一类定量微分对策理论中最优策略的算法及其收敛性

吴 汉 生
(东北工学院自动控制系,沈阳 110006)

摘 要

本文利用不动点原理讨论了一类定量微分对策理论中最优策略的计算方法问题. 首先构造出了一种迭代方法, 然后利用不动点原理分析了该迭代法的收敛性. 本文给出的方法还可用于一类 Nash 微分对策的 Nash 策略的分散计算方法.

关键词: 定量微分对策,最优策略,不动点定理,收敛性.

一、前 言

在定量微分对策理论中,为了确定对策者双方的最优策略(或称之为"鞍点"),一般利用最小最大原理 (Minimax Principle)[1,2], 将问题化解为求解常微分方程的两点边值问题. 当对策过程由非线性微分方程来描述时, 将面临的是解一个非线性微分方程的两点边值的问题. 显然,寻求这样一个问题的解析解是相当困难的,甚至是不可能的. 因此有必要发展一些数值算法来寻求其最优策略的近似解.

本文将利用不动点原理讨论一类定量微分对策中最优策略的数值计算方法. 首先构造一个迭代方法, 然后利用不动点原理分析了该迭代算法的收敛性. 使用本文给出的方法,使得无论怎样选择初始解,都能保证最优策略的近似解能够渐近地收敛于精确解. 此外,本文给出的迭代方法还能应用于一类 Nash 微分对策的 Nash 策略的分散计算[4,5].

二、一类定量微分对策问题

1. 问题的提出

考虑一类非线性微分对策问题,其对策的过程将由如下非线性微分方程所描述:

$$\frac{d\boldsymbol{x}(t)}{dt} = A(t)\boldsymbol{x}(t) + B_1(t)\boldsymbol{u}(t) + B_2(t)\boldsymbol{v}(t) + f(\boldsymbol{x}(t)), \tag{1a}$$

$$\boldsymbol{x}(t_0) = x^0, \ t \in [t_0, t_f], \tag{1b}$$

本文于 1990 年 9 月 19 日收到.

其中

$$u(t)\in R^m,\ t\in[t_0,t_f],\tag{2}$$

$$v(t)\in R^s,\ t\in[t_0,t_f],\tag{3}$$

这里,对策初始时间 t_0, 初始状态 x^0, 及对策的结束时间 t_f 均已给定; $u(t)$ 是由局中人 $P1$ 控制的m维向量函数; $v(t)$ 是由局中人 $P2$ 控制的 s 维向量函数; $x(t)$ 是 n 维状态向量函数; $A(t)$, $B_1(t)$ 及 $B_2(t)$ 是具有适当维数的矩阵函数; $f(\cdot)$ 是 n 维向量函数.

目标泛函为

$$J=\frac{1}{2}x^T(t_f)F_fx(t_f)+\int_{t_0}^{t_f}\left\{\frac{1}{2}[x^T(t)Q(t)x(t)+u^T(t)R_1(t)u(t)+v^T(t)R_2(t)v(t)]+q(x(t))\right\}dt,\tag{4}$$

其中, $Q(t)$, $R_1(t)$ 及 $R_2(t)$ 是适当维数的矩阵函数, 且 $Q(\cdot)$ 半正定, $R_1(\cdot)$及$R_2(\cdot)$正定; F_f 是半正定的 $n\times n$ 维常数矩阵; $q(\cdot)$ 是数量函数.

以下约定: 各个局中人均具有完全的状态信息,且在作出其控制的选择时能利用它; 由 $\gamma_i, i=1,2$, 表示局中人 Pi 的反馈策略,其实现由 u_i 来表示, 即 $u_i(t)=\gamma_i\{x(s),t;t_0\leqslant s\leqslant t\}$; 对于 Pi 的策略空间将由 Γ_i 来表示,最后,相应于策略对 (γ_1,γ_2) 的由(4)式定义的J 的值用 $J(\gamma_1,\gamma_2)$ 来表示.

定义 1. 若对于任一给定的初始状态 $x(t_0)=x^0$, 和任一策略对

$$(\gamma_1,\gamma_2)\in\bar{\Gamma}_1\times\bar{\Gamma}_2(\subset\Gamma_1\times\Gamma_2),$$

方程(1)存在唯一的解 $x(t)$, 则策略对 (γ_1,γ_2) 称之为容许策略对, $\bar{\Gamma}_1$ 和 $\bar{\Gamma}_2$ 称之为容许策略空间.

