

## 一类二阶非线性系统的有限时间状态反馈镇定方法

李世华<sup>1</sup> 丁世宏<sup>1</sup> 田玉平<sup>1</sup>

**摘要** 针对一类二阶非线性系统的有限时间状态反馈镇定问题进行了讨论. 给出了三种基于连续状态反馈的全局有限时间状态反馈镇定方法. 首先, 利用非线性齐次系统性质, 设计出一种状态反馈控制器, 使得闭环系统渐近稳定并且具有负的齐次度; 其次, 基于有限时间 Lyapunov 函数的反步构造法, 给出了一种有限时间控制器; 最后, 利用非奇异终端滑模控制技术, 得到了一种使闭环系统有限时间收敛到平衡点的反馈镇定控制器. 仿真结果表明了这些方法的有效性.

**关键词** 非线性系统, 有限时间控制, 有限时间稳定性, 反馈镇定  
**中图分类号** TP13

### A Finite-time State Feedback Stabilization Method for a Class of Second Order Nonlinear Systems

LI Shi-Hua<sup>1</sup> DING Shi-Hong<sup>1</sup> TIAN Yu-Ping<sup>1</sup>

**Abstract** The finite-time feedback stabilization problem of a class of second-order nonlinear systems is discussed. Three kinds of global finite-time feedback stabilization approaches based on continuous state feedback are given. First, using homogeneous properties of nonlinear homogeneous systems, a state feedback controller is designed to guarantee that the closed loop system is asymptotically stable and satisfies negative homogeneity. Second, using backstepping constructive approach based on finite-time Lyapunov function, a finite-time controller is developed. Finally, using nonsingular terminal sliding mode technology, a feedback stabilizing controller which can make the closed loop system converge to equilibrium in finite time is given. Simulation results are provided to demonstrate the effectiveness of these approaches.

**Key words** Nonlinear systems, finite-time control, finite-time stability, feedback stabilization

## 1 引言

在控制系统的性能指标中, 收敛性能是很关键的一个指标. 在绝大多数的控制设计方法得到的研究结果中, 闭环系统最快的收敛速度为指数形式. 此时闭环系统不可能在有限时间收敛到平衡点. 从优化的角度来看, 有限时间收敛的控制方法是时间最优的控制方法. 所谓有限时间控制问题是指能否在有限时间内将系统控制到平衡点. 研究表明, 在系统具有干扰和不确定情况下, 有限时间收敛的系统往往具有更好的性能<sup>[1]</sup>. 由此带来的一个问题是有限时间控制器的设计和稳定性分析更为复杂.

关于有限时间控制器设计的方法可以划分为开环控制方法、非连续反馈控制方法和连续反馈控制方法. 开环控制方

法由于系统不存在反馈, 缺乏抗干扰能力和鲁棒性, 在实际应用中局限很大. 而以 bang-bang 控制为代表的非连续反馈方法可以实现有限时间控制, 但存在控制器不易实现, 系统易产生抖动等问题. 因此, 采用连续状态反馈的有限时间控制方法是很值得关注和研究的. 目前这方面代表性的方法包括齐次系统方法<sup>[2,3]</sup>、有限时间 Lyapunov 函数的反步构造法<sup>[4~6]</sup>、终端滑模控制方法<sup>[7]</sup>及其它方法<sup>[8]</sup>等. 文 [2,3] 揭示和建立了有限时间稳定性和自治的非线性齐次系统之间的联系, 给出了一般非线性齐次系统满足有限时间稳定性的充要条件. 针对二阶双积分线性系统情况, 文 [8] 首先提出了连续的有限时间控制器. 文 [1] 在此基础上发展提出了更为一般形式的有限时间控制器, 并且利用 [2] 关于有限时间微分方程的 Lyapunov 函数分析结果, 给出了有限时间稳定性证明. 文 [9] 设计有限时间观测器解决了双积分系统的有限时间输出镇定问题. 文 [10] 针对非完整移动机器人系统特点, 给出了基于连续状态的有限时间跟踪控制解决方案.

