《中国学术期刊(光盘版)》收录期刊，并已入网“万方数据(China Info)系统《科技期刊群》”。主要收登核科学技术方面具有创造性的科技成果，同时兼登评述(综述)、讲座、技术交流、动态等方面的文章，旨在促进核科学与技术方面的交流和核技术与其它科学技术间的交叉渗透，推动核科技在国民经济中的应用。

### 2 来稿要求和注意事项

- 1) 文稿务求论点明确，文字简练，数据可靠。研究报告限 5000 字，研究简报限 3000 字，综述不得超过 8000 字。
- 2) 文题简明(20 个汉字以内)，中英文摘要须包括题目、作者姓名、作者单位、省市名和邮政编码，并应写成叙述性文摘(含有研究目的、方法、结果和结论)；关键词 3~5 个。
- 3) 文稿应采用阿拉伯数字进行分级编号，最多可用 4 级。引言不编号，也不写“引言”字样。字迹清楚，抄写在非红单面方格纸上，或用小四号字同行打印。
- 4) 文稿中外文字母、符号须分清大、小写；上、下角的字母、数码和符号等位置的高低应区别明显；易混淆的外文字母、符号在第 1 次出现时用铅笔注明文种。
- 5) 文稿中的数据不能同时以图和表表述，只能选择其一；采用法定计量单位，物理量用法定量符号表示；在图表中用量与单位的比值表示数值，即量与单位之间用除号“/”相隔，如  $E/\text{keV}$ ；图应另页放，在正文中需放置插图的地方留出适当的空位，围以框线，在方框下写明中英文图号、图题和中文图注。
- 6) 基金项目名称及项目编号、作者简介(第 1 作者姓名(出生年—)、性别(民族——汉族省略)、籍贯、职称、学位、从事专业)需以页下注形式写明。
- 7) 来稿一经刊登，本刊将按规定酌致稿酬，并赠每位作者当期《原子能科学技术》1 册。
- 8) 收稿后本刊立即向作者寄发收稿通知单；若待审处理时间超过 4 个月不予回复，作者可改投它刊；退修稿逾期半年不修回者，本刊即作自动退稿处理；录用稿一经排版，若作者要求退稿，需部分补偿编辑部经济损失；已被本刊刊用的稿件，将由编辑部纳入《中国学术期刊(光盘版)》和入网“万方数据(ChinaInfo)系统《科技期刊群》”，本刊所付稿酬包含上述两项报酬。
- 9) 来稿请自留底稿，无论刊登与否恕不退稿。
- 10) 请勿一稿两投。