

HPGe 探测器效率刻度的 新处理方法

曹 忠

(中国原子能科学研究院, 北京)

把迭代最小二乘法用于 HPGe(或 Ge(Li))探测器全能峰效率刻度中并与双线法和引进附加参数的最小二乘法作了比较, 新的方法具有精度高和易作系统误差校验的优点。

关键词 效率刻度, HPGe γ 线探测器, 迭代最小二乘法。

一、方法介绍

在高分辨率的 HPGe(或 Ge(Li)) γ 线探测器全能峰效率刻度工作中, 常采用源强已知的标准 γ 源。刻度时, 由于受实验室条件限制, 往往发现手头所有的标准源太少, 因而刻度的能量点数目偏少和能区范围偏窄, 影响了精度。另一种方法是利用源强未知的多谱线 γ 源作相对效率刻度。近代核结构研究的进展已为我们提供越来越多强度分支比精确测定的多谱线 γ 源, 如 $^{152,154}\text{Eu}$, $^{226,228}\text{Ra}$, ^{228}Th , ^{56}Co , ^{120}Se , ^{182}Ta , $^{110\text{m}}\text{Ag}$, ^{134}Cs , ^{125}Sb , ^{133}Ba , $^{166\text{m}}\text{Ho}$ 等。它们的能量范围从小于 50 keV 到 3548 keV, 半衰期又都在 70 d 以上, 因而是很好的刻度源。用多谱线 γ 源作相对刻度, 可以增加刻度能点数目和扩大能区范围, 避开源强已知的严格要求; 在许多工作中得到了广泛的应用。在相对效率刻度之后, 对某一能量点如 663 keV 作绝对归一, 同样也可以得到绝对效率曲线。

图 1 是用 ^{152}Eu , ^{226}Ra 两个源刻度 CANBERRA HPGe (P) γ 探测器所得的相对效率曲线。图中拟合曲线是对 ^{226}Ra 的 20 个实验点所作的。从图中我们可以看出, 为了把用 ^{152}Eu 和 ^{226}Ra 源刻度所得的数据放到一起拟合以增加能量点数目, 必须要对两个不同源的源强作归一处理。

效率曲线的拟合一般在双对数坐标系中进行, 因为从实验数据的相关分析可知, 此时

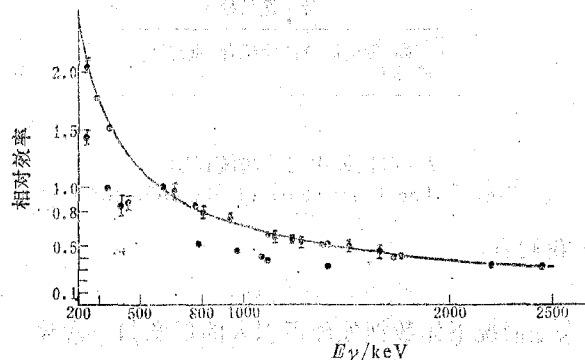


图 1 25 cm 距离上 Canberra 3020 的效率刻度
Fig.1 Efficiency calibration for Canberra 3020 at 25 cm

的相关系数最接近于-1, 可以用较低的拟合阶数(l_0)。这时拟合函数形式为:

$$\ln e_{ji}^a = \sum_{l=1}^{l_0} C(l) (\ln E_{ji})^{l-1} \quad (1)$$

可改写为: $e_{ji}^a = e^{C(1)} \cdot E_{ji}^{C(2) + \sum_{l=3}^{l_0} C(l) (\ln E_{ji})^{l-2}}$ (2)

其中 e_{ji}^a 是第 j 个 γ 源的能量为 E_{ji} 处的绝对探测效率。

$$e_{ji}^a = N_{ji} / I_j B_{ji} \quad (3)$$

N_{ji} 是 γ 探测器测量到的 E_{ji} 处峰面积(经过死时间和“和峰”校正, 本底扣除之后), I_j 是第 j 个 γ 源的绝对源强, B_{ji} 是 j 源中特征 γ 线 E_{ji} 的分支比。

