

柱锥系统液面扰动的蒙特卡罗计算

何 金 声

本工作是在柱-锥系统临界安全蒙特卡罗计算基础上,采用微分蒙特卡罗方法进一步计算该系统由于液面扰动所引起有效增殖因子 K_{eff} 的变化律,应用于临界安全计算,对提高计算效率有实际应用价值。

关键词 蒙特卡罗方法,核临界安全,有效增殖因子,微扰理论,反应性。

一、概 述

对于任何一种增殖系统,当系统条件发生微小变化时,如温度或其它原因引起的系统物质截面的变化,反射层的移动或裂变物质容量的变化等,系统的有效增殖因子都将随之发生变化。用 α 表示变化参量,则微扰问题所研究的是随 α 的微小变化,而引起 $K_{eff}(\alpha)$ 的变化规律 $\delta K_{eff}(\alpha)/\delta\alpha$ 。

本工作(简称液面扰动计算)是在柱-锥系统临界安全计算^[1]的基础上,进一步考虑了当系统所含裂变物质容量,即液面高度 h 发生微小变化时,对有效增殖因子 $K_{eff}(h)$ 的影响 $\delta K_{eff}(h)/\delta h$,这个量不仅直接反映了系统有效增殖因子由于液面扰动所引起的变化规律,而且在临界安全计算中,为确定系统临界尺寸,还可以提高计算效率,节省计算机运行时间。

根据微扰问题的特点,一般可分为截面扰动和几何扰动两类。前者是指系统几何形状不变,而截面发生微小变化所引起的扰动;后者是指系统几何形状发生微小变化时所引起的扰动。显然本工作是属于几何扰动,其特点是在受扰时截面取值变化很大,但所限区域甚小,而在非扰动区截面不变,属于局部扰动问题。

用蒙特卡罗方法解这两类扰动问题,一种最直接的办法是:将 K_{eff} 的变分用差分形式近似表示:

$$\delta K_{eff}(\alpha) \simeq K_{eff}(\alpha + \Delta\alpha) - K_{eff}(\alpha), \quad (1)$$

其中 $\Delta\alpha$ 是 α 的改变量,然后分别计算 $K_{eff}(\alpha + \Delta\alpha)$ 和 $K_{eff}(\alpha)$ 而得到最后结果。但是这种通常的蒙特卡罗方法实际上是行不通的,因为它要求 $K_{eff}(\alpha)$ 和 $K_{eff}(\alpha + \Delta\alpha)$ 的有效位要精确到 4 位以上。为了用蒙特卡罗方法计算微扰问题,常用的有相关蒙特卡罗方法^[2]和微分蒙特卡罗方法^[2,3]。本工作是采用后一种方法实现的,该方法是近几年才发展起来的,它是建立在带微分扰动权重的随机游动基础上的方法。

二、系统条件及截面

系统几何是一柱-锥状容器,如图 1,内装含裂变物质的溶液,例如铀水或钚水溶液,同时还放置有吸收热中子(能量在 0.625 eV 以下)的所谓“毒物”——镉环和镉片。对击中

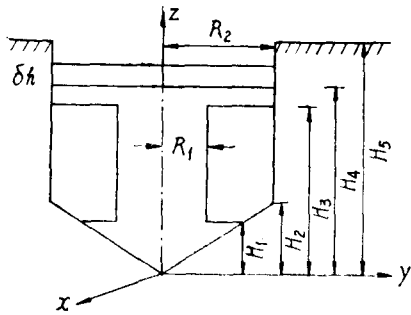


图 1 系统几何示意图

镉的热中子以已知几率 β 被反射, 以 $1-\beta$ 几率被吸收, 而对非热中子作透明处理。容器外可有水或其他介质的反射层, 图中 R_1, R_2 分别为镉和系统半径; H_1, H_3 分别为毒物上、下端到原点高度; H_2 为锥高; H_4, H_5 分别为活性区液面和反射层高度; δh 为扰动区高度。

此外假定裂变中子在实验室系内各向同性发射, 裂变中子能谱与入射中子能谱无关。

中子截面按能量 $0\sim 10$ MeV 分 25 群给出, 其中第 25 群 (热群) 中子截面由 [4] 给出; 第 1~24 群 (热上群) 中子截面由 [5] 给出。

三、一般扰动公式的推导

描述增殖系统的数学基本方程为:

$$K_{eff} \cdot S(\vec{r}) = \int S(\vec{r}') P(\vec{r}' \rightarrow \vec{r}) dV' \quad (2)$$