这样,该对策问题可叙述如下:

局中人 $P1$ 力图寻求一个容许策略 $\gamma_1\in\bar{\Gamma}_1$, 使得目标泛函(4)最小; 相反, $P2$ 将寻求一容许策略 $\gamma_2\in\bar{\Gamma}_2$ 使之最大.

对于该问题,若容许策略对$(\gamma_1^*,\ \gamma_2^*)\in\bar{\Gamma}_1\times\bar{\Gamma}_2$ 对于所有容许策略对$(\gamma_1,\gamma_2)\in\bar{\Gamma}_1\times\bar{\Gamma}_2$使得

$$J(\gamma_1^*,\gamma_2)\leqslant J(\gamma_1^*,\gamma_2^*)\leqslant J(\gamma_1,\gamma_2^*),\tag{5}$$

则 (γ_1^*,γ_2^*) 称之为最优策略对(或鞍点); γ_i^* 称之为 Pi 的最优策略.

2. 最优策略满足的条件

假设由(1)—(4)式描述的定量微分对策问题存在着一对最优策略, (γ_1^*,γ_2^*) 为这一最优策略对,其实现表示为 $(u^*(t),v^*(t))$. 则由最小最大原理[1-3],可知必存在一伴随函数 $\lambda(\cdot):[t_0,t_f]\to R^n$ 使下列关系满足:

$$\frac{\partial}{\partial u}H(t,\lambda(t),x^*(t),u^*(t),v^*(t))=0,\tag{6}$$

$$\frac{\partial}{\partial v}H(t,\lambda(t),x^*(t),u^*(t),v^*(t))=0,\tag{7}$$

$$\frac{d\lambda(t)}{dt}=-\frac{\partial}{\partial x}H(t,\lambda(t),x^*(t),u^*(t),v^*(t)),\tag{8a}$$

$$\boldsymbol{\lambda}(t_f) = -\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{x}}\left[\frac{1}{2}\boldsymbol{x}^T F_f \boldsymbol{x}\right]_{t=t_f}, \tag{8b}$$

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{x}^*(t)}{\mathrm{d}t} = A(t)\boldsymbol{x}^*(t) + B_1(t)\boldsymbol{u}^*(t) + B_2(t)\boldsymbol{v}^*(t) + f(\boldsymbol{x}^*(t)), \tag{9a}$$

$$\boldsymbol{x}^*(t_0) = \boldsymbol{x}^0,\ t\in[t_0,t_f], \tag{9b}$$

其中

$$H(\cdot) = -\left\{\frac{1}{2}[\boldsymbol{x}^T(t)Q(t)\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{u}^T(t)R_1(t)\boldsymbol{u}(t) + \boldsymbol{v}^T(t)R_2(t)\boldsymbol{v}(t)] + q(\boldsymbol{x}(t))\right\} + \lambda^T(t)[A(t)\boldsymbol{x}(t) + B_1(t)\boldsymbol{u}(t) + B_2(t)\boldsymbol{v}(t) + f(\boldsymbol{x}(t))]. \tag{10}$$

为简单起见，以下用 $\boldsymbol{x}(t)$，$\boldsymbol{u}(t)$，$\boldsymbol{v}(t)$ 分别代替 $\boldsymbol{x}^*(t)$，$\boldsymbol{u}^*(t)$，$\boldsymbol{v}^*(t)$，则由(6)，(7)式有

$$\boldsymbol{u}(t) = R_1^{-1}(t)B_1^T(t)\boldsymbol{\lambda}(t), \tag{11}$$

$$\boldsymbol{v}(t) = R_2^{-1}(t)B_2^T(t)\boldsymbol{\lambda}(t), \tag{12}$$

由(8),(9),(11),(12)式可得如下方程：

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{x}(t)}{\mathrm{d}t} = A(t)\boldsymbol{x}(t) + B_1(t)R_1^{-1}(t)B_1^T\boldsymbol{\lambda}(t) + B_2(t)R_2^{-1}(t)B_2^T(t)\boldsymbol{\lambda}(t) + f(\boldsymbol{x}(t)), \tag{13a}$$

