

文章编号:1001-9081(2008)02-0292-02

一种随机着色 Petri 网及模型的性能分析

王继曾,张彦龙,罗靖宇

(兰州理工大学 计算机与通信学院,兰州 730050)

(zy2008@mail2.lut.cn)

摘要:针对随机 Petri 网 (SPN) 在系统性能分析时,其状态空间随着系统规模增大而指数性增长,造成求解稳定状态概率的复杂性的不足,提出了一种随机着色 Petri 网 (SCP N)。分析了它的有界性和可达性,证明了它同构于一个一维连续时间的马尔可夫链;同时,也分析了随机着色 Petri 网用于建模和系统性能定量分析的方法。

关键词:Petri;随机着色 Petri 网;性能分析;马尔可夫链

中图分类号:TP302.7 **文献标志码:**A

Performance analysis of new stochastic colored Petri nets

WANG Ji-zeng, ZHANG Yan-long, LUO Jing-yu

(College of Computer and Communication, Lanzhou University of Technology, Lanzhou Gansu 730050, China)

Abstract: While analyzing the system performance, the state space of stochastic Petri Nets increases exponentially with the accretion of the system scale, which causes the complexity of obtaining stabilization probability. Concerning this problem, we put forward a kind of Stochastic Colored Petri Net (SCP N), analyzed the limentary and reachable, and proved that SCP N is same as a continuous time Markov chain. At the same time, this article also analyzed the methods for modeling and quantitative performance analysis that the Stochastic Petri Nets (SPN) used.

Key words: Petri; Stochastic Colored Petri Net (SCP N); colored performance analysis; Markov chain

0 引言

Petri 网是一种以图形和数学为基础的形式化建模方法,具备一套严密的数学理论,在通信协议的形式化描述及验证,系统性能分析等各方面得到广泛的应用,是在建模领域中有着较高水平的专用技术^[1]。

自 Petri 博士首先提出 Petri 网后,出现了许多新的网系统,如基本网系统 (EN 系统)、库所变迁 (P/T) 系统、谓词变迁 (Pr/T) 系统、着色 Petri 网 (CPN) 和随机 Petri 网 (SPN)。

谓词变迁 (Pr/T) 系统是对库所变迁 (P/T) 系统更进一步的抽象和折叠,它是在对系统中标志进行分类的基础上,对网系统中的库所,变迁和有向边用谓词进行标注。着色 Petri 网是由 K. Jensen 提出的一种高级网系统,同类的个体染上同一种颜色,不同类的则以不同的颜色区别,能够简化网的结构,适合与描述复杂的系统^[2,3]。

随机 Petri 网是在基本网的基础上,在每个变迁的可实施与实施之间联系了一个随机的延迟时间,这大大增强了模拟能力。同时 Molloy, Florin 和 Natkin 等人提出变迁和随机指数分布的实施延时相联系起来的思想,这样就把随机 Petri 网与马尔可夫链 (Markov chain, MC) 联系起来。后来由 Zubere W. M 证明了一个随机 Petri 网同构于一个连续时间的马尔可夫链。但是随机 Petri 网的状态空间随着网规模的增大而指数性的增长,造成求解稳定状态概率的复杂性^[4,5]。针对这一问题,本文主要结合着色 Petri 网和随机 Petri 网的思想提出了的随机着色 Petri 网 (SCP N),并进行性质和应用方法的分析。

1 随机着色 Petri 网 (SCP N)

1.1 SCP N

定义 1 SCP N 为一个八元组:

$$\Sigma = (S, T; F, D, C, W, M_0, \lambda) \quad (1)$$

其中:

1) S 和 T 分别是它的库所集和变迁集, F 是 S 和 T 之间的流关系,它们必须满足: $S \cap T = \emptyset$; $S \cup T \neq \emptyset$; $F \in S \times T \cup T \times S$ (“ \times ”为笛卡儿集); $dom(F) \cup cod(F) = S \cup T$, 其中 $dom(F)$ 和 $cod(F)$ 分别是 F 的定义域和值域。

2) D 是有限、非空的原子颜色集合;