其中 \vec{r} 表示中子位置, $S(\vec{r}) dV$ 表示在 \vec{r} 附近的 dV 邻域内产生裂变中子平均数, $P(\vec{r}' \rightarrow \vec{r}) dV$ 表示由 \vec{r}' 处出发的一个裂变中子在 \vec{r} 的 dV 邻域内产生的裂变中子平均数。引入扰动参量 α 后, (2) 式变成:

$$K_{eff}(\alpha) S(\vec{r}, \alpha) = \int S(\vec{r}', \alpha) P(\vec{r}' \rightarrow \vec{r}, \alpha) dV' \quad (3)$$

若 $S^+(\vec{r}, \alpha)$ 为 $S(\vec{r}, \alpha)$ 的伴随函数, 则 (3) 的伴随方程为:

$$K_{eff}(\alpha) S^+(\vec{r}, \alpha) = \int S^+(\vec{r}', \alpha) P(\vec{r} \rightarrow \vec{r}', \alpha) dV' \quad (4)$$

对 (3) 两边取变分并乘以 $S^+(\vec{r}, \alpha)$, 再在全空间积分, 经化简得到:

$$\delta K_{eff}(\alpha) = \frac{\iint S(\vec{r}', \alpha) \delta P(\vec{r}' \rightarrow \vec{r}, \alpha) S^+(\vec{r}, \alpha) dV' dV}{\int S(\vec{r}, \alpha) S^+(\vec{r}, \alpha) dV} \quad \text{记为} \frac{(S \cdot \delta P S^+)}{(S \cdot S^+)} \quad (5)$$

此式为计算 $\delta K_{eff}(\alpha)$ 的一般表达式。只要用 (3)、(4) 的固有函数 $S(\vec{r}, \alpha), S^+(\vec{r}, \alpha)$ 代之, 所得到的 $\delta K_{eff}(\alpha)$ 可精确到二阶项。当我们用 $S(\vec{r}, \alpha)$ 和 $S^+(\vec{r}, \alpha)$ 只差一阶项的近似分布 $S', S^{+'}$ 代替时, $(S' \cdot \delta P \cdot S^{+'}) / (S' \cdot S^{+'})$ 与 $\delta K_{eff}(\alpha)$ 的差仍将只差二阶项^[6]。因此为得到 $\delta K_{eff}(\alpha)$ 的精确到二阶项的近似值, 使用由伴随蒙特卡罗方法计算 K_{eff} 时所得到的近似分布 $S', S^{+'}$ 就可以了。

四、计算变分核 $\delta P(\vec{r}' \rightarrow \vec{r}, \alpha)$ 的基本公式

根据裂变核的定义, 我们有:

$$P(\vec{r}_0 \rightarrow \vec{r}, \alpha) = \int \nu(E) \Sigma_f(\tau, \alpha) \phi(\tau | \vec{r}_0, \alpha) dE d\vec{\Omega} \quad (6)$$

其中 $\tau = (\vec{r}, E, \vec{\Omega})$, $\vec{r}, E, \vec{\Omega}$ 分别表示中子的位置、能量和运动方向; $\phi(\tau | \vec{r}_0, \alpha)$ 为

非扰动系统中在 \vec{r}_0 处出发的一个中子在 τ 处的通量。若用 $f(\tau|\tau_0, \alpha)$ 表示由 τ_0 处出发的一个中子在 τ 处的通量, $\chi(E, \vec{\Omega})$ 为裂变中子谱和方向分布, 那么

$$\phi(\tau|\vec{r}_0, \alpha) = \iint f(\tau|\tau_0, \alpha) \chi(E_0, \vec{\Omega}_0) dE_0 d\vec{\Omega}_0. \quad (7)$$

显然 f 满足具有一点源的 Boltzmann 方程, 即

$$\Omega_0 f(\tau|\tau_0, \alpha) + \delta(\tau - \tau_0) = 0, \quad (8)$$

其中 Ω_0 是算子

$$\Omega_0 = -\vec{\Omega} \text{grad} \cdot - \sum_i (E, \alpha) \cdot + \int dE' \sum_s (E' \rightarrow E | \vec{r}, \alpha) \cdot. \quad (9)$$