$$\boldsymbol{x}(t_0) = \boldsymbol{x}^0, \tag{13b}$$

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\lambda}(t)}{\mathrm{d}t} = -A^T(t)\boldsymbol{\lambda}(t) + Q(t)\boldsymbol{x}(t) - f_x^T(\boldsymbol{x}(t))\boldsymbol{\lambda}(t) + \boldsymbol{q}_x^T(\boldsymbol{x}(t)), \tag{14a}$$

$$\boldsymbol{\lambda}(t_f) = -F_f\boldsymbol{x}(t_f). \tag{14b}$$

式中

$$f_x = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial f_1}{\partial x_1},\cdots,\dfrac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ \dfrac{\partial f_n}{\partial x_1},\cdots,\dfrac{\partial f_n}{\partial x_n}\end{bmatrix},\quad \boldsymbol{q}_x = \left[\frac{\partial q}{\partial x_1},\cdots,\frac{\partial q}{\partial x_n}\right].$$

这样，寻求最优策略的问题变为解由(13)，(14)式构成的一个两点边值问题。即(13)，(14)式的解 $\boldsymbol{x}(t)$，$\boldsymbol{\lambda}(t)$ 被求出后，$\boldsymbol{x}(t)$，$\boldsymbol{u}(t)$，$\boldsymbol{v}(t)$ 必满足由最小最大原理给出的必要条件。

三、最优策略的算法及收敛性分析

1. 不动点理论[6]

在给出算法及收敛性分析之前，先简述不动点定理。

定义 2. 设 E 为一距离空间，$T:E\to E$ 为一映射．若存在一正数 $\varepsilon<1$，对于任二点 $x,y\in E$，使得

$$d(T(x),T(y)) \leqslant \varepsilon d(x,y), \tag{15}$$

则满足不等式(15)的映射T称之为压缩映射.

定义 3. 满足 $T(a)=a$ 的点a称之为映射T的不动点.

引理. 设E为一完备距离空间,$T:E\to E$ 为一映射. 若T的某一幂

$$T^k = T\circ T\circ\cdots\circ T$$

为一压缩映射,则

1) T 存在唯一的一个不动点 a;

2) 序列 $\{x_k\}$ 若由下式给出时

$$x_k = Tx_{k-1},(k=1,2,\cdots),\forall x_0\in E,$$

该 $\{x_k\}$ 收敛,且 $\lim\limits_{k\to\infty}x_k=a$.

2. 最优策略的算法及收敛性分析

对于(13),(14)式,为简单起见,记

$$Y(t)=\begin{bmatrix}\boldsymbol{x}(t)\\ \boldsymbol{\lambda}(t)\end{bmatrix},\ M(t)=\begin{bmatrix}A(t) & \sum\limits_{i=1}^{2}B_i(t)R_i^{-1}(t)B_i^T(t)\\ Q(t) & -A^T(t)\end{bmatrix},$$

$$N(Y(t))=\begin{bmatrix}f(\boldsymbol{x}(t))\\ q_x^T(\boldsymbol{x}(t))-f_x^T(\boldsymbol{x}(t))\boldsymbol{\lambda}(t)\end{bmatrix},$$

则(13),(14)式将可记为

$$\frac{dY(t)}{dt}=M(t)Y(t)+N(Y(t)), \tag{16a}$$

$$Y(t_0)=[\boldsymbol{x}^0,\boldsymbol{\lambda}(t_0)]^T, \tag{16b}$$

$$Y(t_f)=[\boldsymbol{x}(t_f),F_f\boldsymbol{x}(t_f)]^T, \tag{16c}$$

注意这里 $\boldsymbol{\lambda}(t_0)$ 为未知量.

先假设 $Y(t_0)=Y^0$ 为给定的初始条件; $Y(t)$ 的初始解 $Y_0(t)$ 被适当地选择给定(例如,可选定 $Y_0(t)=Y^0$). 这样,由下列方程及初始条件:

$$\frac{dY_1(t)}{dt}=M(t)Y_1(t)+N(Y_0(t)), \tag{17a}$$

$$Y_1(t_0)=Y^0,\ t\in[t_0,t_f], \tag{17b}$$

可解得迭代解 $Y_1(t)$.

