

特征结构下的一种多变量预测控制方法

吕剑虹 徐治皋 陈来九

(东南大学动力系, 南京 210018)

摘 要

本文采用优化的方法确定多变量对象的近似特征序列, 并在此基础上提出了在特征结构下的多变量预测控制和相应的闭环反馈结构, 利用此反馈结构可方便地对所设计的多变量预测控制系统进行稳定性判别, 仿真试验证实了本文的算法对不稳定的多变量对象也是适用的。

关键词: 特征结构, 预测控制, 反馈结构, 多变量对象。

一、前 言

文献 [1] 中利用多变量频域设计技术成功地将单变量预测控制算法^[2]推广到了多变量的情况, 但该预测控制算法只能适用于稳定和只具有稳定分支点的多变量对象, 且计算量大, 稳定性不易判别。本文通过优化某一性能指标确定多变量对象的近似特征序列, 并由此导出了多变量预测控制算法和相应的闭环反馈结构。据此反馈结构, 可以判别该类预测控制系统的稳定性。文末给出用该算法控制一个不稳定多变量对象的实例, 仿真结果表明控制效果是良好的。

二、确定对象的近似特征序列

假定 $G(q^{-1})$ 为 $m \times m$ 维多变量对象的传递函数矩阵, 对 $G(q^{-1})$ 作如下分解:

$$G(q^{-1}) = \frac{1}{d(q^{-1})} N(q^{-1}), \quad (1)$$

式中 $d(q^{-1})$ 为矩阵 $G(q^{-1})$ 中各元的最小公分母。显然, 要获得 $G(q^{-1})$ 的特征序列, 只需对 $N(q^{-1})$ 作特征分解。

不失一般性, 假定 $N(q^{-1})$ 具有 $p+1$ 项; 特征权序列 $'n_i$ 为 $t+1$ 项; 特征向量序列 $'w_i$ ($'v_i^T$) 为 $r+1$ 项且 $r \geq t \geq p$, 即有

$$\left. \begin{aligned} 'N &= \{N(0), N(1), \dots, N(p)\}, \\ 'n_i &= \{n_i(0), n_i(1), \dots, n_i(t)\}, \\ 'w_i &= \{w_i(0), w_i(1), \dots, w_i(r)\}, \\ 'v_i^T &= \{v_i^T(0), v_i^T(1), \dots, v_i^T(r)\}. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

要使 ${}^s n_i, {}^s w_i, {}^s v_i^T$ 为 $N(q^{-1})$ 的近似特征序列, 则必须满足如下条件方程:

$$\left. \begin{aligned} {}^s N * {}^s w_i &\approx {}^s n_i * {}^s w_i, \\ {}^s v_i^T * {}^s N &\approx {}^s n_i * {}^s v_i^T, \\ {}^s v_i^T * {}^s w_i &\approx {}^s 1. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中“*”为卷积, 现假定 ${}^s e_{w_i}$ 为式 (3) 中第一式的偏差序列, 则有

$${}^s N * {}^s w_i = {}^s n_i * {}^s w_i + {}^s e_{w_i} \quad (4)$$

k 时刻的展开式为

$$\sum_{j=0}^k N(j)w_i(k-j) = \sum_{j=0}^k n_i(j)w_i(k-j) + e_{w_i}(k). \quad (5)$$

令 $k = 0, 1, 2, \dots, t+r$, 则上式可表示为如下矩阵形式:

$$N_w \cdot w_i = \tilde{n}w_i + e_w. \quad (6)$$

式中 $w_i = [w_i^T(0), w_i^T(1), \dots, w_i^T(r)]^T$ 为 $(r+1)m$ 维向量; $e_w = [e_{w_i}^T(0), e_{w_i}^T(1), \dots, e_{w_i}^T(t+r)]^T$ 为 $(t+r+1)m$ 维向量; N_w, \tilde{n} 分别为由小矩阵 $N(\cdot)$ 和 $n(\cdot)I$ (I 为 $m \times m$ 维单位阵)形成的 $(t+r+1)m \times (r+1)m$ 维系数矩阵.

同理, 由式 (3) 中第二式得如下矩阵方程:

$$N_v v_i = \tilde{n}v_i + e_v. \quad (7)$$

式中 $v_i = [v_i^T(0), v_i^T(1), \dots, v_i^T(r)]^T$; $e_v = [e_{v_i}^T(0), e_{v_i}^T(1), \dots, e_{v_i}^T(t+r)]^T$. N_v 为由 $N(\cdot)$ 的转置小矩阵形成的 $(t+r+1)m \times (r+1)m$ 维系数矩阵.

式 (3) 中的第三式可展开为如下一组方程组:

$$\left. \begin{aligned} wv(0) &= v_i^T(0)w_i(0) = v_i^T C_0 w_i \approx 1, \\ wv(j) &= v_i^T(j)w_i(0) + v_i^T(j-1)w_i(1) + \dots + v_i^T(0)w_i(j) \\ &= v_i^T C_j w_i \approx 0, \quad (j = 1, 2, \dots, 2r). \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