在系统参数上实行一小扰动, 就意味着算子从 Ω_0 到 $(\Omega_0 + \omega)$ 的变化和解从 f 到 $(f + \delta f)$ 的改变:

$$(\Omega_0 + \omega)(f + \delta f) + \delta(\tau - \tau_0) = 0. \quad (10)$$

如果忽略二阶项 $\omega \delta f$, 则有

$$\Omega_0 \delta f(\tau|\tau_0, \alpha) + Q(\tau|\tau_0, \alpha) = 0, \quad (11)$$

其中 $Q(\tau|\tau_0, \alpha) = \omega f(\tau|\tau_0, \alpha)$, 称为扰动源。(11) 式表示通量 δf 在非扰动系统中, 由扰动源 $Q(\tau|\tau_0, \alpha)$ 所产生, 根据它本身的性质可写为:

$$\delta f(\tau|\tau_0, \alpha) = \int f(\tau|\tau', \alpha) Q(\tau'|\tau_0, \alpha) d\tau'. \quad (12)$$

将(7)、(6)式对 α 取变分, 即得变分核的一般表达式:

$$\begin{aligned} \delta P(\vec{r}_0 \rightarrow \vec{r}, \alpha) &= \iint \nu(E) \delta \sum_i(E, \alpha) \phi(\tau|\vec{r}_0, \alpha) dE d\vec{\Omega} \\ &+ \iint \nu(E) \sum_i(E, \alpha) \delta \phi(\tau|\vec{r}_0, \alpha) dE d\vec{\Omega}, \end{aligned} \quad (13)$$

$$\delta \phi(\tau|\vec{r}_0, \alpha) = \iint \delta f(\tau|\tau_0, \alpha) \chi(E_0, \vec{\Omega}_0) dE_0 d\vec{\Omega}_0. \quad (14)$$

五、计算 $(S \cdot \delta P \cdot S^+)$ 的蒙特卡罗过程

将变分核表达式(13)代入(5)式分子即得:

$$(S \cdot \delta P \cdot S^+) = \int \nu(E) S^+(\vec{r}, \alpha) \{ \delta \sum_i(E, \alpha) \phi_0(\tau, \alpha) + \sum_i(E, \alpha) \phi_1(\tau, \alpha) \} d\tau, \quad (15)$$

其中

$$\phi_0(\tau, \alpha) = \int \phi(\tau|\vec{r}_0, \alpha) S(\vec{r}_0, \alpha) dV_0 = \int f(\tau|\tau_0, \alpha) \chi(E_0, \vec{\Omega}_0) S(\vec{r}_0, \alpha) d\tau_0, \quad (16)$$

$$\phi_1(\tau, \alpha) = \int \delta \phi(\tau|\vec{r}_0, \alpha) S(\vec{r}_0, \alpha) dV_0 = \int f(\tau|\tau_0, \alpha) Q(\tau_0, \alpha) d\tau_0. \quad (17)$$

这里 $Q(\tau, \alpha) = \omega \phi_0(\tau, \alpha)$, 为扰动源, 它有关系式:

$$Q(\tau, \alpha) = -\delta \sum_i(E, \alpha) \phi_0(\tau, \alpha) + \iint \phi_0(\vec{r}', E', \vec{\Omega}', \alpha) \delta \sum_s(E' \rightarrow E | \vec{r}, \alpha) dE' d\vec{\Omega}'. \quad (18)$$

显然 $\phi_0(\tau, \alpha)$ 是在非扰动系统中, 由源分布 $S(\vec{r}, \alpha)$ 出发的中子在 τ 处所产生的通量; 而 $\phi_1(\tau, \alpha)$ 是在非扰动系统中, 由 $\phi_0(\tau, \alpha)$ 所形成的扰动源 $Q(\tau, \alpha)$ 出发的中子在 τ 处所产生的通量, 我们称为扰动通量。

为要估计 $(S \cdot \delta P \cdot S^+)$, 先对 $\phi_0(\tau, \alpha)$ 、扰动源 $Q(\tau, \alpha)$ 、扰动通量 $\phi_1(\tau, \alpha)$ 进行估计:

为此我们把 $(S \cdot \delta P \cdot S^+)$ 的积分表达式详细写在下面:

$$(S \cdot \delta P \cdot S^+) = A_0 + (A_1 + A_2), \quad (19)$$

其中

$$A_0 = \int \nu(E) S^+(\vec{r}, \alpha) \delta \Sigma_f(E, \alpha) \int f(\tau | \tau_0, \alpha) \chi(E_0, \vec{\Omega}_0) S(\vec{r}_0, \alpha) d\tau_0 d\tau, \quad (20)$$

$$A_1 + A_2 = \int \nu(E) S^+(\vec{r}, \alpha) \Sigma_f(E, \alpha) \int f(\tau | \tau', \alpha) Q(\tau', \alpha) d\tau' d\tau, \quad (21)$$

$$A_1 = - \int d\tau \cdot \nu(E) S^+(\vec{r}, \alpha) \Sigma_f(E, \alpha) \int f(\tau | \tau', \alpha) \delta \Sigma_i(E', \alpha) \phi_0(\tau') d\tau', \quad (22)$$

$$A_2 = \int d\tau \cdot \nu(E) S^+(\vec{r}, \alpha) \Sigma_f(E, \alpha) \int d\tau' \cdot f(\tau | \tau', \alpha) \int \phi_0(\vec{r}', E'', \vec{\Omega}'', \alpha) \delta \Sigma_s(E'' \rightarrow E' | \vec{r}', \alpha) dE'' d\vec{\Omega}''. \quad (23)$$

对 $(S \cdot \delta P \cdot S^+)$ 的蒙特卡罗估计, 就是从积分表达式(19)出发给出的。

我们知道, 对任何一类扰动问题, 扰动对 $\delta K_{eff}(\alpha)$ 的影响, 主要是中子在输运过程中迁移影响、散射影响和裂变影响所决定的^[2]。所谓迁移影响是中子经过扰动区时, 由于扰动区介质发生变化, 使得中子迁移长度随之发生变化, 而对产生的次级中子的影响; 当中子在扰动区内发生碰撞时, 由于受扰介质的变化, 使中子散射情况和裂变情况亦随之变化, 这就是扰动的散射影响和裂变影响。

从(19)~(23)式可以看出, A_0 是由源分布 $S(\vec{r}_0, \alpha)$ 出发的中子穿过扰动区的通量 $\phi_0(\tau, \alpha)$ 对 $(S \cdot \delta P \cdot S^+)$ 的裂变影响贡献; $(A_1 + A_2)$ 是在非扰动系统中由 $\phi_0(\tau, \alpha)$ 所形成的扰动源 $Q(\tau, \alpha)$ 出发的中子所产生的扰动通量 $\phi_1(\tau, \alpha)$ 对 $(S \cdot \delta P \cdot S^+)$ 的贡献, 其中 A_1 是扰动源 $Q(\tau, \alpha)$ 的第一项对 $(S \cdot \delta P \cdot S^+)$ 的迁移影响贡献, A_2 是 $Q(\tau, \alpha)$ 的第二项对 $(S \cdot \delta P \cdot S^+)$ 的散射影响贡献。因此, 为了估计 $(S \cdot \delta P \cdot S^+)$ 实际上按(20), (22), (23)要跟踪三个中子历史。我们把由源分布 $S(\vec{r}, \alpha)$ 出发用来估计裂变影响的中子称为源中子; 把由扰动源出发用来估计迁移影响和散射影响的中子分别称为第一和第二分支中子。

下面详细叙述用蒙特卡罗方法估计 $(S \cdot \delta P \cdot S^+)$ 的跟踪过程:

首先, 根据(20)式跟踪源中子。从源 $S(\vec{r}_0, \alpha) \chi(E_0, \vec{\Omega}_0)$ 中抽取一中子进行跟踪, 若在 \vec{r}_n 处沿 $\vec{\Omega}_n$ 以 W_n 权重在 \vec{r}_n^* 处穿过液面并在 \vec{r}_{n+1} 处碰撞, 则按(16), 通量 $\phi_0(\tau, \alpha)$ 的径迹长度法估计值为 $L W_n$, 其中 L 是中子通过扰动区的径迹长度, 故按(20)对扰动的裂变影响 A_0 的估计为:

$$\nu(E_n) S^+(\vec{r}_n^*, \alpha) \delta \Sigma_f(\vec{r}_n^*, E_n) W_n L. \quad (24)$$

这里 S 和 S^+ 可以在计算 K_{eff} 的源迭代过程中得到, 见下节。

其次, 根据(21)估计 $(A_1 + A_2)$ 。由(18), 扰动源 $Q(\tau, \alpha)$ 由两项组成, 我们要跟踪两个分支中子历史。它们有相同的位置抽样, 由于在这里扰动区甚小, 所以从扰动源 $Q(\tau, \alpha)$ 抽取位置时, 无妨取由 \vec{r}_n 迁移到 \vec{r}_{n+1} 与液面交点处 \vec{r}_n^* 。