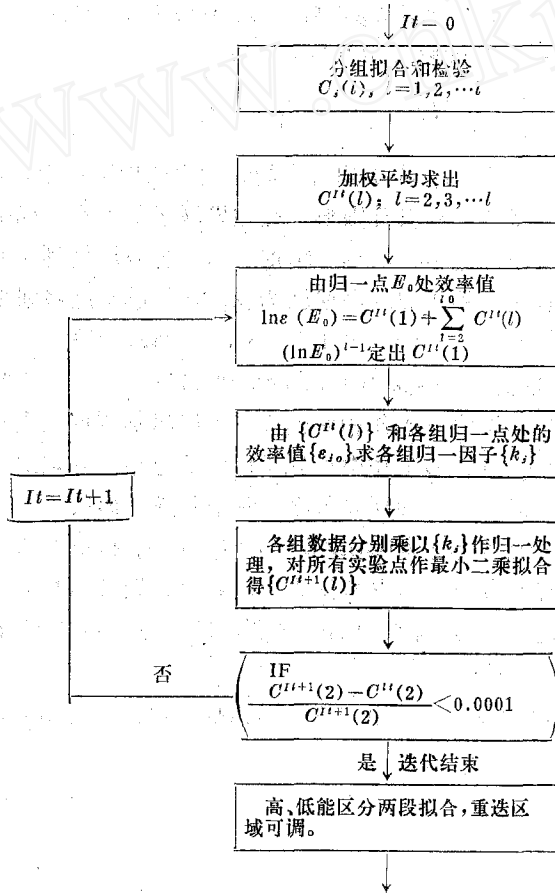


图 2 迭代最小二乘法流程图

Fig.2 The flow chart of the iteration

对于相对效率 e_{ji}^r , 我们有:

$$e_{ji}^r = N_{ji} / F_j B_{ji} \quad (4)$$

F_j 是第 j 个 γ 源源强未知情况下作数据处理所引入的任意归一常数。

比较(3)和(4)可得

$$e_{ji}^r = \frac{I_j}{F_j} e_{ji}^a \quad (5)$$

$$\therefore e_{ji}^r = \frac{I_j}{F_j} e^{c(1)} \cdot E_{ji}^{c(2) + \sum_{l=3}^{l_0} c(l)(\ln E_{ji})^{l-2}} \quad (6)$$

$$\therefore \ln e_{ji}^r = \left(\ln \frac{I_j}{F_j} + c(1) \right) + c(2) \ln E_{ji} + \sum_{l=3}^{l_0} c(l) (\ln E_{ji})^{l-1} \quad (7)$$

比较(1)和(7)式可知,除常数项外,其他拟合参数与源强无关。各个相对效率曲线的常数项与绝对效率曲线常数项仅差一个与源强有关的归一因子 $\ln\left(\frac{I_j}{F_j}\right)$ 。根据这特点可以用双线法^[1-4]来归一源强,也可以把源强作为附加待定拟合参数与 $c(l)$ 一起拟合确定,此时拟合目标参数的定义是:

$$G = \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^{n_j} W_{ji} \left(\sum_{l=1}^{l_0} c(l) (\ln E_{ji})^{l-1} - \ln\left(\frac{F_j}{I_j}\right) - \ln e_{ji}^r \right)$$

其中 N 是刻度源总数, F_j/I_j 是第 j 个 γ 源强归一因子,它们与 $c(l)$ 一起由最小二乘法定出。 W_{ji} 是权重因子。

从经验公式^[5,6]可知,(7)式中的 $c(2)$ 是反映 Ge(Li) 探测器性能的特征量,它决定于 r 探测器的灵敏体积 V_{ac} : $c(2) = A \log V_{ac} + B$ 。其他高次项与它相比属于小的修正量。我们对灵敏体积为 67.5—172 cm³ 的 7 个 HPGc(N 和 P 型)探测器所做的实验测量也证实了上述经验公式的可靠性。本工作利用特征量 $c(2)$ 作为收敛的判据,采用迭代最小二乘法解决源强归一问题。此时 F_j/I_j 不是作为待定参数而是在迭代过程中求出,图 2 是流程图,具体步骤如下:

(1) 首先对 N 个不同 γ 源刻度数据分别用公式(7)的函数形式作多项式拟合得到 N 组 $\{c'(l); l=1, \dots, l_0\}$, $\{c'(1)\}$ 中包含有 $\ln I_j/F_j$ 因子,因而是各不相同的,其余高次项系数应该相同。根据这一特点对 N 组 $\{c'(l); l \geq 2\}$ 作加权平均,不同的加权方法给出的 $C_0(2)$ 值偏差达 2%(见表 1),超出了它的误差范围($\sim 0.6\%$),需要用迭代方法解决这个问题。

