第十二章 信息理论

12.1 离散信源的熵

- 熵的定义：

  设：信源 X 能发出n个不同的消息$x_1, x_2, \ldots, x_i, \ldots, x_n$，

  则定义熵为信源的平均信息量 $H(X)$：

$$H(X) = E[I(x_i)] = -\sum_{i=1}^{n} P(x_i)\log_2 P(x_i)$$

  式中，$I(x_i) = -\log_2 P(x_i)$ (b)

  - $I(x_i)$表示消息 x_i含有的信息量
  - 熵$H(X)$可以理解为信源的平均不确定度。

➢ 二进制信源的熵

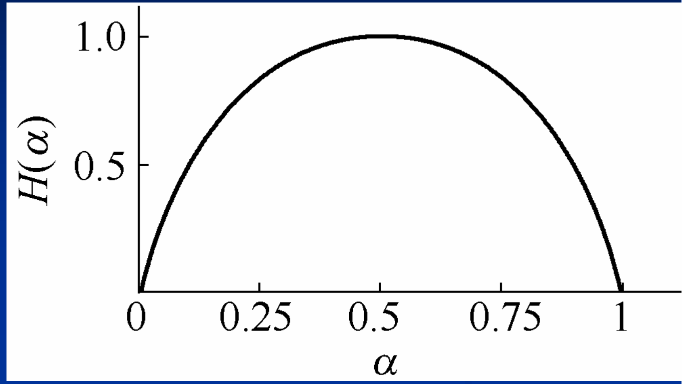
- 设：信源仅有“0”和“1”两种消息。

  发送“1”的概率$P(1) = \alpha$,

  则 发送“0”的概率$P(0) = 1 - \alpha = \beta$

  信源的熵等于

$$H(\alpha) = -P(1)\log_2 P(1) - P(0)\log_2 P(0)$$
$$= -\alpha\log_2\alpha - (1-\alpha)\log_2(1-\alpha)$$



- 若一个消息是一个码元，则熵$H(\alpha)$的单位：比特 / 码元

- $H(\alpha)$～ α曲线
  - 当$\alpha = 1/2$时，此信源的熵最大；这时的两个消息是等概率出现的，其不确定度最大。
  - 当$\alpha \neq 1/2$时，一个消息比另一个消息更可能出现，因此不确定度减小。
  - 若α或β等于0，则不确定度为0。

n 进制信源的熵

- 设：信源有n种可能出现的消息，并用P_i表示第i个消息的出现概率，

则由熵的定义可以写出此信源的熵 $$H = -\sum_{i=1}^{n} P_i \log_2 P_i$$

- 熵的最大值：

令上式对P_k的导数等于0，求H的最大值。

由于 $$P_n = 1 - (P_1 + P_2 + \cdots + P_i + \cdots + P_{n-1})$$

故当P_k变时， 可仅使P_n随之变化，并保持其他P_i为常数。

于是得到 $$\frac{dH}{dP_k} = \frac{d}{dP_k}(-P_k \log_2 P_k - P_n \log_2 P_n)$$

利用求导数公式 $$\frac{d}{dx}\log_a u = \frac{1}{u}\log_a e \frac{du}{dx}$$

上式变为 $$\frac{dH}{dP_k} = -P_k \frac{1}{P_k}\log_2 e - \log_2 P_k + P_n \frac{1}{P_n}\log_2 e + \log_2 P_n$$

或 $$\frac{dH}{dP_k} = \log_2 \frac{P_n}{P_k}$$

令 $$\frac{dH}{dP_k} = \log_2 \frac{P_n}{P_k}$$

等于0，就可以求出*H*的最大值。

当$P_k = P_n$，上式等于0。由于P_k是任意一个消息的出现概率，所以有

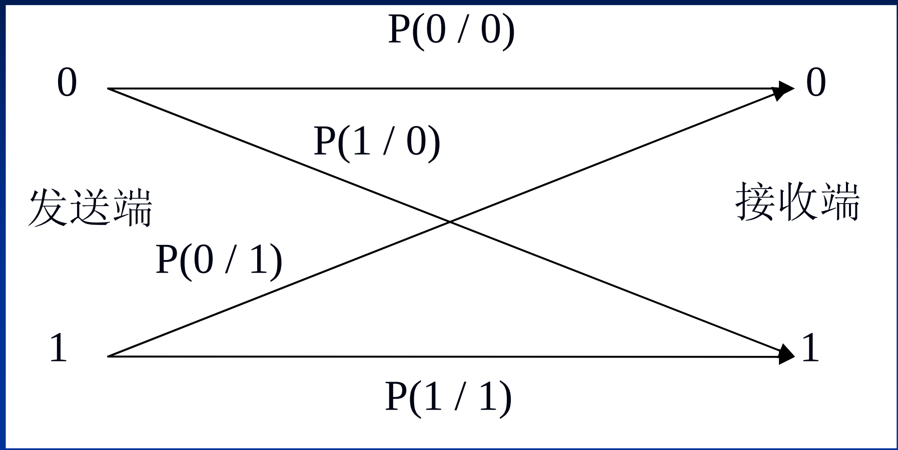
$$P_1 = P_2 = \cdots = P_n = \frac{1}{n}$$

将上式代入 $$H = -\sum_{i=1}^{n} P_i \log_2 P_i$$

得到*H*的最大值： $$H = \log_2 n$$

12.2 离散信道模型

- 二进制无记忆编码信道的模型



- 信道的特性：由下列信道转移概率矩阵所完全确定

$$[P(Y/X)]=\begin{bmatrix} P(y_1/x_1) & P(y_2/x_1) \\ P(y_1/x_2) & P(y_2/x_2) \end{bmatrix}$$