式中 C_0, C_1, \dots, C_{2r} 为如下一组 $(r+1)m \times (r+1)m$ 维系数矩阵:

$$C_0 = \begin{bmatrix} I & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}, \quad C_1 = \begin{bmatrix} 0 & I & 0 & \dots & 0 \\ I & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}, \quad \dots, \quad C_r = \begin{bmatrix} 0 & \dots & \dots & 0 & I \\ 0 & \dots & \dots & I & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & I & 0 & \dots & 0 \\ I & 0 & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix},$$

$$\dots, \quad C_{2r-1} = \begin{bmatrix} 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & 0 & I \\ 0 & \dots & 0 & I & 0 \end{bmatrix}, \quad C_{2r} = \begin{bmatrix} 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & 0 & I \end{bmatrix}.$$

为兼顾 (3) 式中的各子式, 取优化指标

$$J = e_w^T e_w + e_v^T e_v + \alpha[1 - wv^2(0)] + \sum_{j=1}^{2r} \beta^j wv^2(j). \quad (9)$$

式中 α 是 Lagrange 因子; β 是权系数. 将方程 (6), (7), (8) 代入上式, 并使

$$\frac{\partial J}{\partial \mathbf{w}_i} = 0, \frac{\partial J}{\partial \mathbf{v}_i} = 0, \frac{\partial J}{\partial \alpha} = 0, \frac{\partial J}{\partial \mathbf{n}_i} = 0 \quad (\mathbf{n}_i = [n_i(0), n_i(1), \dots, n_i(t)]^T)$$

容易获得如下一组矩阵方程组：

$$T_w \mathbf{w}_i = \alpha (C_0 \mathbf{v}_i \mathbf{v}_i^T C_0) \mathbf{w}_i, \quad T_v \mathbf{v}_i = \alpha (C_0 \mathbf{w}_i \mathbf{w}_i^T C_0) \mathbf{v}_i, \quad (10), (11)$$

$$\mathbf{n}_i = (R^T R + Q^T Q)^{-1} (R^T N_w \mathbf{w}_i + Q^T N_v \mathbf{v}_i), \quad (12)$$

$$\mathbf{w}_i^T C_0 \mathbf{v}_i \mathbf{v}_i^T C_0 \mathbf{w}_i = 1. \quad (13)$$

式中

$$T_w = (N_w - \tilde{n})^T (N_w - \tilde{n}) + \sum_{j=1}^{2r} \beta^j C_j \mathbf{v}_i \mathbf{v}_i^T C_j,$$

$$T_v = (N_v - \tilde{n})^T (N_v - \tilde{n}) + \sum_{j=1}^{2r} \beta^j C_j \mathbf{w}_i \mathbf{w}_i^T C_j,$$

R, Q 为 $(t+r+1)m \times (t+1)$ 维由特征向量所组成的系数矩阵：

$$R = \begin{bmatrix} w_i(0) \\ w_i(1) & w_i(0) \\ \vdots & \vdots & \vdots & w_i(0) \\ w_i(r) & w_i(r-1) & \vdots & w_i(1) \\ & w_i(r) & \vdots & \vdots \\ & & & w_i(r) \end{bmatrix}, \quad Q = \begin{bmatrix} v_i(0) \\ v_i(1) & v_i(0) \\ \vdots & \vdots & \vdots & v_i(0) \\ v_i(r) & v_i(r-1) & \vdots & v_i(1) \\ & v_i(r) & \vdots & \vdots \\ & & & v_i(r) \end{bmatrix}.$$

(10) 式两边左乘 \mathbf{w}_i^T ，并将 (13) 式代入得

$$J = \alpha + \mathbf{e}_i^T \mathbf{e}_v. \quad (14)$$

由式 (14)，对于一定的 \mathbf{v}_i (即 \mathbf{e}_v 一定)， α 值越小，则指标函数 J 越小。由该结论和式 (10), (11), (12) 可得到递推计算 $\mathbf{w}_i, \mathbf{v}_i$ 和 \mathbf{n}_i 的步骤如下：

1) 选取 \mathbf{w}_i 和 \mathbf{v}_i 的初始向量 $[\mathbf{w}_i^T(0), 0^r, \dots, 0^r]^T$ 和 $[\mathbf{v}_i^T(0), 0^r, \dots, 0^r]^T$ ，其中， $\mathbf{w}_i(0), \mathbf{v}_i^T(0)$ 为 $N(0)$ 的特征向量；

2) 利用式 (12) 确定向量 \mathbf{n}_i ；

3) 利用式 (10) 确定向量 \mathbf{w}_i (对应于最小广义特征值的特征向量)；

4) 利用式 (11) 确定向量 \mathbf{v}_i (对应于最小广义特征值的特征向量)；

5) 向量 \mathbf{w}_i 和 \mathbf{v}_i 的前后两次迭代值之差不超过小正数 δ_1 ，否则返回步骤 3)；

6) 向量 \mathbf{n}_i 前后两次迭代值之差不超过小正数 δ_2 ，否则返回步骤 2)；

7) 结束。

由上面的方法可确定对象的近似特征序列，为方便，记序列 ‘ W ’，‘ V ’ 为

$$\left. \begin{aligned} 'W' &= [W(0), W(1), \dots, W(r)], \\ 'V' &= [V(0), V(1), \dots, V(r)]. \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

式中 $W(j) = [w_1(j), w_2(j), \dots, w_m(j)]$,

$V(j) = [v_1(j), v_2(j), \dots, v_m(j)]^T, (j = 0, 1, 2, \dots, r)$ 。

显然， $N(q^{-1})$ 的近似特征向量函数 $W(q^{-1}), V(q^{-1})$ 为

$$W(q^{-1}) = \sum_{j=0}^r W(j)q^{-j}, \quad V(q^{-1}) = \sum_{j=0}^r V(j)q^{-j}. \quad (16)$$