3) $C: S \cup T \rightarrow \xi(D)$, $\xi(D)$ 为原子颜色集 D 之幂集合,使得: $\forall s \in S, C(s)$ 是库所 S 上所有可能出现托肯色的集合。 $\forall t \in T, C(t)$ 是变迁 T 上的所有可能出现托肯色的集合。

4) W 是定义在 F 上的权函数;

5) $M_0: S \rightarrow C_{MS}$ 称为 SCP N 的初始标志;

6) $\lambda = \{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n\}$ 是变迁平均实施速率的集合,表示在可实施的情况下单位时间内的平均实施次数。

SCP N 的变迁和触发的规则与 CPN 相同,变迁输入位置内的标记数必须大于或者等于输入弧上的弧表达式,且符合颜色要求,同时由变迁来触发而改变其标识。

1.2 可达性和有界性

可达性和有界性是 Petri 网以及扩展 Petri 网最基本的动态性质,其余的各种性质都可以通过可达性来定义。

定义 2 假设 $\Sigma = (S, T; F, D, C, W, M_0, \lambda)$ 是一随机着色 Petri 网,如果存在 $t \in T$,使得 $M_0[t > M']$,则称 M' 为从 M_0 可以直接可达的。如果存在变迁序列 t_1, t_2, \dots, t_k 和表示序列 M_1, M_2, \dots, M_k ,使得: $M_0[t_1 > M_1[t_2 > M_2 \dots M_{k-1}[t_k > M_k]$,则称 M_k 为从 M_0 可达的。从 M_0 可达的一切标识的集合记为

收稿日期:2007-08-14;修回日期:2007-10-10。 基金项目:甘肃省自然科学基金资助项目(3ZS051-A25-037)。

作者简介:王继曾(1950-),男,甘肃兰州人,教授,主要研究方向:数据库技术、网络协议、信息处理及实时通信;张彦龙(1981-),男,甘肃会宁人,硕士研究生,主要研究方向:网络协议、Petri 网;罗靖宇(1982-),男,甘肃会宁人,硕士研究生,主要研究方向:移动通信。

$R(M)$, 约定 $M_0 \in R(M)$ 。

SCPN 的可达性主要与初始标识有关,在不同的初始标识下系统可达,则不同的初始标识对应不同的可达标识集合 $R(M)$ 。SCPN 建模时,模型的正确性验证和性能分析都是通过可达性构造可达图来实现的。

定义 3 假设 $\Sigma = (S, T; F, D, C, W, M_0, \lambda)$ 是一随机着色 Petri 网, $\forall s \in S$, 若存在着 K 维非负整数向量 V , 使得对任意的 $M \in R(M)$, 都有 $M(s) \leq V$, 则称库所 s 是有界的。

若 Σ 中的每个库所都是有界的, 则称 Σ 为有界的。

SCPN 的有界性反映被模拟系统运行过程中对有关资源容量的要求。虽然从定义上对库所的容量未加以限制, 但如果对某个具体的库所而言我们要求其容量不超过 K 。

1.3 同构于连续时间的马尔可夫链

在连续 SCPN 中, 一个变迁从可实施到实施需要延时, 即从一个变迁 T 变成可实施到实施之间的时间被看成是一个连续随机变量 x_i (正实数), 且服从一个分布函数:

$$F_i(x) = P\{x_i \leq x\} \tag{2}$$

在不同类型的连续时间 SCPN 中, 这个分布函数的定义是不一样的。

我们假定变迁延时 x_i 服从参数为 λ_i 的指数分布, 这样 SCPN 就跟马尔可夫链(MC) 联系起来。

定义 4 两个随机转换系统是同构的, 如果下列条件成立:

- 1) 在两个系统中的状态之间存在一个一对一的满射函数 F ;
- 2) 在一个系统中存在一个状态转换 $S_i \rightarrow S_j$, 如果在另一个系统中存在一个状态转换 $F(S_i) \rightarrow F(S_j)$;
- 3) 对于任意状态, 概率 $P[S_i \rightarrow S_j, \tau] = P[F(S_i) \rightarrow F(S_j), \tau]$ 。

此定义考虑的是 SCPN 的状态序列, 而不是变迁序列, 这就是说从一个标识 M_i 到另一个标识 M_j 可分别实施多个变迁, 并且这些变迁是不可区分的, 可以看成是一个总的变迁, 为系统的分析带来很大的方便。