同理,在求得迭代解 $Y_1(t)$ 的基础上,由解下列方程:

$$\frac{dY_2(t)}{dt}=M(t)Y_2(t)+N(Y_1(t)), \tag{18a}$$

$$Y_2(t_0)=Y^0,t\in[t_0,t_f], \tag{18b}$$

可求得迭代解 $Y_2(t)$. 继续上述迭代过程,可得如下迭代方程:

$$\frac{dY_k(t)}{dt}=M(t)Y_k(t)+N(Y_{k-1}(t)), \tag{19a}$$

$$Y_k(t_0)=Y^0,\ t\in[t_0,t_f]. \tag{19b}$$

由上述迭代过程,可得迭代解的函数序列 $\{Y_k(t)\}_{k=1}^{\infty}$. 下面的定理说明了该函数序列是

收敛的，且由此可得到最优策略.

定理. 假设函数 $f(x)$, $q(x)$ 是二次连续可微的，且设最优策略的实现为

$$\{\boldsymbol{u}^*(t) = R_1^{-1}(t)B_1^T(t)\boldsymbol{\lambda}(t),\ \boldsymbol{v}^*(t) = R_2^{-1}(t)B_2^T(t)\boldsymbol{\lambda}(t)\},$$

其相应的最优状态轨线为 $\boldsymbol{x}^*(t)$. 则由 (19) 式描述的迭代过程所给出的函数序列 $\{Y_k(t)\}_{k=1}^{\infty}$ 是收敛的，且收敛于 $Y^*(t) = [\boldsymbol{x}^*(t), \boldsymbol{\lambda}(t)]^T$.

证明. 首先证明函数序列是收敛的.

因迭代方程 (19) 关于 $Y_k(t)$ 是线性的，由此可得

$$Y_k(t) = \phi(t,t_0)Y^0 + \int_{t_0}^{t} \phi(t,\tau)N(Y_{k-1}(\tau))d\tau, \tag{20}$$

这里 $\phi(t,t_0)$ 为转移矩阵，且满足下列矩阵常微分方程:

$$\frac{\partial \phi(t,t_0)}{\partial t} = M(t)\phi(t,t_0),\ \phi(t_0,t_0) = \boldsymbol{I}_{2n}$$

定义 $C[t_0,t_f]$ 为由区间 $[t_0,t_f]$ 到空间 R^{2n} 的连续函数全体的集合. 由泛函分析的知识可知

i) 若在 $C[t_0,t_f]$ 上定义范数 $|\|x\|| = \sup\limits_{t\in[t_0,t_f]} \|x(t)\|$, 则 $C[t_0,t_f]$ 是一完备范数空间;

ii) 进一步, 在 $C[t_0, t_f]$ 上定义距离 $\mathrm{d}(x, y) = |\|x - y\||$, 则 $C[t_0, t_f]$ 又是一完备的距离空间. 在 (20) 式中, 其左边为 Y_k, 而其右边含有 Y_{k-1}, 则可定义一个 $C[t_0,t_f] \to C[t_0,t_f]$ 的映射 T 如下:

$$T(Y)(t) = \phi(t,t_0)Y^0 + \int_{t_0}^{t_f} \phi(t,\tau)N(Y(\tau))d\tau, \tag{21}$$

这里

$$Y \in C[t_0,t_f],\ T(Y) \in C[t_0,t_f].$$

由 $f(x)$ 和 $q(x)$ 是二次连续可微的假设及 $N(Y(\cdot))$ 的定义, 可知 $N(Y)$ 是 Lipschitz 连续的. 即对于任意的 $Y',Y'' \in R^{2n}$, 存在一正常数 L 使下列不等式成立:

$$\|N(Y') - N(Y'')\| \leqslant L\|Y' - Y''\|. \tag{22}$$

又由转移矩阵的性质，可知存在一正常数 K 使其满足

$$\sup_{t,\tau\in[t_0,t_f]} \|\phi(t,\tau)\| = K, \tag{23}$$

则由 (21) 式可有

$$\begin{aligned}\|T(Y_1)(t) - T(Y_0)(t)\| &= \|Y_2(t) - Y_1(t)\| \\ &= \left\|\int_{t_0}^{t} \phi(t,\tau)\{N(Y_1(\tau)) - N(Y_0(\tau))\}d\tau\right\| \\ &\leqslant K \cdot L \cdot \int_{t_0}^{t} \|Y_1(\tau) - Y_0(\tau)\|d\tau \\ &\leqslant K \cdot L \cdot (t - t_0)|\|Y_1 - Y_0\||,\end{aligned} \tag{24}$$