本文的主要研究对象是一类二阶非线性系统, 该系统可看成是二阶线性系统的推广, 又是 [4,6] 中系统的二阶情况. 当然, 最直接的方法是利用 [4,6] 的方法来构造有限时间控制器设计. 本文的不同之处在于: 首先, 采用类似反步设计思想的构造性设计方法时, 有限时间 Lyapunov 函数构造的不同使得得到的控制器也各不相同. 本文单独针对二阶非线性系统情况, 通过构造不同的有限时间 Lyapunov 函数, 可以得到二阶情况控制器的完整显式表达, 控制器具有更简洁的形式. 本文还给出了二阶系统的另外两种有限时间控制器构造方法-齐次系统方法和非奇异终端滑模控制方法. 齐次系统方法是设计控制器使得闭环系统渐近稳定且具有负的齐次度, 利用齐次系统有限时间稳定性定理可以证明其全局有限时间稳定性, 这样得到的控制器形式简单且具有比 [1] 中更为一般的结果. 利用非奇异终端滑模控制方法, 本文得到了基于终端滑模控制的连续且非奇异的有限时间控制器, 使得系统沿着连续到达律到达滑动面, 并在有限时间内沿滑动面收敛到原点. 最后给出了这三种有限时间控制器设计方法的比较分析和仿真结果.

## 2 有限时间状态反馈控制器设计

本文研究对象为一类二阶非线性系统, 可由下列微分方程描述

$$\dot{x}_1 = x_2^m, \quad \dot{x}_2 = u \quad (1)$$

其中  $m$  为正奇数. 显然, 当  $m = 1$  时, 式 (1) 为双积分线性系统; 我们的控制目标为: 设计三种不同的控制器, 使得系统 (1) 分别能在有限时间内收敛到原点. 在设计有限时间状态反馈控制器之前, 我们先给出一些相关的定义和引理. 考虑如下非线性系统

$$\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}), \quad f(0) = 0, \quad \mathbf{x} \in R^n \quad (2)$$

其中  $f(\mathbf{x})$  为连续的向量函数.

**定义 1.**<sup>[2]</sup> 系统 (2) 是有限时间稳定的是指系统满足 Lyapunov 稳定性且有限时间收敛到平衡点.

**引理 1.**<sup>[5]</sup> 对任何实数  $x, y$ , 若有  $c, d$  为大于零的实数,  $0 < q = q_1/q_2 < 1$ , 其中  $q_1, q_2$  为互质的正奇数, 则有下列不等式成立

$$|x|^c |y|^d \leq c|x|^{c+d}/(c+d) + d|y|^{c+d}/(c+d), \quad |x^q - y^q| \leq 2^{1-q}|x - y|^q$$

收稿日期 2005-9-21 收修改稿日期 2006-4-7  
Received September 21, 2005; in revised form April 7, 2006  
国家自然科学基金 (60504007, 60425308) 资助和东南大学优秀青年教师资助  
Supported by National Natural Science Foundation of P. R. China (60504007, 60425308) and the Excellent Young Teachers Program of Southeast University.  
1. 东南大学自动控制系 南京 210096  
1. Department of Automatic Control, Southeast University, Nanjing 210096  
DOI: 10.1360/aas-007-0101

引理 2.<sup>[5]</sup> 对任何实数  $x_i, i = 1, 2, \dots, n$  和  $0 < b \leq 1$  有下列不等式成立

$$(|x_1| + |x_2| + \dots + |x_n|)^b \leq |x_1|^b + |x_2|^b + \dots + |x_n|^b$$

### 2.1 基于齐次系统方法的反馈控制器设计

为了方便描述, 令函数  $\text{sig}^\alpha x = |x|^\alpha \text{sign}(x)$ , 其中  $\alpha > 0$ ,  $\text{sign}(x)$  为符号函数.

定理 1. 式 (1) 系统可以被下列形式的状态反馈控制器有限时间镇定

$$u = -k_1 \text{sig}^{\alpha_1} x_1 - k_2 \text{sig}^{\alpha_2} x_2 \quad (3)$$

其中  $k_1, k_2 > 0, 0 < \alpha_1 < 1/m, \alpha_2 = (m+1)\alpha_1/(1+\alpha_1)$ .