且有

$$\left. \begin{aligned} V(q^{-1})N(q^{-1})W(q^{-1}) &= \tilde{N}(q^{-1}), (\tilde{N}(q^{-1}) \text{ 为近似对角阵}), \\ V(q^{-1})W(q^{-1}) &\approx I, (I \text{ 为单位阵}). \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

三、特征结构下的多变量预测控制

1. 多变量对象在特征结构下的预测

由式 (1), 多变量系统的设计模型可假定为

$$D(q^{-1})\mathbf{y}(t+1) = N(q^{-1})\mathbf{u}(t) + \frac{1}{\Delta}\boldsymbol{\xi}(t+1). \quad (18)$$

式中, $D(q^{-1}) = \text{diag}\{d(q^{-1}), d(q^{-1}), \dots, d(q^{-1})\}$; $\boldsymbol{\xi}$ 为零均值白噪声向量. 等式两边同时左乘 $\Delta V(q^{-1})$ 并将方程 (17) 代入得

$$D(q^{-1})\Delta\hat{\mathbf{y}}(t+1) = \tilde{N}(q)\Delta\hat{\mathbf{u}}(t) + V(q^{-1})\boldsymbol{\xi}(t+1). \quad (19)$$

式中, $\hat{\mathbf{y}}(t+1) = V(q^{-1})\mathbf{y}(t+1)$, $\Delta\hat{\mathbf{u}}(t) = V(q^{-1})\Delta\mathbf{u}(t)$.

为表达方便, 定义矩阵运算算子 $\varphi, \varphi^{[k]}, \tilde{N}^{[k]}, V^{[k]}$ 如下:

$$\left. \begin{aligned} D\Delta &= I - q^{-1}\varphi, \varphi^{[k]} = q^k \left[\varphi - \sum_{j=0}^{k-1} \varphi_j q^{-j} \right], \\ \tilde{N}^{[k]} &= q^k \left[\tilde{N} - \sum_{j=0}^{k-1} \tilde{N}_j q^{-j} \right], V^{[k]} = q^k \left[V - \sum_{j=0}^{k-1} V_j q^{-j} \right]. \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

式中 $\tilde{N}, \tilde{N}^{[k]}, V, V^{[k]}, \varphi, \varphi^{[k]}$ 是 q^{-1} 的矩阵多项式; 而 $\varphi_j, \tilde{N}_j, V_j$ 是多项式 φ, \tilde{N}, V 中 q^{-j} 项的系数阵.

由式 (19), (20) 进行迭代递推得对象在特征结构下的未来第 k 步预测为

$$\left. \begin{aligned} \hat{\mathbf{y}}^*(t+k) &= \tilde{\mathbf{f}}(t+k) + G_0\Delta\hat{\mathbf{u}}(t+k-1) + G_1\Delta\hat{\mathbf{u}}(t+k-2) + \dots \\ &\quad + G_{k-1}\Delta\hat{\mathbf{u}}(t), \\ \tilde{\mathbf{f}}(t+k) &= P_{k-1}^{(1)}\hat{\mathbf{y}}(t) + P_{k-1}^{(2)}\Delta\hat{\mathbf{u}}(t-1) + P_{k-1}^{(3)}\boldsymbol{\xi}(t). \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

式中矩阵多项式 $P_{k-1}^{(1)}, P_{k-1}^{(2)}, P_{k-1}^{(3)}$ 及矩阵 G_{k-1} 可通过如下递推关系确定:

$$\left. \begin{aligned} P_{k-1}^{(1)} &= \varphi^{[k-1]} + \sum_{j=0}^{k-2} \varphi_j P_{k-2-j}^{(1)}, P_{k-1}^{(2)} = \tilde{N}^{[k]} + \sum_{j=0}^{k-2} \varphi_j P_{k-2-j}^{(2)}, \\ P_{k-1}^{(3)} &= V^{[k]} + \sum_{j=0}^{k-2} \varphi_j P_{k-2-j}^{(3)}, G_{k-1} = \tilde{N}_{k-1} + \sum_{j=0}^{k-2} \varphi_j G_{k-2-j}, \\ P_0^{(1)} &= \varphi, P_0^{(2)} = \tilde{N}^{[1]}, P_0^{(3)} = V^{[1]}, G_0 = \tilde{N}_0. \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

$\boldsymbol{\xi}(t)$ 可通过式 (18) 估计

$$\boldsymbol{\xi}(t) = D(q^{-1})\Delta\mathbf{y}(t) - N(q^{-1})W(q^{-1})\Delta\hat{\mathbf{u}}(t-1). \quad (23)$$

将上式代入式 (21) 得

$$\tilde{\mathbf{f}}(t+k) = [P_{k-1}^{(1)}\hat{\mathbf{y}}(t) + P_{k-1}^{(3)}D(q^{-1})\Delta\mathbf{y}(t)] + [P_{k-1}^{(2)} - P_{k-1}^{(3)}NW]\Delta\hat{\mathbf{u}}(t-1) \quad (24)$$

由递推公式 (22) 可知, 矩阵 G_j 是对角占优的. 因此, 预测方程 (21) 可以这样来解释: 在特征结构下, 各特征子系统的输出预测除与 t 时刻可确定的信息分量有关外, 主