式中

$$|\|Y_1 - Y_0\|| = \sup_{t\in[t_0,t_f]} \|Y_1(t) - Y_0(t)\|. \tag{25}$$

利用 (24) 式,进一步有

$$\|T^2(Y_1)(t) - T^2(Y_0)(t)\| = \|T(Y_2)(t) - T(Y_1)(t)\|$$
$$= \|Y_3(t) - Y_2(t)\| \leqslant \left\|\int_{t_0}^{t} \phi(t,\tau)\{N(Y_2(\tau)) - N(Y_1(\tau))\}d\tau\right\|$$
$$\leqslant K \cdot L \cdot \int_{t_0}^{t} \|Y_2(\tau) - Y_1(\tau)\|d\tau$$
$$\leqslant K^2 \cdot L^2 \cdot \frac{(t-t_0)^2}{2!} |\|Y_1 - Y_0\||. \tag{26}$$

继续上述过程,可得

$$\|T^k(Y_1)(t) - T^k(Y_0)(t)\| = \|Y_{k+1}(t) - Y_k(t)\|$$
$$= \left\|\int_{t_0}^{t} \phi(t,\tau)\{N(Y_k(\tau)) - N(Y_{k-1}(\tau))\}d\tau\right\|$$
$$\leqslant K \cdot L \cdot \int_{t_0}^{t} \|Y_k(\tau) - Y_{k-1}(\tau)\|d\tau$$
$$\leqslant K \cdot L \cdot \int_{t_0}^{t} K^{k-1} \cdot L^{k-1} \cdot \frac{(\tau - t_0)^{k-1}}{(k-1)!} |\|Y_1 - Y_0\|| d\tau$$
$$= K^k \cdot L^k \cdot \frac{(t-t_0)^k}{k!} |\|Y_1 - Y_0\||, \tag{27}$$

则由 (27) 式有

$$|\|T^k(Y_1) - T^k(Y_0)\|| \leqslant K^k \cdot L^k \cdot \frac{(t_f - t_0)^k}{k!} |\|Y_1 - Y_0\||,$$

即

$$d(T^k(Y_1), T^k(Y_0)) \leqslant \varepsilon \cdot d(Y_1, Y_0), \tag{28}$$

这里

$$\varepsilon = K^k \cdot L^k \cdot \frac{(t_f - t_0)^k}{k!}. \tag{29}$$

由 (29) 式可知，当 k 充分大时，$\varepsilon < 1$. 故 T^k 是一压缩映射. 由不动点理论(参见引理),可知 T 有唯一的不动点. 因此函数序列 $\{Y_k(t)\}_{k=1}^{\infty}$ 是一致收敛的.

由于 $\{Y_k(t)\}_{k=1}^{\infty}$ 是收敛的,根据该序列的构造及其 § 2.2 中的定义，故它必收敛于 $Y^*(t) = [\boldsymbol{x}^*(t), \boldsymbol{\lambda}(t)]^T$.

证毕.

注意到初始条件 $Y^0 = (x(t_0), \lambda(t_0))^T$. 这里 $x(t_0) = x^0$ 是已知的, 但 $\lambda(t_0)$ 未知,故 Y^0 并不能完全被确定. 但是在迭代过程的任一 k 次中,方程 (19) 关于 $Y_k(t)$ 是线性的,故求解这个二点边值问题是非常容易的. 实际上，在第 k 次迭代过程中有 $Y_k(t) = (x_k(t), \lambda_k(t))^T$. 则利用 Riccati 变换

$$\lambda_k(t) = D_k(t)x_k(t) + g_k(t),$$

由 (19) 式可得下列 Riccati 方程和其相应的补助方程

$$\frac{\mathrm{d}D_k(t)}{\mathrm{d}t} = -D_k(t)A(t) - A^T(t)D_k(t) + Q(t) - D_k(t)\sum_{i=1}^{2} B_i(t)R_i^{-1}(t)B_i^T(t)D_k(t), \tag{30a}$$