证明. 1) 渐近稳定性. 将控制律 (3) 代入系统 (1), 得到如下闭环系统方程

$$\dot{x}_1 = x_2^m, \quad \dot{x}_2 = -k_1 \text{sig}^{\alpha_1} x_1 - k_2 \text{sig}^{\alpha_2} x_2 \quad (4)$$

取 Lyapunov 函数为  $V(x_1, x_2) = k_1 |x_1|^{\alpha_1+1}/(\alpha_1+1) + |x_2|^{m+1}/(m+1)$ , 求导数得:  $\dot{V} = -k_2 |x_2|^{m+\alpha_2} \leq 0$ , 显然  $V$  函数非增, 且存在有限极限, 则状态  $x_1, x_2$  有界. 由定理条件, 则必有  $m + \alpha_2 \geq 1$ , 此时对  $\dot{V}$  求导可验证  $\dot{V}$  有界, 所以  $\dot{V}$  一致连续. 由 Barbalat 引理知  $\dot{V}$  趋于零, 则有  $x_2(t)$  趋于零. 并且由式 (4) 可知  $\dot{x}_1, \dot{x}_2$  有界, 因此  $x_1, x_2$  一致连续. 观察  $x_1 x_2$  运动方程为

$$d(x_1 x_2)/dt = k_1 |x_1|^{\alpha_1+1} - k_2 x_1 \text{sig}^{\alpha_2} x_2 - x_2^{m+1}$$

令  $g_1(t) = k_1 |x_1|^{\alpha_1+1}, g_2(t) = -k_2 x_1 \text{sig}^{\alpha_2} x_2 - x_2^{m+1}$ , 则可验证  $\dot{g}_1(t)$  有界,  $g_1(t)$  一致连续. 由  $x_2(t)$  趋于零知  $g_2(t)$  趋于零. 由扩展的 Barbalat 引理<sup>[11]</sup> 可知, 有  $g_1(t)$  趋于零, 则必有  $x_1(t)$  趋于零, 所以闭环系统 (4) 是渐近稳定的.

2) 负的齐次度. 可以验证, 取  $r_1 = 1, r_2 = (\alpha_1+1)/(m+1)$  以及参数取值满足  $0 < \alpha_1 < 1/m, \alpha_2 = (m+1)\alpha_1/(1+\alpha_1)$  时, 系统 (4) 的齐次度为  $k = (m\alpha_1 - 1)/(m+1) < 0$ . 系统 (4) 渐近稳定且有负齐次度, 由齐次系统的有限时间稳定性定理<sup>[2]</sup>, 系统 (4) 为全局有限时间稳定的. 定理得证.  $\square$

### 2.2 基于反步构造的有限时间反馈控制器设计

本文针对系统二阶系统的实际情况, 受到 [5] 的启发, 利用反步构造法构造了一个与 [4~6] 不同的有限时间 Lyapunov 函数, 得到了一个显式表达式更为简洁的有限时间控制器.

定理 2. 式 (1) 系统可以被下列形式的状态反馈控制器有限时间镇定

$$u = -l(x_2^q + \alpha^{q/m} x_1)^{\frac{1-\tau}{q}} \quad (5)$$

其中  $l \geq (2-\frac{1}{q})a^{1+q/m}(2^{1-1/q}\frac{q}{m+q} + \frac{2^{1-m/q}m}{m+q} + \frac{2^{2-(m+1)/q}}{a}) + l', a = 2^{1-m/q}\frac{q}{m+q} + 2^{1-1/q}\frac{m}{m+q} + l', l' > 0, 0 < \tau < 1, q = m + \tau, \tau = \tau_1/\tau_2, \tau_1$  为正偶数,  $\tau_2$  为正奇数.