跟踪第一分支中子历史: 由(18)、(22), 这个中子应从 $(\vec{r}_n^*, E_n, \vec{\Omega}_n)$ 出发, 以初始权重

$$W_n = -\delta \Sigma_i(\vec{r}_n^*, E_n, \alpha) \phi_0(\vec{r}_n^*, \vec{\Omega}_n, E_n, \alpha) \quad (25)$$

进行输运, 其中 $E_n, \vec{\Omega}_n$ 分别为原来的即穿过扰动区时的能量和方向。若该粒子在 $(\vec{r}_m, E_m, \vec{\Omega}_m)$ 处以权重 W_m 在活性区发生碰撞, 则对扰动的迁移影响 A_1 的贡献为:

$$v(E_m)S^+(\vec{r}_m, \alpha) \sum_f (\vec{r}_m, E_m, \alpha) \phi_1(\vec{r}_m, E_m, \vec{\Omega}_m, \alpha), \quad (26)$$

直跟踪到该分支中子历史结束, 即或者被吸收或者飞出系统为止。这里扰动通量 ϕ_1 用碰撞密度方法^[7]估计, 其值为:

$$W_m / \sum_i (\vec{r}_m, E_m, \alpha). \quad (27)$$

跟踪第二分支中子历史: 由(18), (23), 这个中子应在 \vec{r}_n^* 处, 以权重

$$W_n = \delta \sum_s (\vec{r}_n^*, E_n, \alpha) \phi_0(\vec{r}_n^*, E_n, \vec{\Omega}_n, \alpha) \quad (28)$$

做散射处理, 其能量和方向变为 E_n^* 和 $\vec{\Omega}_n^*$ 后继续运输。此后的跟踪过程和记录过程同第一分支中子。

最后, 在两分支中子历史结束后, 继续跟踪在 $(\vec{r}_n, E_n, \vec{\Omega}_n)$ 处穿过扰动区而在 \vec{r}_{n+1} 发生碰撞的源中子, 遇到穿过扰动区的碰撞, 即重复上述过程直到由源 $S(\vec{r}_0, \alpha) \chi(E_0, \vec{\Omega}_0)$ 出发的中子历史结束为止。这样就得到了 A_0, A_1, A_2 的一个估计, 重复跟踪若干个源中子历史, 对扰动贡献进行统计平均, 就得了 A_0, A_1, A_2 的一个较好估计, 从而得到 $(S \cdot \delta P \cdot S^+)$ 估计。

对我们的液面扰动问题, 因为

$$\delta k_{eff}(h) / \delta h \simeq \left(S \cdot \frac{\delta p}{\delta h} \cdot S^+ \right) / (SS^+). \quad (29)$$

只要在估计通量 ϕ_0 时, 用 $L / \delta h$ 代替 L , 就可以得到 $\delta k_{eff}(h) / \delta h$ 的估计。

六、伴随函数 $S^+(\vec{r}, \alpha)$ 的蒙特卡罗计算

伴随方程(4)的解 $S^+(\vec{r}, \alpha)$ 很难精确给出, 一般在进行平衡方程源迭代的同时, 采用迭代法按阶梯函数近似给出^[7]。

伴随方程的迭代方程为:

$$S_{m+1}^+(\vec{r}, \alpha) = \int P(\vec{r} \rightarrow \vec{r}', \alpha) S_m^+(\vec{r}', \alpha) dV'. \quad (30)$$

将含裂变物质的系统空间分成 L 区 $\{V_1, V_2, \dots, V_L\}$, 则初始分布 $S_0^+(\vec{r}, \alpha)$ 按区域阶梯近似有:

$$S_0^+(\vec{r}, \alpha) = S_{0,i}^+, \quad \text{当 } \vec{r} \in V_i \text{ 时} \quad (31)$$

$S_{0,i}^+$ 为常量, 可按均匀分布抽样得到。若 $S_m^+(\vec{r}, \alpha)$ 的阶梯近似 $S_{m,i}^+$ 已知, 下面将根据(30)给出 $S_{m+1}^+(\vec{r}, \alpha)$ 的阶梯近似估计 $S_{m+1,i}^+$ (当 $\vec{r} \in V_i$)。由(30)式得到:

$$S_{m+1,i}^+ = \sum_{i'=1}^L S_{m,i'}^+ \int_{V_{i'}} P(\vec{r} \rightarrow \vec{r}', \alpha) dV', \quad (32)$$