式中，$P(y_j/x_i)$ — 发送 x_i，收到 y_j 的条件概率。

- 信道输入和输出概率关系

若输入概率矩阵为 $[P(X)]=[P(x_1)\quad P(x_2)]$

则由 $[P(Y)]=[P(X)]\ [P(Y/X)]$

可以计算出 $[P(Y)]=[P(y_1)\quad P(y_2)]$

- 输入输出的联合概率矩阵***P*(*X*, *Y*)**

将**[*P*(*X*)]**写成对角线形式：$[P(X)]=\begin{bmatrix} P(x_1) & 0 \\ 0 & P(x_2) \end{bmatrix}$

并与 $[P(Y/X)]=\begin{bmatrix} P(y_1/x_1) & P(y_2/x_1) \\ P(y_1/x_2) & P(y_2/x_2) \end{bmatrix}$

相乘，得到联合概率矩阵***P*(*X*, *Y*)**：

$$P(X,Y)=P(X)P(Y/X)=\begin{bmatrix} P(x_1) & 0 \\ 0 & P(x_2) \end{bmatrix}\begin{bmatrix} P(y_1/x_1) & P(y_2/x_1) \\ P(y_1/x_2) & P(y_2/x_2) \end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix} P(x_1)P(y_1/x_1) & P(x_1)P(y_2/x_1) \\ P(x_2)P(y_1/x_2) & P(x_2)P(y_2/x_2) \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} P(x_1,y_1) & P(x_1,y_2) \\ P(x_2,y_1) & P(x_2,y_2) \end{bmatrix}$$

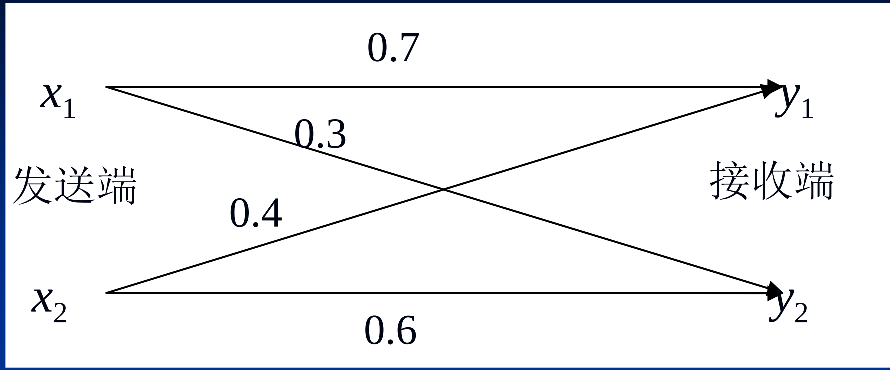
式中，

$P(x_i,y_j)=P(x_i)P(y_j/x_i)$ — 发送 x_i 收到 y_j 的联合概率

➢ 例1：设有一个二进制信道，如图所示，

其转移矩阵为：

$$[P(Y/X)]=\begin{bmatrix}0.7 & 0.3\\0.4 & 0.6\end{bmatrix}$$



若信道输入的概率为

$$P(x_1)=0.5 \quad \text{和} \quad P(x_2)=0.5$$

试求输出概率矩阵***P*(*Y*)**和联合概率矩阵***P*(*X*, *Y*)**。

[解] 输出概率矩阵：

$$P(Y)=\begin{bmatrix}0.5 & 0.5\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0.7 & 0.3\\0.4 & 0.6\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0.55 & 0.45\end{bmatrix}$$

联合概率矩阵：

$$[P(X,Y)]=\begin{bmatrix}0.5 & 0\\0 & 0.5\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0.7 & 0.3\\0.4 & 0.6\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0.35 & 0.15\\0.2 & 0.3\end{bmatrix}$$

12.3 联合熵和条件熵

设：一信道有n个可能输入和m个可能输出，

则可用输入概率$P(x_i)$，输出概率$P(y_j)$，转移概率$P(y_j/x_i)$和联合概率$P(x_i, y_j)$定义下列不同的熵函数：

- $H(X) = -\sum_{i=1}^{n} P(x_i)\log_2 P(x_i)$ — 信源的平均不确定度；
- $H(Y) = -\sum_{i=1}^{m} P(y_j)\log_2 P(y_j)$ — 接收码元的平均不确定度；
- $H(Y/X) = -\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} P(x_i, y_j)\log_2 P(y_j/x_i)$ —给定发送X后接收码元的平均不确定度；
- $H(X/Y) = -\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} P(x_i, y_j)\log_2 P(x_i/y_j)$ —收到一个码元后发送码元的平均不确定度；
- $H(X,Y) = -\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} P(x_i, y_j)\log_2 P(x_i, y_j)$ —整个通信系统的平均不确定度。
- 联合熵公式：$H(X,Y) = H(X/Y) + H(Y)$　$H(X,Y) = H(Y/X) + H(X)$

12.4 无噪声信道容量

- 互信息量 $I(X;Y)$
  - 定义：在收到发送码元后，此发送码元的平均不确定度的下降量

$$I(X;Y) = H(X) - H(X/Y)$$

式中， $H(X)$ — 信源的平均不确定度；

$H(X/Y)$ — 收到一个码元后发送码元的平均不确定度

上式可以改写为

$$I(X;Y) = H(Y) - H(Y/X)$$

  - 性质： $I(X;Y) \geq 0$
- 信道容量C
  - 定义：互信息量的最大值

$$C = \max\left[I(X;Y)\right]$$ （**b**/码元）

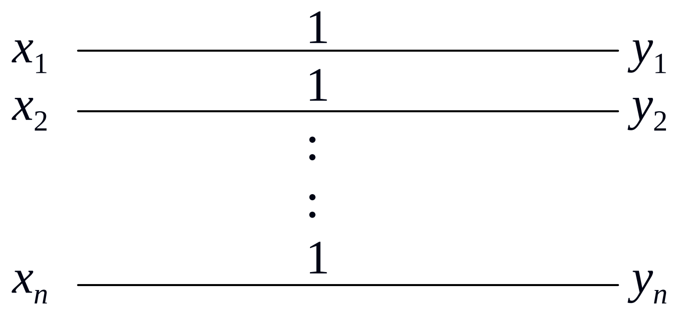
  - 性质：C 仅是信道转移概率的函数；

C是一个码元能够传输的最大平均信息量。

➢ 例2：试求下图中的无噪声离散信道的容量。

【解】 由式

$$I(X;Y) = H(X) - H(X/Y)$$



无噪声离散信道

及式

$$H(X/Y) = -\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} P(x_i, y_j)\log_2 P(x_i / y_j)$$