证明. 取 Lyapunov 函数  $V_1(x_1) = x_1^2/2$ , 求导可得  $\dot{V}_1(x_1) = (x_1 x_2^m - x_1 x_2^{*m}) + x_1 x_2^{*m}$ , 令  $x_2^{*m} = -ax_1^{d-1}$ , 其中  $a > 0, d = 1 + m/q$ . 则有  $\dot{V}_1 = x_1 x_2^m = (x_1 x_2^m - x_1 x_2^{*m}) - \alpha x_1^d$ . 故有

$$\dot{V}_1 = (x_1 x_2^m - x_1 x_2^{*m}) - \alpha x_1^d \leq -\alpha x_1^d + |x_1 x_2^m - x_1 x_2^{*m}| \quad (6)$$

取 Lyapunov 函数  $V_2(x_1, x_2) = \frac{1}{2}x_1^2 + \frac{1}{(2-1/q)a^{1+q/m}} \int_{x_2^*}^{x_2} (s^q - x_2^{*q})^{2-1/q} ds$ , 由文 [12] 知:  $V_2(x_1, x_2)$

是一个可导的正定函数. 求导可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= \dot{V}_1 + \frac{1}{(2-1/q)a^{1+q/m}} \xi^{2-1/q} u + \\ &\frac{1}{a} x_2^m \int_{x_2^*}^{x_2} (s^q - x_2^{*q})^{1-1/q} ds \end{aligned} \quad (7)$$

其中  $\xi = x_2^q - x_2^{*q} = x_2^q + a^{q/m} x_1$ , 由式 (6)、(7) 整理可知

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &\leq -\alpha x_1^d + |x_1 x_2^m - x_1 x_2^{*m}| + \frac{1}{(2-1/q)a^{1+q/m}} \xi^{2-1/q} u + \\ &\frac{1}{a} |x_2^m| \xi^{1-1/q} |x_2 - x_2^*| \end{aligned} \quad (8)$$

由引理 1 可知

$$\begin{aligned} |x_1 x_2^m - x_1 x_2^{*q}| &\leq 2^{1-m/q} |\xi|^{m/q} |x_1| \leq \\ &2^{1-m/q} \left( \frac{q x_1^d}{m+q} + \frac{m \xi^d}{m+q} \right) \end{aligned} \quad (9)$$

又因为  $|x_2^m ||x_2 - x_2^*| \leq |x_2^m - x_2^{*m}| |x_2 - x_2^*| + |x_2^{*m}| |x_2 - x_2^*|$ , 由引理 1 知

$$\begin{aligned} |x_2^m - x_2^{*m}| |x_2 - x_2^*| &\leq 2^{2-(m+1)/q} \xi^{(m+1)/q}, \\ |x_2^{*m}| |x_2 - x_2^*| &\leq a 2^{1-1/q} |\xi|^{1/q} |x_1|^{m/q} \end{aligned} \quad (10)$$

由引理 1 并整理式 (8), (9), (10) 得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &\leq -\alpha x_1^d + 2^{1-m/q} \left( \frac{q x_1^d}{m+q} + \frac{m \xi^d}{m+q} \right) + \\ &\frac{1}{(2-1/q)a^{1+q/m}} \xi^{2-1/q} u + \frac{1}{a} 2^{2-(m+1)/q} \xi^d + \\ &2^{1-1/q} \left( \frac{m x_1^d}{m+q} + \frac{q \xi^d}{m+q} \right) \end{aligned} \quad (11)$$

令  $a = 2^{1-m/q} \frac{q}{m+q} + 2^{1-1/q} \frac{m}{m+q} + l'$ , 并将控制律 (5) 代入式 (11), 则有  $\dot{V}_2 \leq -l' x_1^d - l' \xi^d$ . 又因为  $V_2(x_1, x_2) \leq \frac{1}{2} x_1^2 + \frac{1}{(2-1/q)a^{1+q/m}} |x_2 - x_2^*| |\xi|^{2-1/q}$ , 由引理 1 知,  $V_2(x_1, x_2) \leq \frac{1}{2} x_1^2 + \frac{2^{1-1/q}}{(2-1/q)a^{1+q/m}} \xi^2$ . 令  $\lambda = \max\{1/2, 2^{1-1/q}/[(2-1/q)a^{1+q/m}]\}$ , 则有  $V_2(x_1, x_2) \leq \lambda x_1^2 + \lambda \xi^2$ . 令  $\alpha = l'/(2\lambda\eta)$ ,  $\eta = d/2$ , 故有  $0 < \eta < 1$ , 由引理 2 知:  $\dot{V}_2 + \alpha V_2^\eta \leq -l' x_1^d/2 - l' \xi^d/2 \leq 0$ . 由有限时间 Lyapunov 稳定性定理<sup>[2]</sup> 知, 系统 (1) 是全局有限时间稳定的.  $\square$