要与本子系统的未来控制作用有关,而受其它子系统的未来控制作用的影响很小。因此,如果忽略这种影响,则所引起的预测偏差不会很大,但这样的处理可以将多变量系统的设计问题转化为单变量来解决。此时,第 i 个特征子系统的第 k 步预测可用图 1 表示。

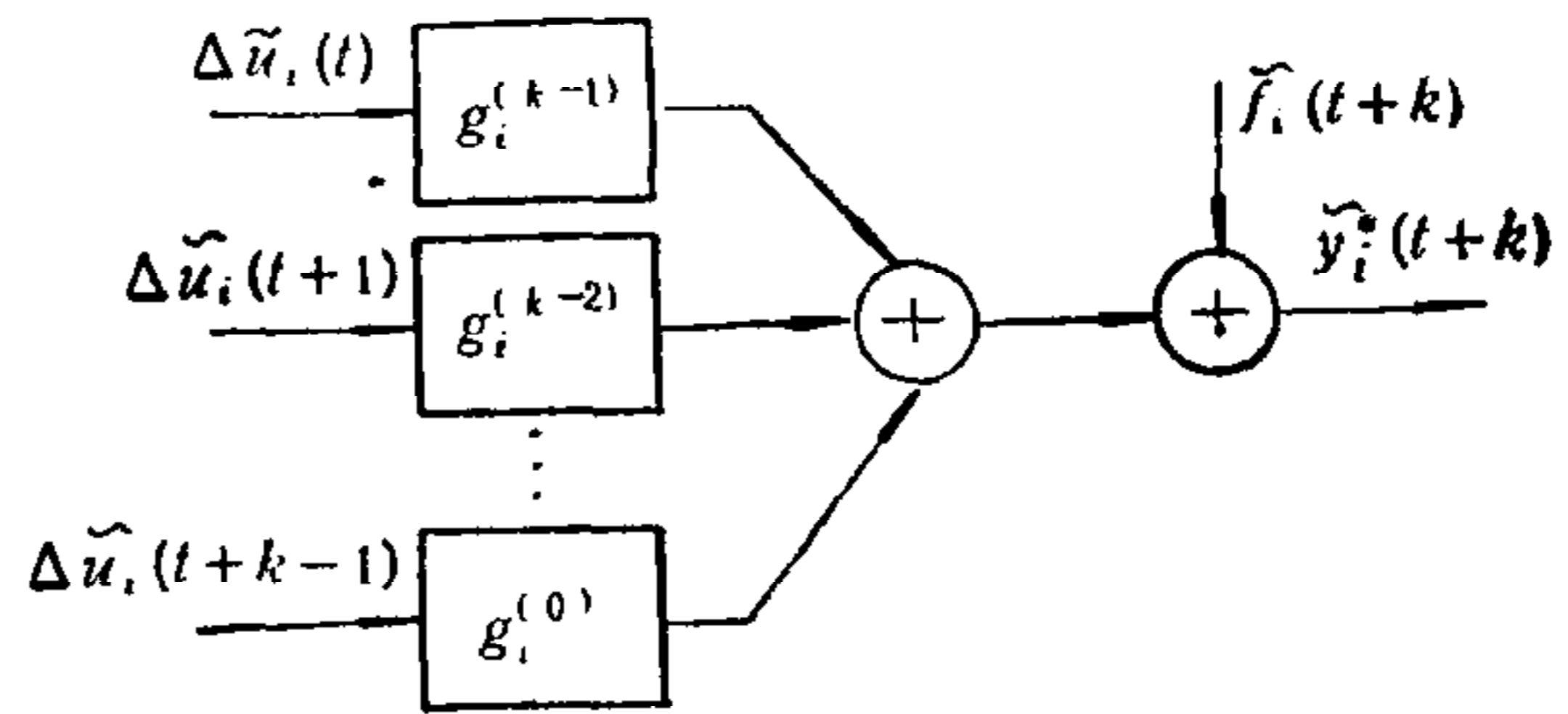


图 1 第 i 个特征子系统的第 k 步预测

图中, $\Delta\tilde{u}_i(\cdot)$ 为第 i 个特征子系统的未来控制增量, g_i^j 为系数矩阵 G_i 的第 i 个对角元 ($0 \leq j \leq k-1, 1 \leq i \leq m$); $\tilde{f}_i(t+k)$ 为第 i 个特征子系统的第 k 步可测信息; $\tilde{y}_i^*(t+k)$ 为第 i 个特征子系统的第 k 步预测。

2. 预测控制规律及闭环反馈结构

由于各个特征子系统的控制可沿用单变量的预测控制方法,故第 i 个特征子系统的控制增量为^[1]

$$\Delta\tilde{u}_i = [H_i^T H_i + \lambda_i I]^{-1} H_i^T (\tilde{y}_{ri} - \tilde{f}_i), \quad (1 \leq i \leq m). \tag{25}$$

式中 $\Delta\tilde{u}_i = [\Delta\tilde{u}_i(t), \Delta\tilde{u}_i(t+1), \dots, \Delta\tilde{u}_i(t+N_i-1)]^T$,

$$\tilde{f}_i = [\tilde{f}_i(t+1), \tilde{f}_i(t+2), \dots, \tilde{f}_i(t+N_i)]^T, \tilde{y}_{ri} = [\tilde{y}_{ri}(t+1), \tilde{y}_{ri}(t+2), \dots, \tilde{y}_{ri}(t+N_i)]^T$$