可知，对于无噪声信道，

当 $i \neq j$ 时， $P(x_i, y_j) = 0$， $P(x_i / y_j) = 0$;

当 $i = j$ 时， $P(x_i / y_j) = 1$。

因此， $H(X / Y) = 0$， $I(X; Y) = H(X)$

若信源中所有码元是等概率的，则信源的熵 $H(X)$ 最大。

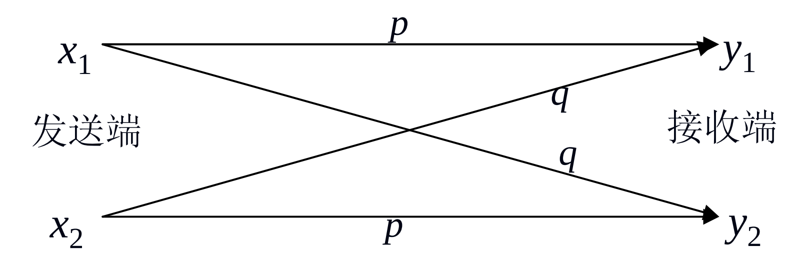
因此，

$$C = \max\left[I(X;Y)\right] = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{n}\log_2 n = \log_2 n$$

➢ 例3：试求图中二进制对称信道的容量。

其中$P(x_1)$ = α，$P(x_2)$ = 1 - α。

【解】根据信道容量的定义式，



需要求出

$$I(X;Y)=H(Y)-H(Y/X)$$

的最大值。

上式右端第二项为 $$H(Y/X)=-\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}p(x_i,y_j)\log_2 p(y_j/x_i)$$

将$P(x_1)$ = α，$P(x_2)$ = 1 - α和转移概率*p*, *q*代入上式，得出

$$H(Y/X)=-\alpha p\log_2 p-(1-\alpha)p\log_2 p-\alpha q\log_2 q-(1-\alpha)\log_2 q$$

上式可以化简为

$$H(Y/X)=-p\log_2 p-q\log_2 q$$

将上式代入 $I(X;Y)=H(Y)-H(Y/X)$

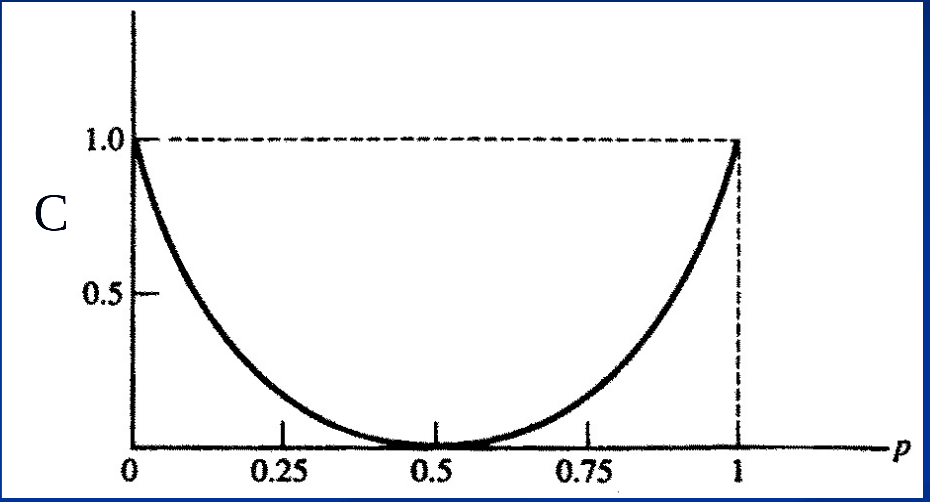
得到 $I(X;Y)=H(Y)+p\log_2 p+q\log_2 q$

$$I(X;Y)=H(Y)+p\log_2 p+q\log_2 q$$

当 $H(Y)$ 为最大时，上式达到最大。 $H(Y)$ 的最大值等于 **1**，故

$$C=\max[I(X;Y)]=1+p\log_2 p+q\log_2 q=1-H(p)$$

按照上式画出的曲线：



- 二进制对称信道的误码率 P_e

$$P_e=\sum_{i=1}^{2}P(e/x_i)P(x_i)$$

式中，$P(e/x_i)$ 为给定输入 x_i 条件下的误码率，所以有

$$P_e=qP(x_1)+qP(x_2)=q$$

上式表明无条件误码率 P_e 等于条件误码率 $P(y_j/x_i)$，$i\neq j$。

12.5 信源编码

12.5.1无噪声信道编码原理

➢ 信源的信息速率R_s：

$$R_s = rH(X) \qquad (b/s)$$

式中，$H(X)$ — 信源的熵 （b/码元）；

r — 码元速率 （波特 = 码元/s）。

➢ 无噪声信道编码定理（香农第一定理）：

给定一个信道和一个信源，若此信源以小于信道容量C的速率R_s产生信息，则一定能够以某种方式对信源的输出编码，使得编码输出能够无差错地通过此信道传输；但是若信源输出速率R_s大于容量C，则不可能无差错地传输。

➢ 例：

二进制信源 → 信源编码器 → 二进制信道 →

信源的码元速率：
r ＝ 3.5 码元/s

C = 1b/码元
S = 2 码元/s
SC = 2 b/s

- 设：有一个二进制信源，它有两个可能的输出*A*和*B*，

  $P(A) = 0.9, \quad P(B) = 0.1$

  信源输出的码元速率 $r = 3.5$ (码元/s)