此式在 $\vec{r} \in V_i$ 时成立。这一结果的物理意义可从等式右端看出, 伴随函数第 l 区第 $m+1$ 代阶梯近似估计等于由第 l 区出发的平均一个裂变中子在第 l' 区产生的裂变中子数与 $S_{m,i'}^+$ 乘积的总和。因此有伴随方程近似解的蒙特卡罗过程如下:

由源分布 $S_m^+(\vec{r}, \alpha)$ 抽取的每个中子, 若它是从第 l 区出发的, 在它的整个“生命史”中对第 l' 区的次级中子贡献为 $k_{l,l'}$, 则第 n 个中子对 $S_{m+1,i}^+$ 的贡献便是:

$$S_{m+1,i}^{+(n)} = \sum_{i'=1}^L k_{l,i'}^{(n)} S_{m,i'}^+, \quad (33)$$

若由 V_l 出发的中子共 N_l 个, 则对 $S_{m+1,l}^+$ 的估计为:

$$S_{m+1,l}^+ = \frac{1}{N_l} \sum_{n=1}^{N_l} S_{m+1,l}^{+(n)} \quad l=1, \dots, L \quad (34)$$

重复这一过程, 即可得到伴随函数的近似值。从而依(29)可得到 $\delta K_{eff}(h)/\delta h$ 的估计。

伴随函数 $S^+(\vec{r}, \alpha)$ 作为一个重要函数, 不仅在估计扰动影响时是不可缺少的, 同时它对加速 K_{eff} 的迭代速度有重要的应用^[7]。在本工作中, 不仅给出了由于液面扰动 K_{eff} 变化律的估计值 $\delta K_{eff}(h)/\delta h$, 同时还用通常方法^[1]和伴随函数方法给出系统有效增殖因子 K_{eff} 的两个估计值 K_{eff}^- 和 K_{eff}^+ 。

七、具体实现微分蒙特卡罗过程中的若干方法处理

1. 如前所述, 为计算 K_{eff} 及 $\delta K_{eff}(h)/\delta h$, 一般要跟踪三个中子历史, 即当源中子在某次碰撞后穿过液面时, 得从扰动源抽取并跟踪两个分支中子历史。我们知道, 源中子和第一分支中子有相同的方向 $\vec{\Omega}_n$ 和相同的能量 E_n , 只是所带的权重及出发的位置不同而已。由于第一分支中子从 \vec{r}_n^* 出发在 \vec{r}_{n+1} 点发生碰撞与源中子在通过 \vec{r}_n^* 的情况下在 \vec{r}_{n+1} 处发生碰撞具有相同分布, 因此不妨假设第一分支中子在 \vec{r}_n^* 处继续迁移时, 其碰撞点同样在 \vec{r}_{n+1} 处。这样就可将这两个中子合并为一个中子处理, 从而少跟踪一个分支中子历史, 提高了效率, 只是这个中子具有两个不同的权重罢了。

2. 为提高估计扰动影响的统计效果, 对热上中子以及在系统内含镉情况下的热中子对裂变影响的扰动贡献 A_0 , 我们采用了统计估计法, 即满足上述条件的中子, 只要沿 $\vec{\Omega}_n$ 经过扰动区, 我们就记录对 A_0 的贡献, 但需乘以一纠偏因子:

$$\exp\{-\sum_i (\vec{r}_n, E_n, \alpha) \cdot l_0\} \quad (35)$$

其中 l_0 是从 \vec{r}_n 出发的中子沿 $\vec{\Omega}_n$ 到液面的径迹长度。

3. 若输运方向为 $\vec{\Omega}(u_n, v_n, w_n)$, 液面法向方向为 $\vec{n}(0, 0, 1)$, 那么穿过扰动区的径迹长度为:

$$L = \frac{\delta h}{|\cos(\vec{n}, \vec{\Omega}_n)|} = \frac{\delta h}{|(\vec{n} \cdot \vec{\Omega}_n)|} = \frac{\delta h}{|w_n|} \quad (36)$$

为求变化律 $\delta K_{eff}(h)/\delta h$, 显然(36)中的 δh 被消掉了, 这时的径迹长度 $1/|w_n|$ 表示经过单位高度扰动区中的径迹长度。

这样通量 ϕ_0 的径迹长度方法估计值应为:

$$W_n/|w_n| \quad (37)$$

显然当 $|w_n|$ 很小时, 即运动方向与液面夹角很小时, ϕ_0 可以很大很大。为了减少扰动影响估计的方差, 我们做如下处理: 当 $|w_n| < 0.1$ 时, 取 $L = 1/|w_n| = 10$ 。