引理 任何具有有限位置、有限变迁的连续时间的 SPN 同构于一个一维的连续时间的马尔可夫链^[6] (MC)。

SCPN 是对 SPN 中库所和变迁加入颜色标记形成的, 根据上面的引理, 我们可以推断: 有限位置、有限变迁的、连续时间的 SCPN 同构于一个一维的连续时间的马尔可夫链 (MC)。

证明 假设 $\Sigma = (S, T; F, D, C, W, M_0, \lambda)$ 为有界、连续时间随机着色 Petri 网, 在初始标识下是可达的, 那么 $\forall M \in [M_0 >; \forall s_i \in S, s_j \in S (0 \leq i, j \leq K)$, 有:

- 1) SCPN 是可达的, 记可达标识集为 $R(M_0)$, $R(M_0)$ 可以看成是马尔可夫链的状态集 M_i , 所以库所跟马尔可夫链的状态对应起来了, 库所状态的改变对应于马尔可夫链的状态的改变。满足满射;
- 2) 若存在库所状态的转变: $s_i \rightarrow s_j$, 那么有马尔可夫链状态的转变: $M(s_i) \rightarrow M(s_j)$;
- 3) 在一个标识 M 下, 如果有 N 个可实施的变迁, 那么某一时刻这 N 个变迁的实施都是可能的, 对某一个变迁 $t_i \in N$ 实施的可能性为:

$$P(M[t_i >]) = \lambda_i / \sum_{t_k \in N} \lambda_k \tag{3}$$

所以有:

$$P[S_i \rightarrow S_j, t] = P[M(S_i) \rightarrow M(S_j), t] = \lambda_i / \sum_{t_k \in N} \lambda_k \tag{4}$$

综上所述: 有限位置、有限变迁的、连续时间的 SCPN 同构于一个一维的连续时间的 MC。

2 SCPN 的应用

SCPN 是 SPN 的扩展, 主要用于对系统性能的定量分析和评价。

2.1 SCPN 建立系统模型的方法

根据 SCPN 的定义, 建立基于 SCPN 的系统模型有两种途径:

- 1) 首先分析系统, 确定系统的库所和变迁, 建立系统的 PN 模型; 然后在变迁的可实施与实施之间加入连续的随机延迟时间, 建立系统的 SPN 模型; 再根据着色 Petri 网的思想, 合并相关的同类项, 建立系统的 SCPN 模型。
- 2) 首先分析系统, 确定系统的库所和变迁, 建立系统的 PN 模型; 然后根据系统的性能, 合并相关的同类项并加入颜色标记, 建立系统的 CPN 模型; 最后在变迁的可实施与实施之间加入连续的随机延迟时间, 建立系统的 SCPN 模型。

2.2 SCPN 模型的性能分析

假设随机延时 x_i 是一个连续且服从指数分布的随机变量, 它的分布函数为 $\forall t \in T, F_i = 1 - e^{-\lambda_i t}, \lambda_i > 0$ 是变迁 t_i 的平均实施速率, 变量 $x_i \geq 0$ 。根据前面论证, SCPN 同构于一个一维的连续时间的 MC。同构 MC 的获取比较简单: 求出 SCPN 模型的可达图, 将其每条弧上的标注的实施变迁 t_i 换成其平均实施速率 λ_i 即可得到 MC。假设 $[M_0 >]$ 有 n 个元素, MC 有 n 个空间。

首先定义一个 $n \times n$ 阶的转移矩阵 $Q = [q_{i,j}], 1 \leq i, j \leq n$ 。

1) $i \neq j$ 时,

$$q_{i,j} = \begin{cases} d(1 - e^{-\lambda_i \tau}) / d\tau |_{\tau=0} = \lambda_i, \exists t_k \in T; M_i[t_k > M_j] \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \tag{5}$$

2) $i = j$ 时,

$$q_{i,i} = d \prod_k [1 - (1 - e^{-\lambda_k \tau})] / d\tau |_{\tau=0} = - \sum_k \lambda_k \tag{6}$$

其中 $k \neq i$, 且 $\exists M' \in [M_0 >, \exists t_k \in T; M_i[t_k > M'], \lambda_k$ 是 t_k 的速率。