(2) 把 $\{c^0(l); l \geq 2\}$ 代入公式(1)并结合效率基准点 E_0 处的值定出常数项 $c^0(1)$,这样就得到一组 $\{c^0(l); l=1, \dots, l_0\}$, 这组值是迭代的初值,上标“0”代表迭代次数。

(3) 用 $\{c^0(l); l=1, \dots, l_0\}$ 定出各个 γ 源刻度数据的归一因子 $\{k_j; j=1, \dots, N\}$ 并对数据作归一处理。

在每个 γ 源刻度数据组中找一个误差较小的点作为该组归一点,设该处的 γ 能量为 $E_{j,0}$, 效率值为 $e_{j,0}^r$ 。由公式(1)和 $\{C^0(l)\}$ 计算出该处的效率值 $e_{j,0}^a$, 从而求得 $k_j = e_{j,0}^a / e_{j,0}^r$, 然后该组的数据均乘以 k_j , 由公式(6)可知

表 1 迭代过程中 $c(2)$ 变化

Tab. 1 The change of $c(2)$ in the iteration.

加权方法	迭 代 次 数					$\sqrt{\chi^2}$
	0	1	2	3	4	
$1/\sigma_{ji}$	-0.8173	-0.8314	-0.8313	-0.8324	-0.8324	1.27
$1/\sigma_{ji}^2$	-0.8271	-0.8320	-0.8320	-0.8324	-0.8324	1.27
等权	-0.8111	-0.8310	-0.8323	-0.8324	-0.8324	1.27
n_j 各组实验点数	-0.8196	-0.8315	-0.8323	-0.8324	-0.8324	1.27

$$\varepsilon_{ij}^* k_j = \varepsilon_{ij}^* \cdot \frac{F_j}{I_j} = C(l) E_{ij} \sum_{l=1}^{l_0} C(l) (\varepsilon_{ij})^{l-1}$$

上式右边即是归一化处理后的 ε_{ij}^* ，不再依赖于源强 I_j 和数据处理因子 F_j 。

(4) 对于 N 组归一化处理后的所有实验点 $\sum_{j=1}^N n_j$ ，用公式(1)作最小二乘法拟合定出 $\{C^1(l)\}$ ，用 $\{C^1(l); l \geq 2\}$ 代替 $\{C^0(l); l \geq 2\}$ 重复步骤(2)得到新的 $C^1(1)$ ，再用这组 $\{C^1(l); l=1, \dots, l_0\}$ 作源强归一，即重复步骤(3)。

(5) 对于再一次归一后的数据作步骤(4)得到 $\{C^2(l)\}$ 。如此往返重复由 $\{C^j(l)\}$ 参数组得到 $\{C^{j+1}(l)\}$ 参数组(上标 j 代表迭代次数)直到满足：

$$|C^{j+1}(2) - C^j(2)| / C^{j+1}(2) < 0.0001$$

这时的 $\{C^{j+1}(l)\}$ 就是我们待定的拟合参数。

二、结果和讨论

图3是对图1中实验数据用迭代最小二乘法处理后的实验点和拟合曲线，其中拟合优度 χ 的定义是：

$$\chi = \sqrt{\frac{1}{N-p-1} \sum_{i=1}^N (f(x_i) - y_i)^2}$$

N 是实验点总数， P 是待定拟合参数的数目。

图4, 5是用 ^{133}Ba , ^{125}Sb , $^{152,154}\text{Eu}$, ^{228}Th , ^{56}Co 源刻度 ORTEC GMX-20190 型 HPGGe(N) 探头的结果。采用了迭代最小二乘法处理 64 个刻度点，在 350—3700 keV 能区用双对数坐标系中一次多项式来拟合， $l_0=2$ ，拟合优度 $\chi=1.54$ 。在 84—500 keV 能区采用 $\varepsilon_{ij} = \sum_{l=1}^{l_0} C(l) E_{ij}^{l-1}$ 的函数形式， $l_0=4$ ， $\chi=1.02$ 。350—500 keV 是重迭区域，它可以改变以保证两段拟合曲线衔接处的连续性。