### 2.3 基于非奇异终端滑模控制方法的控制器

有限时间控制方法的一个重要的分支是终端滑动模态方法<sup>[7,13,14]</sup>. 与通常的滑模设计方法不同的是终端滑动模态方法采用特殊的非线性切换面—终端滑动模态, 可以使得状态沿着滑动模态在有限时间内到达平衡点. 本文在 [14] 非奇异终端滑模控制方法的基础上, 提出了二阶系统的非奇异连续滑模控制方法, 能够避免一般滑模控制方法由于控制律的不连续性导致的高频颤动.

定理 3. 系统 (1) 可以被下列形式的状态反馈控制器有限时间镇定

$$u = -l x_2^{l+m-mp} - \gamma (x_1 + c x_2^{mp})^q \quad (12)$$

其中  $l = 1/(\text{cmp}), p, q$  可以写成互质奇数相除的形式,  $1/m < p < 2/m, 0 < q < 1, c > 0, \gamma > 0$ .

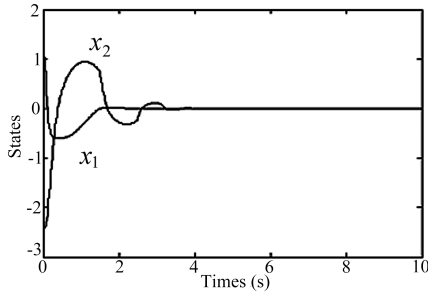


图 1 状态响应曲线  
Fig. 1 Response curves of states

**证明.** 1) 先证系统可在有限时间内到达滑动面. 选取滑动面方程为  $s = x_1 + cx_2^p$ , 求得

$$\dot{s} = x_2^m + cmpx_2^{mp-1}u \quad (13)$$

将控制律 (12) 代入 (13) 得  $\dot{s} = -cmp\gamma s^q x_2^{mp-1}$ , 故有  $s\dot{s} = -s^{1+q}cmp\gamma x_2^{mp-1}$ , 令  $\rho(x_2) = cmp\gamma x_2^{mp-1}$ , 此时有  $s\dot{s} = -s^{1+q}\rho(x_2) < 0$ ,  $x_2 \neq 0$ , 将式 (12) 代入式 (1) 得  $\dot{x}_2 = -lx_2^{1+m-mp} - \gamma s^q$ , 当  $x_2 = 0$  时, 有

$$\dot{x}_2 = -\gamma s^q = -\gamma x_1^q \quad (14)$$

在满足 (14) 的前提下, 当  $s > 0$  时, 有  $x_1 > 0$ , 故有

$$\dot{x}_2 = -\gamma x_1^q < 0 \quad (15)$$

因为  $\dot{x}_2(t)$  是  $x_1(t)$  的连续函数, 不妨设系统状态在  $s > 0$  内时与  $x_2 = 0$  的交点为  $(x'_{10}, 0)$ , 由式 (15) 及连续函数保号性定理<sup>[15]</sup>知, 存在一个正数  $\eta$  及一个包含点  $(x'_{10})$  的区域  $U_\eta$ , 使得在  $U_\eta$  上对一切元素有:  $\dot{x}_2 \leq -\eta$  成立. 同理, 当系统状态在  $s < 0$  区域内时, 有类似的结果. 由以上分析可知  $U = \{(x_1, x_2) | x_2 = 0\}$  不是一个吸引域.