为第 i 个特征子系统的参考轨迹向量。 H_i 为如下 $N_i \times Nu_i$ 维矩阵:

$$H_i = \begin{bmatrix} g_i^{(0)} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ g_i^{(1)} & g_i^{(0)} & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ g_i^{(N_i-1)} & g_i^{(N_i-2)} & \dots & \dots & g_i^{(N_i-Nu_i)} \end{bmatrix}. \tag{26}$$

在式 (25) 中,记 $[H_i^T H_i + \lambda_i I]^{-1} H_i^T$ 的第一行为 $[r_1^{(i)}, r_2^{(i)}, \dots, r_{N_i}^{(i)}]$,则有

$$\Delta\tilde{u}_i(t) = r_i(q)\tilde{y}_{ri}(t) - \sum_{j=1}^{N_i} r_j^{(i)}\tilde{f}_i(t+j). \tag{27}$$

式中 $r_i(q) = \sum_{j=1}^{N_i} r_j^{(i)}q^j$. 令 $i = 1, 2, \dots, m$,则由上式可得

$$\Delta\tilde{u}(t) = R_r(q)\tilde{y}_r(t) - \sum_{j=1}^N R_{fj}\tilde{f}(t+j). \tag{28}$$

式中 $\Delta\tilde{u}(t) = [\Delta\tilde{u}_1(t), \Delta\tilde{u}_2(t), \dots, \Delta\tilde{u}_m(t)]^T, R_r(q) = \text{diag}\{r_1(q), r_2(q), \dots, r_m(q)\}, \tilde{y}_r(t) = [\tilde{y}_{r1}(t), \tilde{y}_{r2}(t), \dots, \tilde{y}_{rm}(t)]^T, R_{fj} = \text{diag}\{r_1^{(1)}, r_1^{(2)}, \dots, r_1^{(m)}\}, \tilde{f}(t+j) = [\tilde{f}_1(t+j), \tilde{f}_2(t+j), \dots, \tilde{f}_m(t+j)]^T. N = \max\{N_i\} (1 \leq i \leq m), 其中, r_j^{(i)} = 0 (j > N_i).$

将预测方程 (24) 代入上式得控制作用的显式表达式为

$$\begin{aligned} \Delta\tilde{u}(t) &= R_r(q)\tilde{y}_r(t) - Ry_1(q^{-1})\tilde{y}(t) - Ry_2(q^{-1})y(t) \\ &\quad - Ru_1(q^{-1})\Delta\tilde{u}(t-1) + Ru_2(q^{-1})\Delta\tilde{u}(t-1). \end{aligned} \tag{29}$$

式中

$$Ru_1(q^{-1}) = \sum_{j=1}^N R_{fj}P_{j-1}^{(2)}, \quad Ru_2(q^{-1}) = \sum_{j=1}^N R_{fj}P_{j-1}^{(3)}NW,$$

$$Ry_1(q^{-1}) = \sum_{j=1}^N R_{fj} P_{j-1}^{(1)}, \quad Ry_2(q^{-1}) = \sum_{j=1}^N R_{fj} P_{j-1}^{(3)} D \Delta,$$

若不计噪声对预测的影响,则有 $Ru_2(q^{-1}) = 0, Ry_2(q^{-1}) = 0$, 此时的控制作用为

$$\Delta \tilde{u}(t) = R_r(q) \tilde{y}_r(t) - Ry_1(q^{-1}) \tilde{y}(t) - Ru_1(q^{-1}) \Delta \tilde{u}(t-1). \quad (30)$$

由控制规律 (30) 和对象所组成的闭环系统如图 2 所示.

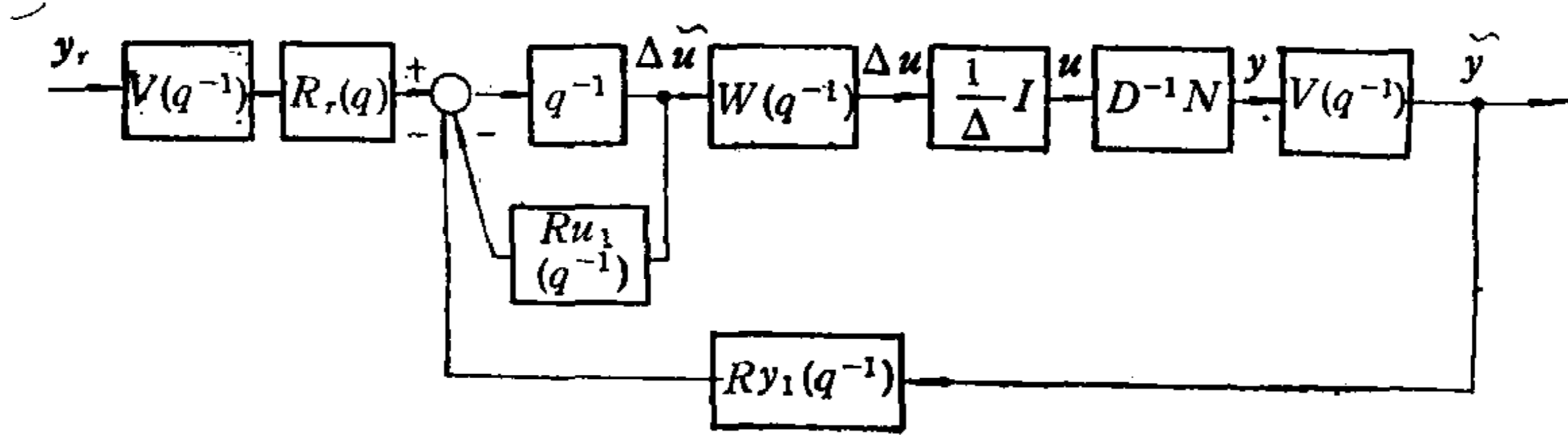


图 2 特征结构下的多变量预测控制系统的闭环反馈结构

系统的开环传递函数矩阵为

$$Q(q^{-1}) = \frac{1}{\Delta} q^{-1} D^{-1} \tilde{N}(q^{-1}) [I + q^{-1} Ru_1(q^{-1})]^{-1} Ry_1(q^{-1}). \quad (31)$$