八、计算结果及其分析

根据上述方法, 我们用 FORTRAN-5 语言在 NOVA-840 计算机上编制了液面扰动计算程序^[8], 对 $R_1 = 4.05 \text{ cm}$, $R_2 = H_2 = 30 \text{ cm}$, $H_1 = 10.2 \text{ cm}$, $H_3 = H_4 = H_5$ 的柱-锥状容器

(内装铀水)系统进行了计算, 其计算条件和结果列于表 1 中。

表 1 计 算 结 果

| 实 验 条 件** | | | | | 计 算 条 件 和 计 算 结 果 | | | | | | | |
|-------------------|------|----------|--------------|-----------------------------|-------------------|--------------|-----------------|-------------------|--|-------------|----------------------|---|
| ρ^0 , g/l | 系统类型 | 含辐 情况 | 临界高 度, cm | 反应性, cm ⁻¹ .% | ρ^0 , g/l | 试探高 度, cm | \hat{K}_{eff} | \hat{K}_{eff}^+ | $\frac{\delta K_{eff}(h)}{\delta h}$, m ⁻¹ .% | 跟 踪 中子总数 | 时 间 (每1000 中子) | 注 |
| 101 | 裸 | 无 | 31.4 | 2.18 | 100 | 31.8 | 1.005 | 0.991 | 1.55 | 27500 | 5' | * |
| 101 | 侧底水 | 无 | 27.7 | 2.70 | 100 | 29.0 | 1.058 | 1.051 | 3.53 | 34000 | 11'20" | * |
| | 侧底水 | 有 | | | 100 | 35.4 | 0.998 | 1.016 | 2.85 | 30000 | 15' | * |
| | 侧底水 | 有 | | | 100 | 34.4 | 0.998 | 0.994 | 1.78 | 28000 | 15' | |
| 70 | 裸 | 无 | 33.07 | 2.06 | 70 | 33.5 | 1.001 | 0.990 | 1.71 | 32500 | 5'52" | * |
| 70 | 侧底水 | 有 | 39.68 | | 70 | 38.0 | 0.969 | 0.964 | 2.68 | 28000 | 15'24" | * |
| 70 | 侧底水 | 有 | | | 70 | 39.2 | 0.995 | 0.993 | 2.88 | 27000 | 16' | |
| | 侧底水 | 有 | | | 70 | 38.0 | 0.970 | 0.968 | 3.12 | 27000 | 15' | * |
| | 侧底水 | 有 | | | 70 | 39.0 | 0.986 | 0.978 | 3.15 | 30000 | 16' | * |
| 50 | 裸 | 无 | 35.85 | 1.65 | 50 | 36.4 | 1.006 | 0.994 | 2.21 | 30000 | 4'7" | |

* 当 $|w_n| < 0.1$ 时, 没有做 $L=1/|w_n|=10$ 处理。

** 根据柱-锥系统临界安全实验数据。

根据计算结果, 有以下几点分析:

1. 由液面扰动程序计算得到的两种方法 K_{eff} 的估计值, 与 [1] 及实验结果比较, 都在允许误差以内。

2. 我们只对裸系统和 $H_4 = H_5$ 情况下的侧底水系统计算了 $\delta K_{eff}(h)/\delta h$ 。在这种情况下, 扰动的迁移影响始终为零, 因为源中子 (即第一分支中子) 穿过扰动区后, 不再会返回活性区。如果对试验高度 h (h 在临界高度附近), 计算出的 K_{eff} 估计值为 K_{eff} , 而由于液面扰动 K_{eff} 的变化律为 $\delta K_{eff}(h)/\delta h$, 则临界高度 h_0 应为:

$$h_0 = h + (1 - K_{eff}) / \frac{\delta K_{eff}(h)}{\delta h} \quad (38)$$

经验证, 这样得到的临界高度估计值在误差范围内。这比通常方法估计系统临界高度可节省 1/4~1/3 的计算时间, 这对提高计算效率是有意义的。

3. 计算程序对各估计量没有给出方差估计。从计算结果看, $\delta K_{eff}(h)/\delta h$ 的估计值统计涨落较大, 特别是有些结果偏差较大。其部分原因是: (i) 系统几何尺寸很大, 粒子只有在液面附近输运时, 才可能对扰动影响有贡献; (ii) 当 $|w_n| < \epsilon$ 时, 通量 $\phi_0 = W_n/|w_n| = W_n/\epsilon$, ϵ 取什么值合适还需研究; (iii) 与跟踪中子游动历史数目有关。此外, 对有辐吸收体时结果偏大, 还需进一步工作。