设 MC 中 n 个状态的稳定状态概率是一个行向量 $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, 根据马尔可夫过程有:

$$\begin{cases} XQ = 0 \\ \sum_i x_i = 1, 1 \leq i \leq n \end{cases} \tag{7}$$

解线性方程组可以得到每个可达标识的稳定概率 $P[M_i] = x_i (1 \leq i \leq n)$ 。

在求得稳定概率的基础之上, 可进一步分析一些性能指标:

- 1) 标记概率密度函数。
- 标记概率密度函数是在稳定状态下, 每个位置中所包含的标记数量的概率。对于 $\forall s \in S, \forall i \in N$, 令 $P[M(s) = i]$ 表示位置 s 中包含 i 个标记的概率, 则可从标识的稳定概率求得位置 s 的标记概率密度函数为:

$$P[M(s) = i] = \sum_j P[M_j] \tag{8}$$

φ6.52 m × W11.12 m 的加泥式土压平衡双圆盾构进行施工,盾构推进到 184 ~ 199 环范围内,需要穿越一根三孔混凝土原水管涵。这条原水管关系到上海近 50% 人口的供水需求,为保护原水管涵,要求管涵的绝对沉降 ≤ 5 mm,管节之间差异沉降 ≤ 2.5 mm,因此施工难度巨大,同时没有类似工程的经验。我们在工程中采用 IMMC 进行了施工参数的决策控制,达到了事先制订的控制标准,保证了周边环境和城市的安全。箱涵的最终沉降量和地面累计沉降量变化见图 5 和图 6。

4 结语

本文针对时滞、多变、不确定的非线性系统控制难题,利用生物免疫原理提出了免疫多模型控制算法 IMMC。从计算机仿真和实际应用的结果可以看出,算法控制效果好。IMMC 利用免疫细胞间相互作用关系,建立了控制模型,使控制系统既具有根据历史模型快速切换的能力,又达到子模型优化的效果。

参考文献:

[1] NARENDRA K S, BALAKRISHNAN J. Adaptive control using multiple models [J]. IEEE Transactions Automat Control, 1997, 42 (2): 171 - 187.
 [2] 袁向阳, 施颂椒. 基于多模型的自适应控制研究进展 [J]. 上海交通大学学报, 1999, 33(5): 623 - 630.
 [3] 胡国龙, 孙优贤. 多模型控制方法的研究进展及其应用现状 [J]. 信息与控制, 2004, 33(1): 72 - 76.
 [4] 刘维宁, 张弥. 城市地下工程环境影响的控制理论及其应用 [J]. 土木工程学报, 1997, 30(5): 66 - 75.
 [5] AUFDERHEIDE B, PRASAD V, BEQUETTE B W. A comparison of fundamental model based and multiple model predictive control

[C] // Proceedings of IEEE 40th Conference on Decision and Control. Orlando: IEEE, 2001: 4863 - 4868.
 [6] 翟军勇, 费树岷. 基于多模型切换的智能控制研究 [J]. 东南大学学报: 自然科学版, 2004, 34(增刊): 113 - 116.
 [7] 梁彦, 程咏梅, 贾宇岗, 等. 交互式多模型算法性能分析 [J]. 控制理论与应用, 2001, 18(4): 35 - 38.
 [8] 周文波. 双圆盾构法隧道施工对地面沉降的影响及控制研究 [D]. 上海: 上海大学, 2006.
 [9] LI X R, ZHAO Z L, ZHANG P. Model - set design, choice, and comparison for multiple-model approach to hybrid estimation [C] // Proceedings of Workshop on Signal Processing, Communications, Chaos and Systems. Florida: [s. n.], 2002: 59 - 92.
 [10] KELLEY J, TROWSDALE J. Features of MHC and NK gene clusters [J]. Transplant Immunology, 2005, 14(3/4): 129 - 134.
 [11] CHARRON D. Immunogenetics today: HLA, MHC and much more [J]. Current Opinion in Immunology, 2005, 17: 493 - 497.
 [12] LEFFELL M S. MHC polymorphism: coping with the allele explosion [J]. Clinical and Applied Immunology Reviews, 2002, 3(1): 35 - 46.
 [12] 韩红星. MHC 在免疫识别作用中的研究进展 [J]. 免疫学杂志, 2002, 16(4): 15.
 [13] ALFRED I. Moving beyond the immune self [J]. Immunology, 2000, 12(3): 241 - 248.
 [14] AYARA M, TIMMIS J, LEMOS R D, et al. Negative selection: how to generate detectors [C] // Proceedings of 1st International Conference on Artificial Immune Systems. Canterbury: [s. n.], 2002: 89 - 98.
 [15] PETER J. Bentley, immune memory in the dynamic clonal selection algorithm [C] // Proceedings of 1st International Conference on Artificial Immune Systems. Canterbury: [s. n.], 2002.
 [16] 漆安慎, 杜婵英. 免疫的非线性模型 [M]. 上海: 上海科学教育出版社, 1998.