  信道无误传输的码元速率 $S = 2$ (码元/s)

  则从例3可知，在$p = 1$时，信道容量 $C = 1$ （b / 码元）。

  故现在信道的信息速率 = SC = 2 (b / s)

- 现在，$r > S$，所以信源的码元不能直接送入信道。
- 然而，信源的熵为 $H(X) = -0.1\log_2 0.1 - 0.9\log_2 0.9 = 0.469 \quad (b/码元)$

  它相当于信源信息速率为 $rH(X) = 3.5(0.469) = 1.642 \quad (b/s)$

  ∵ 现在，信源的信息速率$rH(X)$ < 信道的信息速率SC，

  ∴ 有可能传输，但需要在传输之前作信源编码。

- 信源的扩展：把信源中的***n***个码元编成一组，称为码字。将最短的码字分配给最有可能出现的信源码元组，并将最长的码字分配给最少可能出现的信源码元组。这样，信源编码就降低了平均码元速率，使信源能和信道匹配。

  这种编码称为信源的扩展。

- 信源的n阶扩展：将原始信源中的***n***个码元编成一组。
  - 1阶扩展：

信源码元	码元概率$P(x_i)$	码字	码字长度l_i	$P(x_i)l_i$
A	0.9	0	1	0.9
B	0.1	1	1	0.1
				$L=1.0$

这时编码器输出的码元速率等于信源的码元速率。故在信道输入端的码元速率仍然大于信道的传输能力。

- **2阶扩展：将原始信源中的2个码元编成一组，构成原始信源的2阶扩展**

信源码元	码元概率$P(x_i)$	码字	码字长度l_i	$P(x_i)l_i$
AA	0.81	0	1	0.81
AB	0.09	10	2	0.18
BA	0.09	110	3	0.27
BB	0.01	111	3	0.03
				$L=1.29$

平均码字长度L等于 $$L=\sum_{i=1}^{2^n} P(x_i)l_i = 1.29$$

式中，$P(x_i)$ － 扩展信源中第i个码组的概率，

l_i － 第i个码组对应的码字的长度。

每个信源码元在编码后码字中占用的平均码元数为

$$\frac{L}{n}=\frac{1}{n}\sum P(x_i)l_i=\frac{1.29}{2}=0.645$$

编码器输出的码元速率为 $$r\frac{L}{n}=3.5(0.645)=2.258$$

它仍然高于信道的传输能力（2码元/s），故码元速率还需要进一步减小。

3阶扩展：

信源码元	码元概率$P(x_i)$	码字	码字长度l_i	$P(x_i)l_i$
AAA	0.729	0	1	0.729
AAB	0.081	100	3	0.243
ABA	0.081	101	3	0.243
BAA	0.081	110	3	0.243
ABB	0.009	11100	5	0.045
BAB	0.009	11101	5	0.045
BBA	0.009	11110	5	0.045
BBB	0.001	11111	5	0.005
				L=1.598

平均码字长度：$\boldsymbol{L = 1.598}$

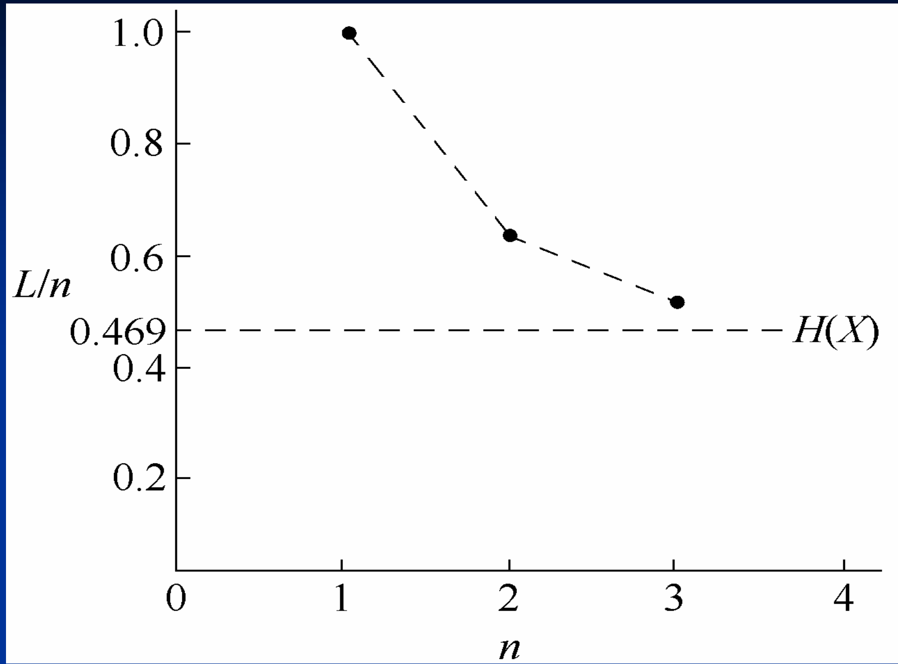
每个信源码元在编码后码字中占用的平均码元数为

$$\frac{L}{n} = \frac{1}{n}\sum P(x_i)l_i = \frac{1.598}{3} = 0.533$$

编码器输出的码元速率为 $r\frac{L}{n} = 3.5(0.533) = 1.864$

这一速率可以为信道所接受，所以能用3阶扩展传输。

- ***L*/*n*和*n*的关系曲线**



从曲线可以看出，***L*/*n***永远大于信源的熵，并且当***n***增大时收敛于信源的熵。

12.5.2 信源编码的分类和效率

- 有关定义
  - 字母表：若干个符号的集合
  - 码字：由一个字母表中的若干符号构成
  - 字长：码字中符号的数目
  - 码元：在信道中传输的符号
- 信源编码的分类
  - 非分组码
  - 分组码：码长是固定的
    - 唯一可译码：