设系统初始状态为  $(x_{10}, x_{20})$  在  $s > 0$  内, 此时不妨设  $\rho(x_{20}) > 0$ , 则系统状态向滑动面转移, 当转移到区域  $U_\eta$  内时, 由式  $\dot{x}_2 \leq -\eta$  知, 存在正数  $\delta$ , 使得系统在  $U_\eta$  内从  $x_2 = \delta$  转移到  $x_2 = -\delta$ . 设系统在  $t_1$  时刻到达  $x_2 = \delta$ , 在  $t_2$  时刻到达  $x_2 = -\delta$ , 因为此时状态在  $U_\eta$  内, 故有  $\dot{x}_2 \leq -\eta$  成立, 所以有  $\int_{t_1}^{t_2} \dot{x}_2 dt \leq \int_{t_1}^{t_2} -\eta dt \Rightarrow t_2 - t_1 \leq 2\delta/\eta$ , 此后有  $|x_2| \geq \delta$  成立, 此时系统满足  $s\dot{s} \leq -s^{1+q}\rho(\delta) < 0$ . 故系统可在某时刻  $t_3$  到达滑动面. 当  $\rho(x_{20}) = 0$  时, 由于  $U = \{(x_1, x_2) | x_2 = 0\}$  不是一个吸引域, 故系统状态必会在有限时间内离开区域  $U$ , 此时又回到  $\rho(x_{20}) > 0$  情形; 当初始状态在  $s < 0$  内时, 可得到类似的结果, 此处略去. 因此系统在有限时间内可到达滑动面.

2) 证明系统在有限时间沿滑动面收敛到原点. 由  $s = x_1 + cx_2^p = 0$ , 可求得方程解为  $x_1^{1-1/q}(t) = x_1^{1-1/p}(t_3) - (t - t_3)(1/c)^{1/p}(p-1)/p$ , 即系统在  $t_4 = x_1^{1-1/p}(t_3)c^{1/p}p/(p-1) + t_3$  时刻到达原点, 定理证毕.  $\square$

### 3 仿真例子

在本节我们给出了系统 (1) 分别在三种控制器作用下的仿真结果. 考虑  $m = 3$  情况, 初始值为  $x_1(0) = 1.5, x_2(0) = -2.5$  时, 控制律 (3) 选取参数为  $\alpha_1 = 0.2 < 1/3, \alpha_2 = 2/3, k_1 = 5, k_2 = 4$ , 此时闭环系统的响应曲线如图 1 所

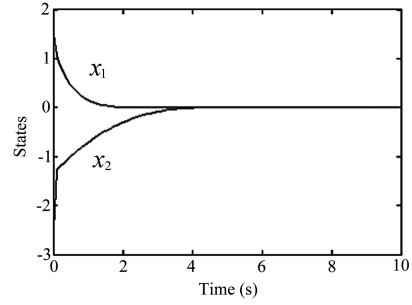


图 2 状态响应曲线  
Fig. 2 Response curves of states

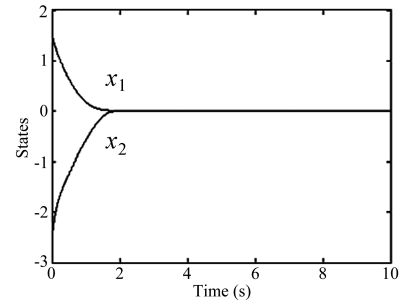


图 3 状态响应曲线  
Fig. 3 Response curves of states

示. 相同的状态初值下, 对控制律 (5) 选取参数为  $\tau = 2/5, l' = 1/8$ , 此时闭环系统的响应曲线如图 2 所示. 针对控制律 (12), 选取参数为:  $p = 3/5, c = 1/2, q = 5/7, \gamma = 3$ . 此时闭环系统的响应曲线如图 3 所示.

### 4 结论

本文研究了一类二阶非线性系统的有限时间状态反馈控制器设计问题, 给出了三种基于连续状态反馈的有限时间控制器的设计方法和控制器的显式表达式. 比较上述控制器的设计方法可知, 当构造控制器使得闭环系统满足齐次情况时, 则只需证明系统的渐近稳定性, 即可保证系统的有限时间稳定性, 且构造的有限时间控制器简单适用; 基于有限时间 Lyapunov 函数的反步构造方法设计的控制器通用性较好, 但构造方法和增益的稳定范围确定较复杂; 基于非奇异的连续滑模控制方法的控制器具有响应平滑等优点, 但缺乏有限时间稳定性分析. 与一般控制设计方法相比, 有限时间控制方法具有更优的收敛性能, 基于连续状态反馈的有限时间控制方法是值得深入研究的一类方法.