由 $Q(q^{-1})$ 判别闭环系统稳定性的准则为: 当且仅当 $Q(e^{-j\omega T})$ (ω 为角频率, T 为采样周期) 的特征轨迹逆时针包围 $(-1, j0)$ 的次数总和等于开环系统的不稳定极点数时, 多变量预测控制系统是稳定的.

3. 仿真试验

为验证上面算法的有效性, 设多变量对象的数学模型为

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} (1 - 1.2q^{-1})(1 + 1.1q^{-1}) & 0 \\ 0 & (1 - 1.2q^{-1})(1 + 1.1q^{-1}) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(t-1) \\ u_2(t-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 & 2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(t-2) \\ u_2(t-2) \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (32)$$

首先对 $N(q^{-1})$ 进行特征分解, 两特征权序列为

$$\begin{aligned} n_1 &= [-2.46693 \quad -0.21807 \quad 0.25684 \quad 0.01564], \\ n_2 &= [4.46645 \quad -0.78262 \quad -0.25726 \quad -0.01579]. \end{aligned}$$

两特征向量序列为

$$\begin{aligned} {}^s W &= \begin{bmatrix} 0.70265 & 0.93157 & 0.39942 & 0.02536 & 0.01667 & 0.0389 & -0.00505 & -0.00068 \\ -0.60869 & 0.80740 & 0.27209 & -0.09846 & 0.07364 & 0.03021 & 0.00414 & -0.00897 \end{bmatrix}, \\ {}^s V &= \begin{bmatrix} 0.7118 & -0.8212 & -0.11938 & 0.0153 & 0.04593 & -0.0509 & -0.00919 & -0.00038 \\ 0.53658 & 0.6194 & -0.26422 & 0.32406 & -0.04716 & 0.00676 & -0.00483 & -0.00173 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

取预测控制的可调参数为: $N_1 = N_2 = 8, Nu_1 = Nu_2 = 4, \lambda_1 = 3, \lambda_2 = 2$, 所获得的参数多项式 $Ru_1(q^{-1})$ 和 $Ry_1(q^{-1})$ 如下:

$$\begin{aligned} Ry_1(q^{-1}) &= \begin{bmatrix} -0.34053 & 0 \\ 0 & 0.23211 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0.39581 & 0 \\ 0 & 0.2599 \end{bmatrix} q^{-1} + \begin{bmatrix} 0.45912 & 0 \\ 0 & -0.28111 \end{bmatrix} q^{-2}, \\ Ru_1(q^{-1}) &= \begin{bmatrix} 0.02788 & -0.00227 \\ -0.00044 & -0.2048 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0.1226 & -0.00178 \\ -0.00083 & -0.08758 \end{bmatrix} q^{-1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \begin{bmatrix} -0.01617 & -0.00282 \\ -0.00107 & -0.01015 \end{bmatrix} q^{-2} + \begin{bmatrix} -0.00719 & -0.00089 \\ -0.00094 & -0.00192 \end{bmatrix} q^{-3} \\
 & + \begin{bmatrix} -0.00061 & -0.00112 \\ -0.0012 & +0.00097 \end{bmatrix} q^{-4} + \begin{bmatrix} 0.00037 & -0.00006 \\ -0.00031 & 0.00023 \end{bmatrix} q^{-5} \\
 & + \begin{bmatrix} 0.00006 & -0.00006 \\ -0.00002 & 0.00002 \end{bmatrix} q^{-6}.
 \end{aligned}$$