      其码字不用空格区分就可以译出。
      - 瞬时码
      - 非瞬时码：需要参考后继码字译码

例：

信源符号	非瞬时码	瞬时码
x_1	0	0
x_2	01	10
x_3	011	110
x_4	0111	1110

- 信源编码的效率
  - 效率定义：

    码字的最小平均字长 $L_{\min}$ 和码字的平均字长 L 之比

$$\text{效率} = L_{\min} / L = L_{\min} / \sum_{i=1}^{n} P(x_i) l_i$$

式中，$P(x_i)$ — 第 i 个信源符号的概率，

l_i — 对应第 i 个信源符号的码字的长度。

  - 可以证明，最小平均字长等于

$$L_{\min} = H(X) / \log_2 D$$

式中，$H(X)$ — 被编码的消息集合的熵，

D — 编码字母表中的符号数目

  - 将上两式合并，得到 $\text{效率} = H(X) / L \log_2 D$
  - 对于二进制($D = 2$)而言，上式变成

$$\text{效率} = H(X) / L$$

由上式看出，若效率为100%，则平均字长 L 应等于熵 $H(X)$。

12.5.3 扩展二进制信源的熵

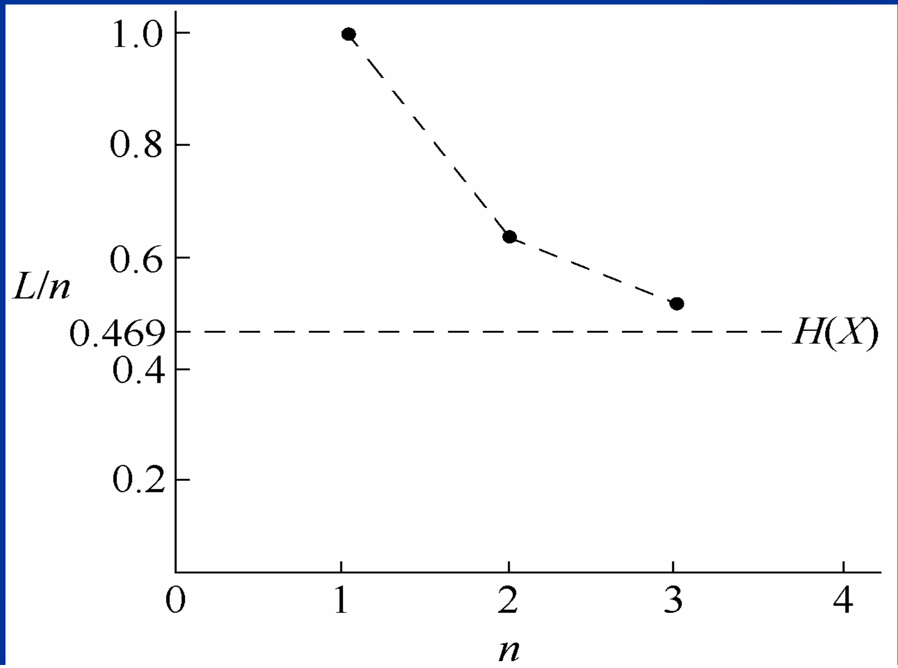
- 可以证明，一个离散无记忆信源的第**n**阶扩展的熵等于

$$\boxed{H(X^n) = nH(X)}$$

- 所以，扩展信源的效率为

$$\boxed{\text{效率} = \frac{nH(X)}{L} = \frac{H(X)}{L/n}}$$

- 若当**n**趋向于无穷大时，效率趋近**100%**，则***L/n***趋近于扩展信源的熵。这可以从下图看出。



12.5.4 香农-费诺码 —— 编码方法举例

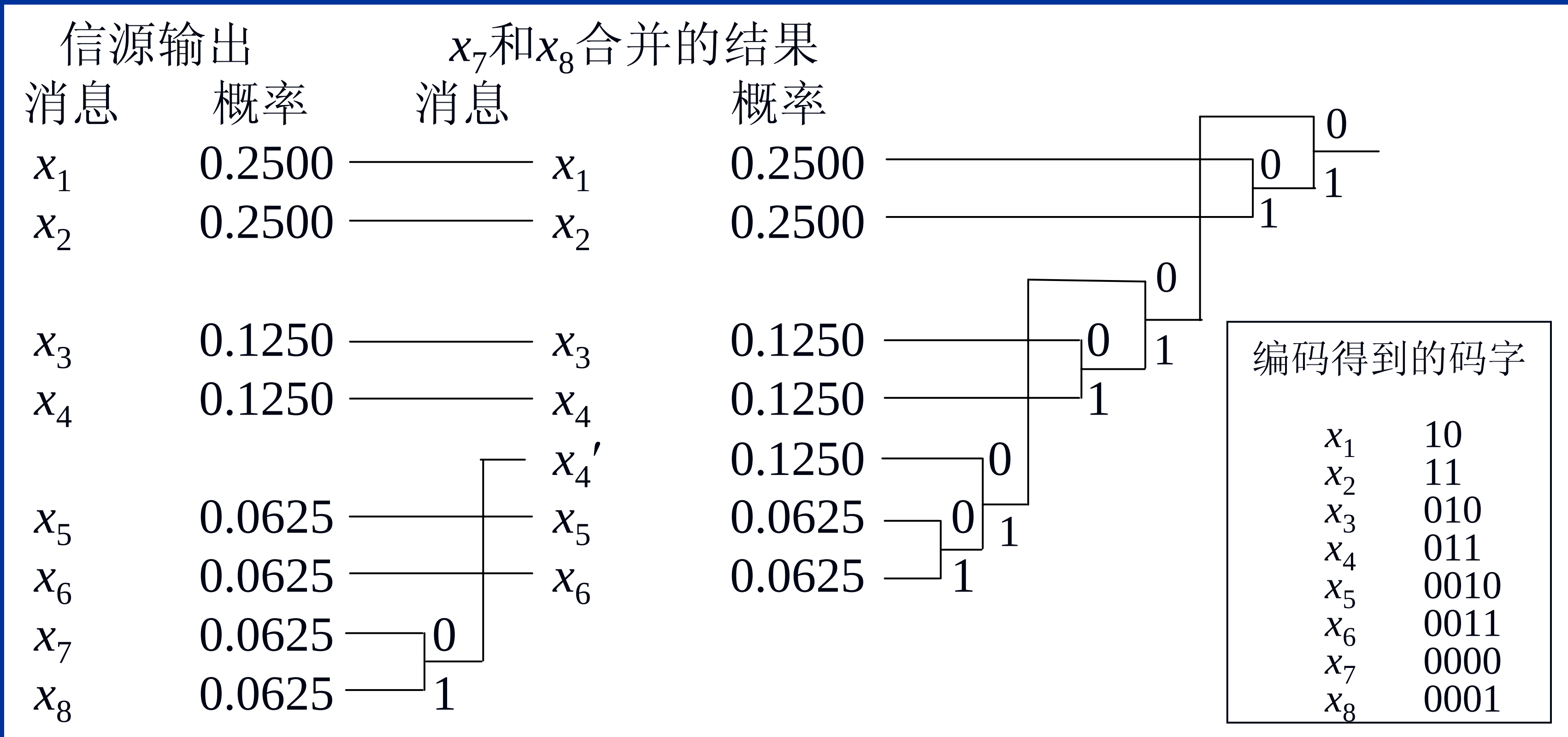
- 首先将信源符号 x_i 按照出现概率不增大的次序排列；
- 然后将信源符号划分成两组（用虚线**A-A‘**标出），使每组中符号的概率尽可能相等；
- 将“**0**”分配给上组，“**1**”分配给下组；
- 如此进行下去，直至不能再划分为止。
- 若每次划分都能给出等概率的分组，则这种方法能给出**100%**效率的编码。
- 此例的效率：