下面讨论三个问题：

(1) 迭代的收敛速度

从表1, 2可以看出迭代收敛速度很快，一般迭代次数小于 5 次就可以满足收敛判据。

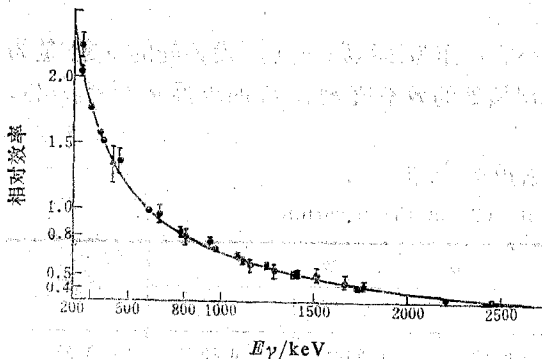


图3 迭代归一后的效率曲线

Fig.3. The efficiency calibration for Canberra. 3020 after the iteration normalization.

$\chi=1.24$

图6分析了收敛的机制，设图中的 a 和 b 是两组多谱线 γ 源刻度数据， E_{a0} 和 E_{b0} 是它们各自的迭代归一基点， E_0 是效率已知的归一基准点， $C(2)$ 是双对数坐标系中斜率的真值。 $C^0(2)$ 是迭代初值，即加权平均值。如果 $C^0(2)$ 对 $C(2)$ 有一离偏，如图所示 $|C^0(2)| > |C(2)|$ ，用 $C^0(2)$ 作归一处理后的数据以“*”表示， $C^1(2)$ 是对所有“*”点作拟合所得的斜率。由图可知 $C^1(2)$ 必然满足 $|C^0(2)| > |C^1(2)| > |C(2)|$ ，即 $C^1(2)$ 比 $C^0(2)$ 更逼近于真值，这就是为什么少量几次迭代就可以求

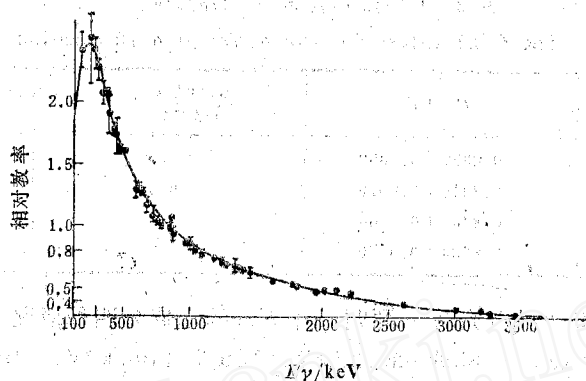


图 4 在105cm距离上120cm³HPGe的效率刻度
Fig.4 The efficiency calibration for 120 cm HPGe at 105 cm distance
 $\chi=1.54$

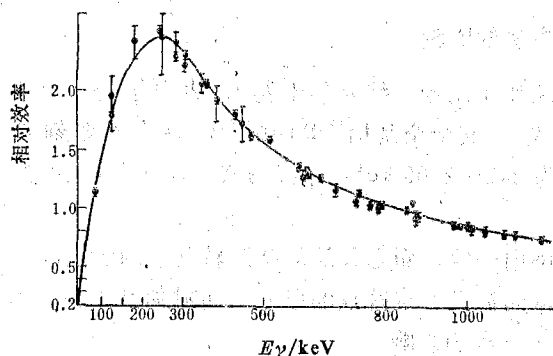


图 5 低能端处效率曲线
Fig.5 The efficiency curve at the lower energy region
 $\chi=1.02$

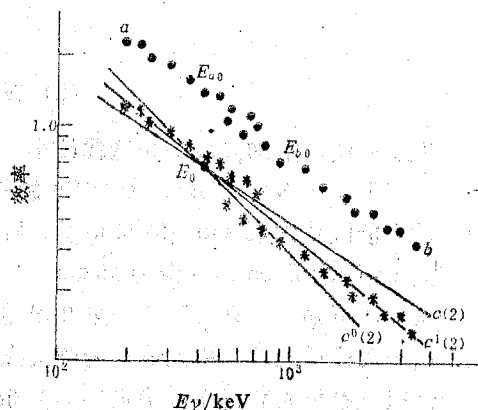


图 6 迭代时 C(2)收敛示意图
Fig.6 The convergence during the iteration

表 2 C(2) C(3)与迭代次数的关系

Table 2 The values of C(2) and C(3) for the different number of the iteration.