九、后 记

本工作是采用 W. Matthes 在 [3] 中提出的方法编制的, 是用于解几何微扰问题的一个尝试。裴鹿成在 [2] 中从中子输运问题的积分方程形式出发, 对 [3] 做了进一步推广, 给出了用微分蒙特卡罗方法解微扰问题的一般结果。同 [3] 比较, 裴的工作更具有一般性而且使用方便。本工作利用了裴在 [2] 中的结果, 使分支数目减少, 简化了计算, 特别在裴最近的工作 [3] 中, 引进了“共域变换”方法, 彻底解决了几何微扰随机游动的分支问题。通过

(下转第 331 页)

- [4] C. C. Thomas et al., *Int. J. Appl. Radiat. Isotopes*, **16**,71(1965).
 [5] T. Nozaki, et al., *Int. J. Appl. Radiat. Isotopes*, **19**,27(1968).
 [6] G. A. Nagy et al., *J. Inorg. Nucl. Chem.*, **26**,659(1964).
 [7] Y. Maruyama, *J. Nucl. Sci. Tech., Tokyo*, **4**,185(1967).
 [8] K. Beg et al., *Int. J. Appl. Radiat. Isotopes*, **14**,137(1963).
 [9] E. Shikata, *J. Nucl. Sci. Tech., Tokyo*, **1**,183(1964).
 [10] L. G. Stang, BNL-864, 24(1964).
 [11] M. Y. Mirza, *Radiochim. Acta*, **12**,21(1969).
 [12] T. H. Hsieh et al., *Int. J. Appl. Radiat. Isotopes*, **28**,251(1977).
 [13] Л. С. Козырева и др., *Радиохимия*, **8**,571(1966).
 [14] K. L. Scholz et al., *Int. J. Appl. Radiat. Isotopes*, **23**,465(1972).
 [15] E. Kenneth et al., *J. Inorg. Nucl. Chem.*, **39**,745(1977).
 [16] H. Carol et al., *Int. J. Appl. Radiat. Isotopes*, **28**,571(1975).

(编辑部收到日期: 1981年9月14日)

(上接第 299 页)

- [4] A. G. Drentje et al., *Nucl. Instrum. Methods*, **122**, 485 (1974).
 [5] D. H. Bohlen, HMI-171 B.
 [6] J. P. Coffin et al., Proc. of the Daresbury Study Weekend, Use of Magnetic Spectrometers in Nuclear Physics, 1979, p. 28.
 [7] N. E. Sanderson, Daresbury Laboratory Internal Report DL/NSF/TM 30 (1977).
 [8] C. A. Wiedner et al., *Nucl. Instrum. Methods*, **105**, 205 (1972); M. Löffler et al., *ibid*, **111**, 1 (1973).
 [9] M. J. LeVine & H. A. Enge, *Bull. Am. Phys. Soc.*, **15**, 1688 (1970).
 [10] A. G. Drentje et al., *Nucl. Instrum. Methods*, **133**, 209 (1976).

(编辑部收到日期: 1981年3月16日)

(上接第 325 页)

具体例子表明, 如果共域变换选择得好, 可以提高效率达 20 倍左右^[9]。

最后, 作者对裴鹿成、张孝泽同志在数学上的帮助, 表示感谢。

参 考 文 献

- [1] 严德人、何金声, 柱锥系统临界安全计算, 内部资料, 1976年。
 [2] 裴鹿成, 计算数学, **2**,60(1978).
 [3] W. Matthes, *Nucl. Sci. Eng.*, **47**, 234(1972).
 [4] 张贵山, 热群截面程序使用说明, 内部资料, 1975年。
 [5] 李素梅, 热上群截面处理程序使用说明, 内部资料, 1976年。
 [6] H. Takahashi, *Nucl. Sci. Eng.*, **41**, 259(1970).
 [7] 裴鹿成、张孝泽, 蒙特卡罗方法及其在粒子输运问题中的应用, 科学出版社, 1980年, 432页。
 [8] 何金声, 柱锥系统液面扰动的蒙特卡罗计算程序使用说明, 内部资料, 1977年。
 [9] 裴鹿成, 计算数学, **1**,37(1982).

(编辑部收到日期: 1980年1月22日)