第 22 卷 第 6 期　　自 动 化 学 报　　Vol. 22, No. 6
1996 年 11 月　　ACTA AUTOMATICA SINICA　　Nov., 1996

研究简报

一类非最小相位非线性系统的直接自适应控制[1)]

韩存武　袁少强　马晓军　文传源
(北京航空航天大学自控系　北京　100083)

关键词: 非线性系统,自适应控制,非最小相位系统.

1　引言

非线性系统的自适应控制作为当前自动控制领域最富有挑战性、同时也最困难的前沿课题之一越来越受到人们的重视,并且取得了一些可喜的研究成果[1-3]. 但是,现有的非线性自适应控制方法只能控制最小相位的非线性系统,并且容易产生过度控制. 文[4]曾提出一种可控制非最小相位非线性系统的间接自适应控制方法, 但由于辨识的是系统的参数,再根据辨识参数进行控制器设计,一般来说计算量相对大一些, 并要求辨识参数收敛. 本文克服了采用直接自适应控制方法时所面临的两个困难, 提出一种简单的直接辨识控制器参数的直接自适应控制方法, 减少了计算量, 并且不需要辨识参数收敛. 同时,还证明了所提方法的全局收敛性,分析了采用所提方法后系统输出的跟踪性能, 并给出输出跟踪误差的上限.

2　直接自适应控制方法

考虑单输入单输出的非线性系统

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u;\ \ y = h(x). \tag{1}$$

与现有的非线性自适应控制方法相同,设 $f(x)$和 $g(x)$具有如下的形式:

$$f(x) = \sum_{i=1}^{n} a_i f_i(x),\quad g(x) = \sum_{j=1}^{m} b_j g_j(x). \tag{2}$$

其中 $a_i(i = 1,\cdots,n)$ 和 $b_j(j = 1,\cdots,m)$ 未知,而 $f_i(x)$和 $g_j(x)$ 已知.

应用如下 $x \in R^n$ 的微分同胚

$$(\boldsymbol{\zeta}^T,\boldsymbol{\eta}^T)^T = (\zeta_1 = h(x),\eta_1(x),\cdots,\eta_{n-1}(x))^T, \tag{3}$$

1) 中国博士后科学基金和航空科学基金资助项目. 本文曾在 1994 年中国控制会议(太原)上宣读.
本文于 1994 年 9 月 8 日收到

将系统(1)写成标准形

$$\dot{\zeta}_1 = L_f h(x) + L_g h(x) u,\ \dot{\eta} = q(\zeta, \eta), y = \zeta_1. \tag{4}$$

当系统参数未知时，现有的直接自适应控制方法是通过辨识控制器参数 $L_f h(x)$ 和 $L_g h(x)$ 得到控制律

$$u = (-\widehat{L_f h}(x) + v) / \widehat{L_g h}(x). \tag{5}$$

其中 $L_f h(x)$ 和 $L_g h(x)$ 分别是函数 $h(x)$对向量场 $f(x)$ 和 $g(x)$的李导数; $\widehat{L_f h}(x)$ 和 $\widehat{L_g h}(x)$ 分别是 $L_f h(x)$ 和 $L_g h(x)$ 的估计值. 设系统(1)是非最小相位的，且 $L_g h(x)$ (或 $\widehat{L_g h}(x)$) 很小，即 $L_g h$ (或 $\widehat{L_g h}(x)$)可写成如下的形式:

$$L_g h(x) = \varepsilon \psi(x),\quad \widehat{L_g h}(x) = \varepsilon \hat{\psi}(x). \tag{6}$$

其中 $\psi(x)$ 为数量函数，ε 是一个很小的正数，$\hat{\psi}(x)$ 为 $\psi(x)$ 的估计值. 由(5)式可以看出，当 $\widehat{L_g h}(x)$ 很小时，u 可能过大。为此，应用如下 $x \in R^n$的微分同胚

$$(\boldsymbol{\xi}^T, \boldsymbol{\pi}^T)^T = (\xi_1 = h(x),\ \xi_2 = L_f h(x), \pi_1(x), \cdots, \pi_{n-1}(x))^T, \tag{7}$$