l_0	参 数	迭 代 次 数							$\sqrt{\chi^2}$
		0	1	2	3	4	5	6	
2	C(2)	-0.7930	-0.7912	-0.7913	-0.7913	-0.7913	-0.7913	-0.7913	1.24
	C(3)	-0.2080	-0.2054	-0.2070	-0.2037	-0.2037	-0.2035	-0.2035	

出C(2)真值的原因。同样可证明 $|C^0(2)| < |C(2)|$ 的情况。

(2) 各归一参考点 E_{j0} 选取的影响

归一参考点 E_{j0} 应选取相对误差较小的实验点以保证迭代处理的精度，只要满足这一条件，不同选取的结果在误差范围内一致(表 3)。表 3 是图 4 数据的试验结果， $l_0=2$ ，归

表 3 归一点 E_{j0} 对 $C(2)$ 的影响

Table 3 The $C(2)$ values for the different normalization points.

E_{j0} 的选取	$C(2)$	$\frac{\Delta C(2)}{C(2)} / \%$	$\sqrt{\chi^2}$
a	-0.8327 ± 0.0050	0.6	1.54
b	-0.8315 ± 0.0070	0.8	2.2
c	-0.8360 ± 0.0060	0.8	2.15
d	-0.8334 ± 0.0050	0.6	1.54

一基准点 $E_0 = 846.86 \text{ keV}$, 其余各 γ 源归一点 E_{j0} 的选取分四种情况:

a. ^{56}Co 取 846.86 keV , ^{125}Sb 取 635.9 keV , ^{152}Eu 取 1408 keV , ^{154}Eu 取 1274.5 keV , ^{133}Ba 取 356.0 keV , ^{228}Th 取 593.1 keV ; b. ^{56}Co 源取 846.86 keV , ^{125}Sb 取 427 keV , ^{152}Eu 取 778 keV , ^{154}Eu 取 591.7 keV , ^{133}Ba 取 384 keV , ^{228}Th 取 860.4 keV ; c. ^{56}Co 源由 846.86 keV 改为 1238.24 keV , 其余同 b; d. ^{56}Co 由 846.86 keV 改为 1771.3 keV , 其余同 a.

(3) 三种方法的比较

用双线法、附加参数法和迭代最小二乘法作了比较, 结果列于表 4。表中除“*”是用 ^{56}Co , ^{228}Th , ^{125}Sb , ^{133}Ba , $^{152}, ^{154}\text{Eu}$ 源刻度外, 其余全是用 ^{133}Ba 和 ^{152}Eu 两个源来刻度的, 前者能区范围取 $340 \sim 3700 \text{ keV}$, 后者为 $242 \sim 2600 \text{ keV}$, 拟合阶数 $l_0 = 2$, “*”的源和探测器距离 105 cm , 其余为 25 cm 。

从表 4 可知, 三种方法的结果在误差范围内一致, 而迭代法的精度较其余两者稍高, 这是由于双线法采用效率比值作为刻度点, 从而扩大了这些点的误差, 而附加参数法增加了待定拟合参数的数目而对确定 $\{C(l)\}$ 带来了不利的影响。

表 4 三种方法的比较

Table 4 The comparison among three methods.

探测器	双线法			附加参数法			迭代最小二乘法		
	$C(2)$	$\frac{\Delta C(2)}{C(2)} / \%$	$\sqrt{\chi^2}$	$C(2)$	$\frac{\Delta C(2)}{C(2)} / \%$	$\sqrt{\chi^2}$	$C(2)$	$\frac{\Delta C(2)}{C(2)} / \%$	$\sqrt{\chi^2}$
HPGe									
GMX-10190	-0.9930	0.9	1.82	-0.9912	0.61	1.51	-0.9912	0.58	1.45
GMX-15195	-0.8882	0.64	1.19	-0.8864	0.45	1.00	-0.8861	0.44	0.98
GMX-15195	-0.8650	0.61	1.27	-0.8682	0.55	1.19	-0.8682	0.52	1.14
GMX-20200	-0.8385	0.63	1.28	-0.8411	0.63	1.31	-0.8414	0.61	1.28
GMX-20195	-0.8480	0.75	1.5	-0.8543	0.66	1.43	-0.8546	0.65	1.39
GEM-30200	-0.8173	0.56	1.13	-0.8192	0.56	1.13	-0.8197	0.55	1.12
GMX-35200	-0.7445	0.7	1.27	-0.7458	0.63	1.17	-0.7450	0.66	1.2
*GMX-20190	-0.8273	0.53	1.1	-0.8313	0.52	1.1	-0.8307	0.52	1.1