(上接第 293 页)

其中 $M_i \in [M_0 > \text{且 } M_j(S) = i_0]$ 。

2) 在位置中的平均标记数。

对于 $\forall s \in S, \bar{u}_i$ 表示在稳定状态下, 位置 s_i 在任一个可达标记中平均所含有的标记数, 则有:

$$\bar{u}_i = \sum_j j \times P[M(s_i) = j] \quad (9)$$

一个位置集 $S_j \in S$ 的平均标记数 \bar{N}_j 是其中每一个位置 $s_i \in S_j$ 的平均标记数之和, 记为 $\bar{N}_j = \sum_{s_i \in S_j} \bar{u}_i$ 。

位置中的平均标记数是一个非常有用的参数, 利用它可以做很多系统性能的分析 and 评价。如进行通信协议分析时, 可以把一个位置集中的平均标记数看作是要传输的数据包的个数, 进而, 就可以分析该协议系统的响应时间和吞吐量等性能指标。

3) 变迁的利用率

$\forall t \in T$ 的利用率 $U(t)$ 是 t 可实施的所有标识的稳定概率之和, 即:

$$U(t) = \sum_{M \in E} P[M] \quad (10)$$

其中 E 是使 t 可实施的所有可达标识集。

4) 变迁的标记流速

$\forall t \in T$ 的标记流速是指单位时间内流入 t 的后置位置 s 的平均标记数 $R(t, s)$:

$$R(t, s) = W(t, s) \times U(t) \times \lambda \quad (11)$$

其中 λ 是 t 的平均实施速率

同时, 还可以根据 Little 规则 $\bar{N} = \lambda T$ (\bar{N} 是队列的平均长

度, λ 是队列到达的平均速率即 $R(t, s)$, T 是队列的平均延时) 来求子系统的平均延时。

3 结语

Petri 网是一种以图形和数学为基础的建模方法, 在形式化描述以及性能评价中得到广泛的应用。本文在分析现有 Petri 网的基础之上, 根据 SPN 在系统性能分析时状态空间随着网规模的增大而指数性地增长, 造成求解稳定状态概率的复杂性的问题, 提出了 SCPN。分析了其有界性和可达性, 证明了其同构于一个一维连续时间的马尔可夫链, 同时, 给出了基于 SCPN 建模的方法以及进行系统性能定量分析的方法。

参考文献:

[1] 袁崇义. Petri 网原理与应用 [M]. 北京: 电子工业出版社, 2005.
 [2] ROUBTSOVA E E. Property specification for colored Petri nets [J]. 2004 IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics, 2004, 3(3): 2617 - 2622.
 [3] WELLS L. Performance analysis using coloured Petri nets [C] // Proceedings of the Tenth IEEE International Symposium on Modeling, Analysis and Simulation of Computer and Telecommunication Systems. TX: IEEE Computer Society, 2002: 217 - 221.
 [4] HASS P J. Stochastic petri nets for modeling and simulation [C] // Simulation Conference. New York: Springer-Verlag, 2004, 1: 112.
 [5] 林闯. 随机 Petri 网和系统性能评价 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2005.
 [6] ZUBEREK W K. Performance evaluation using unbound timed Petri nets [C] // Proceeding of the 3rd International Workshop on Petri Nets and Performance Models. Kyoto: [s. n.], 1989: 180 - 186.