将系统(1)写成标准形

$$\dot{\xi}_1 = \xi_2 + \varepsilon \psi(x) u,\ \dot{\xi}_2 = L_f^2 h(x) + L_g L_f h(x) u, \dot{\boldsymbol{\pi}} = \tilde{\boldsymbol{q}}(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\pi}), y = \xi_1. \tag{8}$$

引入近似系统(在(8)式中取 $\varepsilon = 0$),在(7)式所示的微分同胚下,此近似系统可写成

$$\dot{\xi}_1 = \xi_2, \dot{\xi}_2 = L_f^2 h(x) + L_g L_f h(x) u, \dot{\boldsymbol{\pi}} = \tilde{\boldsymbol{q}}(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\pi}), y = \xi_1. \tag{9}$$

由此近似系统，可得

$$u_a = (-L_f^2 h(x) + v) / L_g L_f h(x). \tag{10}$$

由于 $L_g L_f h(x)$ 不是很小，因此可以避免过度控制。

当系统参数未知时，求此控制律将面临两个困难. 第一个困难是，$L_f^2 h(x)$和 $L_g L_f h(x)$ 已不再是未知参数 a_i 和 b_j 的线性函数。解决的方法是，令

$$\boldsymbol{\theta}_1 = [a_1,\ a_2,\ \cdots,\ a_n,\ b_1,\ \cdots,\ b_m]^T, \tag{11}$$

$$\boldsymbol{\theta}_2 = [(a_1)^2,\ a_1 a_2,\ \cdots,\ (a_n)^2,\ a_1 b_1, \cdots,\ a_n b_m]^T, \tag{12}$$

$$\boldsymbol{w}_1(x) = [L_{f1}^2 0,\ 0,\ \cdots,\ 0,\ L_{g1} h,\ \cdots,\ L_{gm} h]^T, \tag{13}$$

$$\boldsymbol{w}_2(x) = [L_{f1}^2 h,\ L_{f1} L_{f2} h,\ \cdots,\ L_{fn}^2 h,\ 0,\ \cdots,\ 0]^T, \tag{14}$$

$$\boldsymbol{w}_3(x) = [0,\ 0,\ \cdots,\ 0,\ L_{g1} L_{f1} h,\ \cdots,\ L_{gm} L_{fn} h]^T, \tag{15}$$

则(9)式可写成

$$\dot{\xi}_1 = \xi_2, \dot{\xi}_2 = \boldsymbol{\theta}_2^T [\boldsymbol{w}_2(x) + \boldsymbol{w}_3 u_a],\ \dot{\boldsymbol{\pi}} = \tilde{\boldsymbol{q}}(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\pi}), y = \xi_1. \tag{16}$$

相应地(10)式可写成

$$u_a = (-\hat{\boldsymbol{\theta}}_2^T \boldsymbol{w}_2(x) + v) / \hat{\boldsymbol{\theta}}_2^T \boldsymbol{w}_3(x). \tag{17}$$

其中 $\hat{\boldsymbol{\theta}}_2$ 为 $\boldsymbol{\theta}_2$ 的估计值。

求 u_a 所面临的第二个困难是，在控制律 v 和参数调节律中将用到 ξ_2，由于参数未知，ξ_2 也未知，故无法在反馈控制律中使用。解决的办法是利用 ξ_2 的估计值。因为

$$\hat{\xi}_2 = \widehat{L_f h}(x) = \sum_{i=1}^{n} \hat{a}_i L_{f_i} h(x), \tag{18}$$

令

$$\boldsymbol{w}_4(x) = [L_{f1} h, L_{f2} h, \cdots, L_{fn} h, 0, \cdots, 0]^T, \tag{19}$$

则

$$\hat{\xi}_2 = \hat{\theta}_2^T w_4(x). \tag{20}$$

取

$$v = -\hat{\theta}_1^T[\alpha_1 w_4(x) + \alpha_2 \xi_1] + \alpha_1 \xi_2^d(t) + \alpha_2 \xi_1^d(t). \tag{21}$$