系统的仿真曲线如图 3 所示。由图 3 知，所设计的多变量控制系统不仅稳定而且具有较好的动态品质。

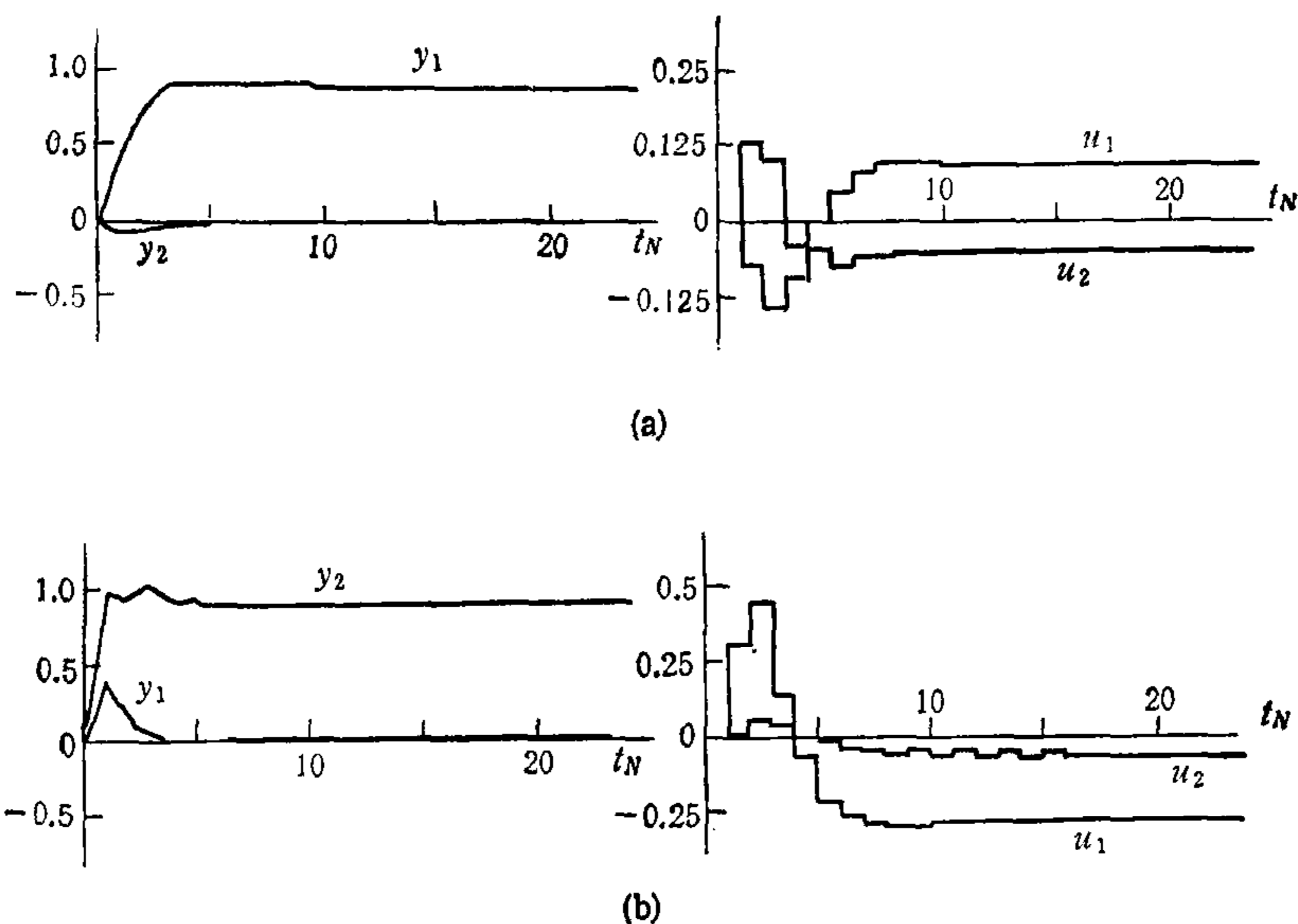


图 3 不稳定对象预测控制的闭环响应

(a) 参考输入 1 做单位阶跃变化 (b) 参考输入 2 做单位阶跃变化 (t_N 为采样次数)

四、结 论

- 1) 本文利用优化方法确定对象的近似特征序列,并在此基础上导出了多变量预测控制算法,计算表明这些方法是有效的。
- 2) 本文的多步递推预测方法可较方便地确定多变量对象在特征结构下的输出预测,与文 [1] 中的预测方法相比,本文的方法比较直观,易于理解且能方便编程计算。
- 3) 利用预测控制系统的闭环反馈结构,可以方便地判别系统的闭环稳定性。

参 考 文 献

- [1] Cloud, D.J. and Kouvaritakis, B., Characteristic Decomposition and the Multivariable Generalisation of Predictive Self-tuning Control, Proc. IEE, 3 (1988), 165—181.
- [2] Clarke, D.W., Mohtadi, C. and Toffs, P.S., Generalized Predictive Control—Part I: The Basic Algorithm, Automatica, 2(1987), 137—148.