$$效率 = \frac{H(X)}{L} = \frac{2.75}{2.75} = 1 = 100\%$$

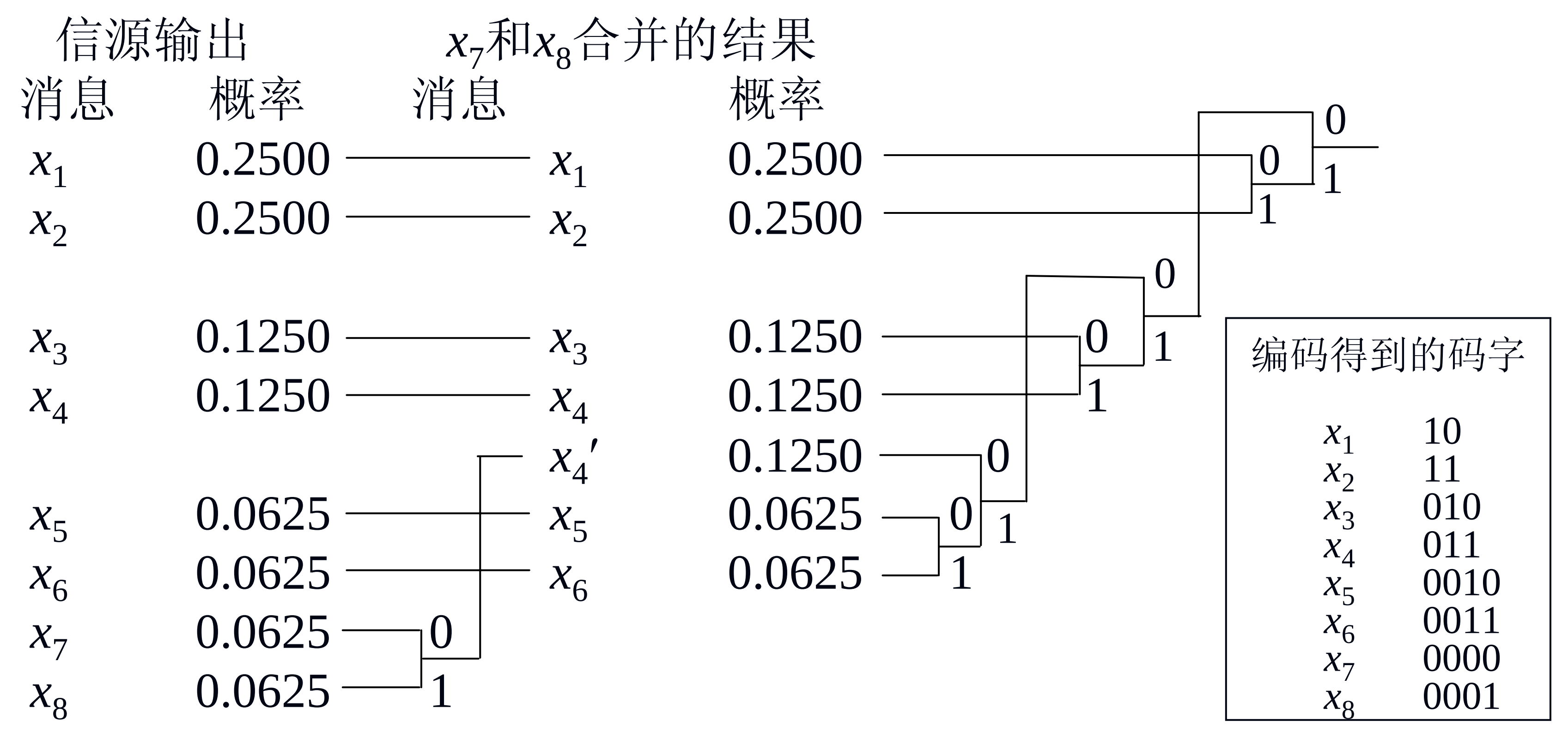
信源符号	出现概率	码字	码长	码长×概率
x_1	0.2500	00	2	0.5
x_2	0.2500	01	2	0.5
A -----A’				
x_3	0.1250	100	3	0.375
x_4	0.1250	101	3	0.375
x_5	0.0625	1100	4	0.25
x_6	0.0625	1101	4	0.25
x_7	0.0625	1110	4	0.25
x_8	0.0625	1111	4	0.25
				平均字长＝2.75