其中 $\hat{\theta}_1$ 是 θ_1 的估计值；α_1 和 α_2 的选择应使得 $s^2 + \alpha_1 s + \alpha_2$ 为 Hurwitz 多项式；$\xi^d(t)$ 是一个二维向量，它的第 k 个元素是 y_m 的第$(k-1)$次导数。定义 $e_1 = \xi_1 - \xi_1^d$，$e_2 = \xi_2 - \xi_2^d$，$e = [e_1 e_2]^T$，$\phi_1 = \theta_1 - \hat{\theta}_1$，$\phi_2 = \theta_2 - \hat{\theta}_2$，$\theta^T = [\theta_1^T, \theta_2^T]$，$\phi = \theta - \hat{\theta}$，$w^T(x,t) = [w_2^T(x) + w_3^T(x)u_a, w_4^T(x)]$，则

$$v = -\alpha_2 e_2 - \alpha_1 e_1 + \phi_1^T w_4(x), \tag{22}$$

$$\dot{e}_1 = e_2 + \phi_1^T w_1(x) u_a + \varepsilon \hat{\phi}(x) u_a, \dot{e}_2 = -\alpha_2 e_2 - \alpha_1 e_1 + \phi^T w(x,t). \tag{23}$$

为了辨识系统参数，需要用到 e_2，而 e_2 是未知的。注意到 e_2 是 e_1 的导数，而 e_1 是已知的，因此用一个二维的滤波器来得到 ξ_1，以便得到 e_2。

引理. 设 $y(t)$及其各阶导数有界，即 $|y^{(k)}| < y_k (k = 0,1,2)$，其中 y_k 为一个正数。考虑如下的线性系统

$$\lambda \dot{\xi}_1 = \xi_2,\ \lambda \dot{\xi}_2 = -c\xi_2 - \xi_1 + y(t). \tag{24}$$

其中参数 c 的选择使多项式 $s + c$ 为稳定多项式，则存在正数 k_2 和 t^+，使得对 $t > t^+$，有

$$|\xi_2/\lambda - \dot{y}| \leqslant \lambda k_2. \tag{25}$$

参数调节律取为 $\dot{\phi} = -\gamma e_a^T P m w$，其中 $e_a = [\xi_1 - y_m(t);\ \xi_2/\lambda - \dot{y}_m(t)]^T$，$m = [0, 0, \cdots, 0, 1]^T, P > 0$。

定理. 如果近似系统 (9) 是零动态渐近稳定的，且 $\tilde{q}(\xi, \pi)$ 和 $\hat{\phi}(x)u_a(x)$ 是 Lipschitz 连续的，$y_m, \dot{y}_m, \ddot{y}_m$ 有界，则对于很小的 ε，本节所提出的直接自适应控制方法可使系统(1)稳定，且系统的输出跟踪误差 $|e_1| = |\xi_1 - y_m| \leqslant k(\varepsilon + \lambda)$。证明略。

参　考　文　献

[1] Sastry S, Isidori A. Adaptive control of linearizable systems. *IEEE Trans. Automatic Control*. 1989, **AC-34**(11): 1123—1131.

[2] Teel A, Kadiyala R, KokotovicP V, Sastry S. Indirect techniques for adaptive input-output linearization of nonlinear systems. *Int. J. Control*. 1991, **53**(1): 193—222.

[3] Behtash S. Robust output tracking for nonlinear systems. *Int. J. Control*.1990, **51**(6):1381—1407.

[4] 韩存武，文传源，顾兴源. 一类非最小相位非线性系统的自适应控制. 自动化学报，1995，**21**(5): 513—520.

[5] 韩存武. 一类非线性系统的自适应控制[学位论文]. 沈阳: 东北大学，1993.

DIRECT ADAPTIVE CONTROL FOR A CLASS OF NONMINIMUM PHASE NONLINEAR SYSTEMS

HAN CUNWU　　YUAN SHAOQIANG　　MA XIAOJUN　　WEN CHUANYUAN

(Dept. of Automatic Control, Beijing Univ. of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083)

Key words: Nonlinear systems, adaptive control, nonminimum phase systems.