表 5 中的数据取自对 CANBERRAX tRa~3020 型 HPGe (P) 探头的刻度, 一个采用 ^{226}Ra 源的 21 个刻度能点, 另一个还要再加上 ^{152}Eu 的 7 个能点。由于仅增加 7 个能点而且能区范围一致, 原则上用 $l_0 = 2$ 的多项式拟合所得的 $C(2)$ 值应一致, 从结果看迭代法的情况最为符合。

表 5 不同刻度数据时的 $C(2)$ Table 5 The $C(2)$ values for different calibration data.

刻度数据	双线法		附加参数法		迭代最小二乘法	
	$C(2)$	$\sqrt{\chi^2}$	$C(2)$	$\sqrt{\chi^2}$	$C(2)$	$\sqrt{\chi^2}$
^{226}Ra	-0.7967 ± 0.0070	1.44	-0.7911 ± 0.0060	1.34	-0.7911 ± 0.0060	1.34
^{226}Ra 和 ^{152}Eu	-0.7924 ± 0.0060	1.33	-0.7918 ± 0.0050	1.24	-0.7913 ± 0.0050	1.23

迭代法的另一优点是易于发现各个数据组间的系统偏差。因为在处理过程中,先要分别为 N 个 γ 数据组作函数拟合求出 N 个 $C(2)$ 。由于 $C(2)$ 是反映探测器特征的量,它们应在误差范围内一致。此外还可以用经验公式计算出该探测器的 $C(2)$ 值,把 N 个实验值与计算值相比较,偏差大于 4% 的实验拟合值是可疑的,因为经验公式的误差是小于 4%^[5,6],对于这组刻度数据就有必要检查其原始的数据和实验的条件。如表 5 中对于 ^{226}Ra 和 ^{152}Eu 两组刻度数据拟合参数 $C(2)$ 分别为 -0.7911 ± 0.006 和 -0.7964 ± 0.011 ,两者在误差范围内符合,与经验公式估算值 -0.7979 的偏离小于 0.9%。这两组数据均是可靠的。在用 ^{56}Co , ^{125}Sb , ^{152}Eu , ^{154}Eu 源刻度 GMX-20190 型 HPGe(N) 探测器时,分组拟合的 $C(2)$ 值分别为 -0.8321 ± 0.018 ; -0.8507 ± 0.040 ; -0.8219 ± 0.01 ; -0.7488 ± 0.016 。前三者在误差范围内一致。 ^{154}Eu 的结果与它们偏差达 12%,且在误差范围之外,通过检查确定找出了原始输入数据中存在问题。

在本工作过程中,虞志康、王新林、沈林兴、周宏余和 24 室计算机组的同志们给予了大力支持,在此表示谢意。

参 考 文 献

- [1] Kane, W. R. and Mariscotti, *Nucl. Instrum. Methods*, 56, 189(1967).
 [2] Van dar Leun et al., *Nucl. Phys. A* 100, 316(1967).
 [3] Singh, B. P. et al., *Nucl. Instrum. Methods*, 97, 475(1971).
 [4] 邢进强、石侠及等, *原子能科学技术*, (4), 23(1983).
 [5] Somorjai, e., *Nucl. Instrum. Methods*, 131, 557(1975).
 [6] Vano, E. et al., *Nucl. Instrum. Methods*, 123, 573(1975).

(编辑部收到日期: 1986年8月6日)

A NEW APPROACH TO THE HPGe DETECTOR EFFICIENCY CALIBRATION

CAO ZHONG

(Institute of Atomic Energy, P. O. Box 275, Beijing)

ABSTRACT

The iterative least square method is used for the full energy peak efficiency calibration of HPGe gamma ray detector. The result is compared with the results of "extra parameter" method and "two-line" method. New approach shows the advantage of higher accuracy and easier to check systematic error.

Key words Efficiency calibration, HPGe gamma ray detector, Iterative least square method.