A METHOD FOR MULTIVARIABLE PREDICTIVE CONTROL UNDER CHARACTERISTIC FRAME

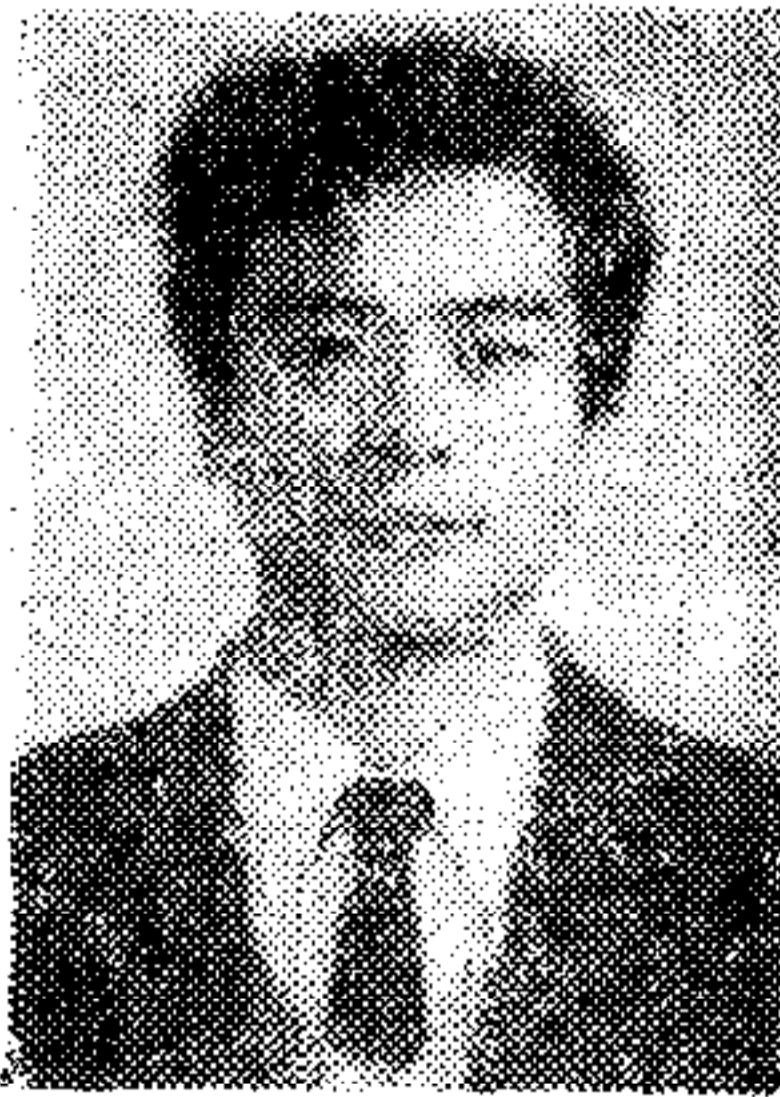
LU JIANHONG XU ZHIGAO CHEN LAIJIU

(Dept. of Power Engineering, Southeast University Nanjing 210018)

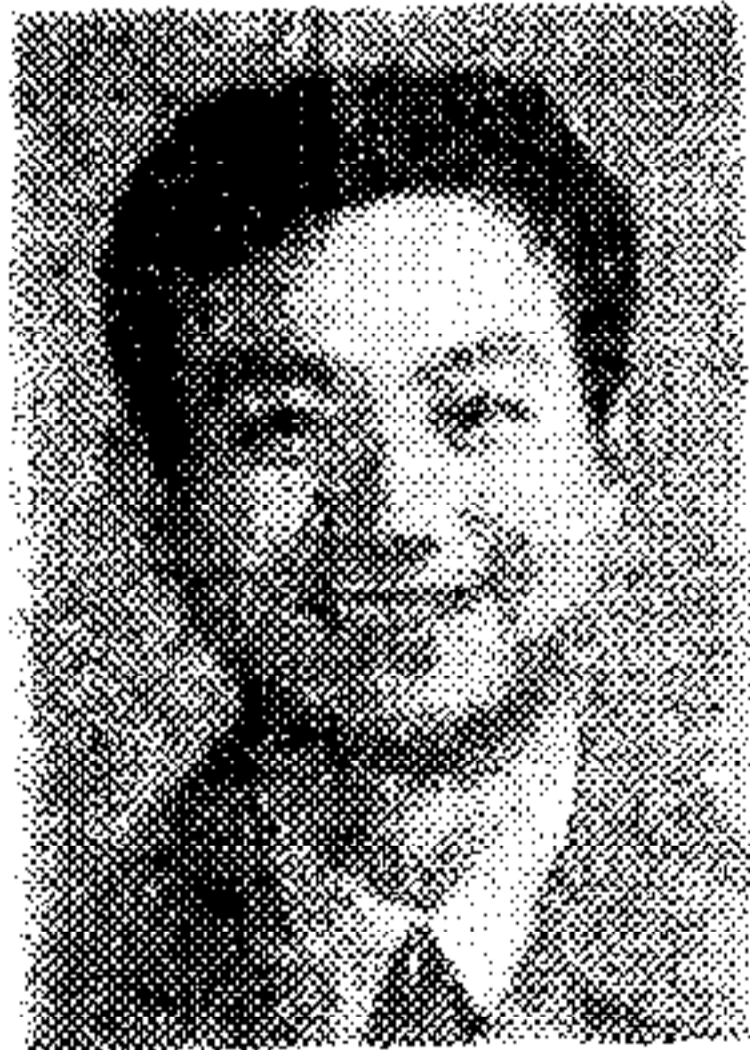
ABSTRACT

The approximate characteristic sequences of multivariable plants can be calculated by optimization, and based on this, a kind of multivariable predictive control algorithm under characteristic frame and its closed-loop feedback scheme are then presented. The closed-loop stability can immediately be tested. The simulations clearly demonstrate that the proposed algorithm is also suitable for unstable plants.

Key words : Characteristic frame; predictive control; feedback scheme; multivariable plant.



吕剑虹 1964年6月生,1985年7月毕业于南京工学院动力工程系,1990年10月在东南大学获电厂热能动力及其自动化学科的博士学位。现为东南大学动力系讲师,主要从事火电厂热工过程控制的科研工作。



徐治皋 1945年1月生,江苏无锡人,1967年7月毕业于南京工学院动力工程系,1983年获工学硕士学位,1987年10月至1989年1月为英国 Bradford 大学访问学者,主要从事控制理论及热工过程控制方面的教学和科研工作。现为东南大学动力系副教授。



陈来九 1929年1月生,上海市人,1952年7月毕业于厦门大学机械工程系,长期从事热工过程自动控制方面的教学和科研工作,现为东南大学动力工程系教授、中国动力工程学会自动控制专业委员会主任委员。