### References

- 1 Bhat S P, Bernstein D S. Continuous finite-time stabilization of the translational and rotational double integrators. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1998, **43**(5): 678~682
- 2 Bhat S P, Bernstein D S. Finite-time stability of homogeneous systems. In: *Proceedings of American Control Conference*. Albuquerque, New Mexico, 1997, 2513~2514
- 3 Bhat S P, Bernstein D S. Finite-time stability of continuous autonomous systems. *SIAM Journal on Control and Optimization*. 2000, **38**(3): 751~766

- 4 Hong Y G. Finite-time stabilization and stabilizability of a class of controllable systems. *Systems and Control Letters*. 2002, **46**(4): 231~236
- 5 Huang X Q, Lin W, Yang B. Global finite-time stabilization of a class of uncertain nonlinear systems. *Automatica*, 2005, **41**(5) : 881~888
- 6 Hong Yi-Guang, Wang Jian-Kui. Nonsmooth finite-time stabilization of a class of nonlinear systems. *Science in China, Ser. E*, 2005, **35**(6): 663~672  
(洪奕光,王剑魁. 一类非线性系统的非光滑有限时间镇定. 中国科学, 2005, 35(6): 663~672)
- 7 Yu X H, Man Z H. Multi-input uncertain linear systems with terminal sliding-mode control. *Automatica*, 1998, **34**(3): 389~392
- 8 Haimo V T. Finite time controllers. *SIAM Journal on Control and Optimization*. 1986, **24**(4): 760~770
- 9 Hong Y G, Huang J, Xu Y. On an output feedback finite-time stabilization problem. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2001, **46**(2): 305~309
- 10 Li Shi-Hua, Tian Yu-Ping. Finite time tracking control algorithm for nonholonomic mobile robots. *Control and Decision*, 2005, **20**(7), 750~754  
(李世华, 田玉平. 非完整移动机器人的有限时间跟踪控制算法研究. 控制与决策. 2005, **20**(7). 750~754)
- 11 Dixon W E, Dawson D M, Zergeroglu E, Behal A. *Nonlinear Control of Wheeled Mobile Robots*. London: Springer-Verlag, 2000.
- 12 Qian C J, Lin W. A continuous feedback approach to global strong stabilization of nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2001, **46**(7):1061~1079
- 13 Wu Y Q, Yu X H, Man Z H. Terminal sliding mode control design for uncertain dynamic systems. *Systems and Control Letters*, 1998, **34**(5): 281~288
- 14 Feng Y, Yu X H, Man Z H. Nonsingular terminal sliding mode control of rigid manipulators. *Automatica*, 2002, **38**(12): 2159~2167
- 15 Department of Mathematics in East China Normal University. *Mathematical Analysis*. Beijing: Higher Education Press, 1991, 87~109  
(华东师范大学数学系. 数学分析(上册). 高等教育出版社, 1991, 87-109.)

**李世华** 东南大学自动控制系副教授, 研究领域为非线性系统控制、混沌控制、系统辨识. E-mail: lsh@seu.edu.cn

(**Li Shi-hua** Associate professor in the Department of Automatic Control at Southeast University. His research interests include nonlinear system control, chaos control, and system identification. )

**丁世宏** 东南大学自动控制系硕士研究生, 研究领域为非线性系统控制、飞行器姿态控制.

(**Ding Shi-hong** Master student of Department of Automatic Control at Southeast University. His research interests include nonlinear system control and spacecraft attitude control. )

**田玉平** 东南大学自动控制系教授, 博士生导师, 教育部长江学者奖励计划特聘教授, 杰出青年基金获得者, 研究领域为控制理论、混沌控制、通信网络的控制问题.

(**Tian Yu-Ping** Professor in the Department of Automatic Control, Southeast University. He is the recipient of the Chang Jiang Professorship awarded by the Education Ministry of China and the Distinguished Young Scholar Award of the National Natural Science Foundation of China. His research interests include control theory, chaos control, and control problems in communication networks. )