12.5.5 霍夫曼码

- 对于给定熵的信源，霍夫曼码能得到最小平均字长。
- 编码过程举例
  - 将信源消息 x_i 按照概率不增大的次序排列;
  - 将概率最小的两个信源消息 x_7 和 x_8 合并;
  - 为x_7分配“0”， x_8分配“1”，作为其码字的最后一个符号;
  - 将x_7和x_8合并后看成是一个复合消息x_4';



- 令复合消息x_4'的概率等于x_7和x_8的概率之和，即0.1250；
- 将消息$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$和$x_4'$仍按概率不增大的次序排列;
- 将消息x_5和x_6合并，将合并结果再和x_4'合并;
- 如此进行到最后，得到了一个树状结构;
- 从树的最右端向左追踪，就得到了编码输出码字。



- 从霍夫曼编码得到的码字与香农-费诺编码得到的不同，因为将复合消息插入到哪些点是有任意性的。将二进制数字“0”和“1”分配给上面或下面的消息也是任意的。

然而，这两种编码的平均字长是一样的。在这个例子中，因为香农-费诺码给出100%的效率，所以霍夫曼码自然不会比它差。

但是，一般而言，这两种编码方法给出的平均字长不一定相等。

12.6 白色加性高斯噪声信道的容量

- 香农第二定理：给定一个容量为C_c的离散无记忆信道和一个正速率为R的信源，若 $R < C_c$，则必定有一种编码，当其足够长时，使信源的输出能以任意小的错误概率通过此信道传输。
- 对于白色加性高斯噪声的连续信道，它能够传输的最大信息速率由下式给出：

$$\boxed{C_c = B\log_2(1+\frac{S}{N}) \qquad (b/s)}$$

—— 香农-哈特莱(Shannon-Hartley)定律

式中， B — 信道带宽（Hz），

S/N — 信号噪声功率比。

C_c — 信道传输的最大信息速率 (b / s)。

$$C_c = B\log_2(1+\frac{S}{N}) \qquad (b/s)$$

- 容量C_c的特性
  - 保持C_c不变，带宽B和信噪比S/N可以交换。
  - 对于无噪声情况（S/N = ∞），只要带宽不为0，则容量C_c将是无穷大。
  - 在有噪声情况下，当$B \to \infty$时，C_c趋向于如下极限值：

$$\lim_{B\to\infty} C_c \approx 1.44\frac{S}{n_0} \qquad (b/s)$$

【证】令$x = S/n_0B$，代入

$$\lim_{B\to\infty} C_c = \lim_{B\to\infty} B\log_2\left(1+\frac{S}{n_0B}\right)$$

得到

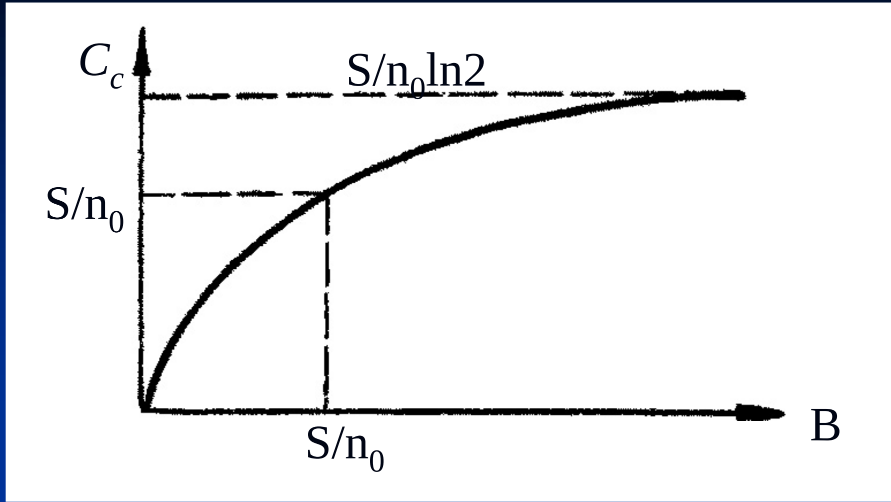
$$\lim_{B\to\infty} C_c = \lim_{B\to\infty}\frac{S}{n_0}\frac{Bn_0}{S}\log_2\left(1+\frac{S}{n_0B}\right) = \lim_{B\to\infty}\frac{S}{n_0}\log_2(1+x)^{1/x}$$

因为当$x \to \infty$时，$\ln(1+x)^{1/x} \to 1$，所以上式变为

$$\lim_{B\to\infty} C_c = \frac{S}{n_0\ln 2} \approx 1.44\frac{S}{n_0}$$

- C_c与B的关系：按照右式画出

$$C_c = B\log_2(1+\frac{S}{N}) \qquad (b/s)$$



- C_c与E_b/n_0的关系：当以速率$R_b = C_c$传输时，

码元能量：$E_b = ST_b = S/R_b = S/C_c$

式中，$T_b = 1/C_c$ — 每比特的持续时间

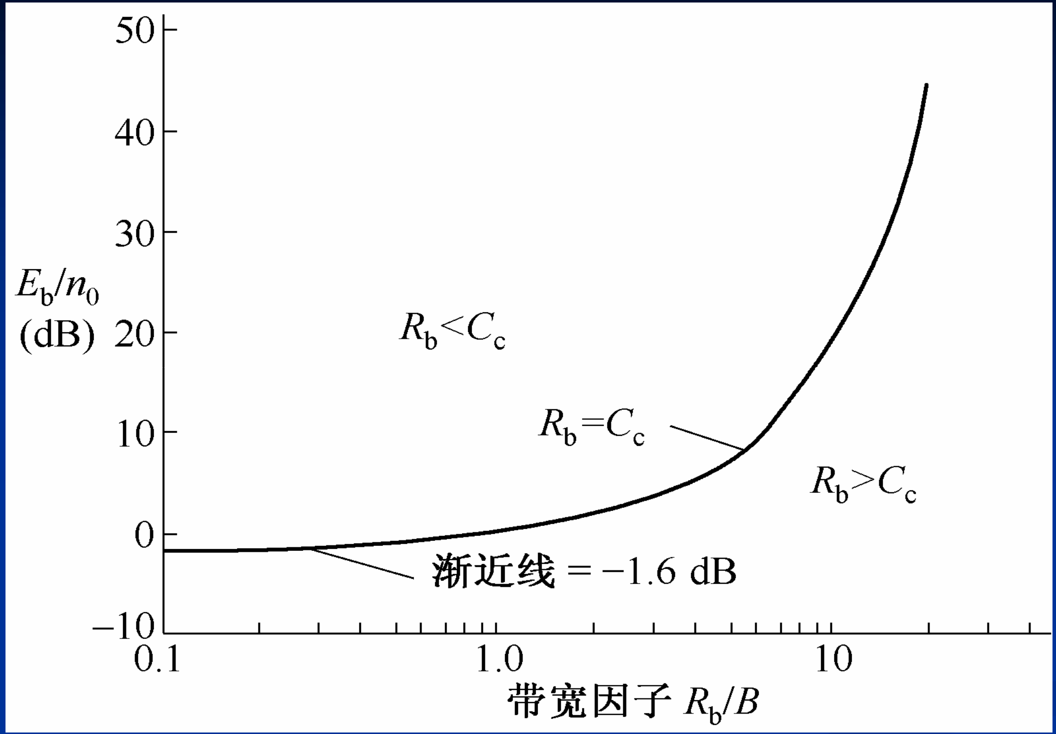
将上式代入式：$\lim\limits_{B\to\infty} C_c = \frac{S}{n_0 \ln 2}$

得出当$B\to\infty$时，

$$C_c = \frac{1}{\ln 2}\frac{S}{n_0} = \frac{1}{\ln 2}\frac{E_b C_c}{n_0}$$ 或 $$\frac{E_b}{n_0} = \ln 2 \approx -1.6 \qquad dB$$

上式表明，对于$R_b = C_c$的理想情况，当$B\to\infty$时，仅需$E_b/n_0 = -1.6$ dB就能实现无误传输。

■ E_b/n_0与C_c/B的关系曲线：



- 在$R_b < C_c$区域，能够得到任意小的错误概率（工作区）
- 在$R_b > C_c$区域，不能使错误概率达到任意小
- 若信源比特率R_b一定，且带宽B足够大，使$B>>R_b$，则仅需E_b/n_0略大于-1.6 dB就可以工作在$R_b < C_c$区域。

  —功率受限工作状态。
- 若带宽受限制，使R_b>>B，则需要很大的E_b/n_0值才能工作在$R_b < C_c$区域。　　—带宽受限工作状态 。

- 信噪比和带宽关系
  - 设：原始信号的带宽为B_1，在以信噪比S_1/N_1传输时，其最大信息传输速率R_1为

$$R_1 = B_1 \log_2(1+\frac{S_1}{N_1})$$

将此信号调制（或）编码后，若仍保持原来的信息传输速率R_1，但是带宽变成B_2，所需信噪比变成S_2/N_2，则应有

$$R_1 = B_2 \log_2(1+\frac{S_2}{N_2})$$

将上两式合并，得到

$$B_1 \log_2(1+\frac{S_1}{N_1}) = B_2 \log_2(1+\frac{S_2}{N_2})$$

或

$$\left(1+\frac{S_1}{N_1}\right) = \left(1+\frac{S_2}{N_2}\right)^{B_2/B_1}$$

当信噪比很大时，上式变为

$$\left(\frac{S_1}{N_1}\right) = \left(\frac{S_2}{N_2}\right)^{B_2/B_1}$$

信噪比的改善和带宽比B_2/B_1成指数关系。

- 带宽B和比特能量E_b的关系

由香农-哈特莱定律公式

$$C_c = B\log_2(1+\frac{S}{N}) = B\log_2(1+\frac{E_b/T_b}{n_0 B}) = B\log_2(1+\frac{E_b}{n_0})$$

看出：因n_0可以认为是常数，所以增大带宽B，可以换取E_b的减小，即带宽和比特能量之间也同样有交换关系。

- 例4：设1帧黑白电视图像由30万个像素组成，每个像素能取10个亮度电平，并且这10个亮度电平是等概率出现的。若每秒发送25帧图像，要求图像信噪比达到30 dB，试求所需传输带宽。

【解】因为每个像素以等概率取10个可能电平，所以每个像素的信息量等于 $I_P = \log_2 10 = 3.32 \quad (b/pix)$

而每帧图像的信息量I_f等于 $I_f = 300{,}000 \times 3.32 = 996{,}000$

因为每秒有25帧图像，故要求信息传输速率为

$$996{,}000 \times 25 = 24{,}900{,}000 = 24.9 \times 10^6 \quad (b/s)$$

信道容量C_c必须不小于此值。由于要求信噪比为30 dB，故将这些数值代入式

$$C_c = B\log_2(1+\frac{S}{N}) \quad (b/s)$$

得出

$$24.9 \times 10^6 = B\log_2(1+1000) \approx B\log_2 1000 = 9.96B$$

即要求

$$B = (24.9 \times 10^6)/9.96 = 2.5 \quad (MHz)$$

12.7 小结