$$D_k(t_f) = -F_f,\ t \in [t_0, t_f], \tag{30b}$$

$$\frac{\mathrm{d}g_k(t)}{\mathrm{d}t} = -A^T(t)g_k(t) - D_k(t)\sum_{i=1}^{2} B_i(t)R_i^{-1}(t)B_i^T(t)g_k(t) - D_k(t)f(x_{k-1}(t)) + q_x^T(x_{k-1}(t)) - f_x^T(x_{k-1}(t))\lambda_{k-1}(t), \tag{31a}$$

$$g_k(t_f) = 0,\ t \in [t_0, t_f]. \tag{31b}$$

逆时间求解方程(30),(31)，则可求得 $D_k(t_0)$ 和 $g_k(t_0)$，进一步可求得

$$\lambda_k(t_0) = D_k(t_0)x_k(t_0) + g_k(t_0).$$

这样可确定 $\lambda_k(t_0)$. 由此，确定了 $Y_k(t_0) = (x_k(t_0), \lambda_k(t_0))^T$，方程(19)成为一个初值问题.

3. 最优策略的算法

由上述定理，可给出如下算法：

Step0. 给定适当的初始解 $u_0(t)$，$v_0(t)$，由方程(1)求出 $x_0(t)$；且给出适当的初始解 $\lambda_0(t)$，则有 $Y_0(t) = (x_0(t), \lambda_0(t))^T$. 由(4)式计算 J 的值得 J_0，且令 $J_1^{(0)} = J_0$，置 $k = 1$.

Step 1. 对于 $k(k = 1, 2, \cdots)$，由 $x_{k-1}(t)$，$\lambda_{k-1}(t)$，解方程(30),(31)，求得 $D_k(t_0)$ 和 $g_k(t_0)$.

Step 2. 由 $D_k(t_0)$ 和 $g_k(t_0)$，确定 $\lambda_k(t_0)$；且解方程(19)，得

$$Y_k(t) = (x_k(t), \lambda_k(t))^T.$$

由 $u_k(t) = B_1(t)R_1^{-1}(t)B_1^T(t)\lambda_k(t)$ 确定 $u_k(t)$；由 $v_k(t) = B_2(t)R_2^{-1}(t)B_2^T(t)\lambda_k(t)$ 确定 $v_k(t)$. 由(4)计算 J 的值 $J_1^{(k)}$.

Step 3. $J^{(k)}$ 收敛的检验. 给定一个充分小的正数 ε，若 $|J_1^{(k-1)} - J_1^{(k)}| < \varepsilon$ 时，则计算停止；若不成立时，返回 Step 1，继续计算.

因(30)式中不含有 $D_{k-1}(t)$，故只须计算一次得 $D(t) = D_k(t)$，且在以后的迭代计算中使用它.

四、结 束 语

本文讨论了一类定量微分对策的最优策略的计算方法及收敛性. 对于该类定量微分对策问题，无论如何选择最优策略的初始解，本文给出的算法总是收敛的，且唯一收敛于精确解. 使用本文给出的方法，还可分析一类 Nash 微分对策中 Nash 平衡策略的分散计算方法[4,5]. 这也将是我们进一步研究的内容.

参 考 文 献

[1] 张嗣瀛，关于定量与定性微分对策，自动化学报，6(1980)，2，121—130.
[2] Isaacs, R., Differential Games, John Wiley and Sons, 1965.
[3] Basar, T. and Olsder, G. J., Dynamic Noncooperative Game Theory, Academic Press, 1982.
[4] Basar, T. and Li, S., Distributed Computation of Nash Equilibria in Linear-Quadratic Stochastic Differential Games, SIAM J. on Control and Optimization, 27(1989), 563—578.
[5] Li, S. and Basar, T., Distributed Algorithms for the Computation of Noncooperative Equilibria, *Automatica*, 23(1987), 4, 523—533.
[6] Luenberger, D. G., Optimization by Vector Space Methods, John Wiley and Sons, 1969.

ALGORITHM AND CONVERGENCE OF OPTIMAL STRATEGIES IN A CLASS OF QUANTITATIVE DIFFERENTIAL GAMES

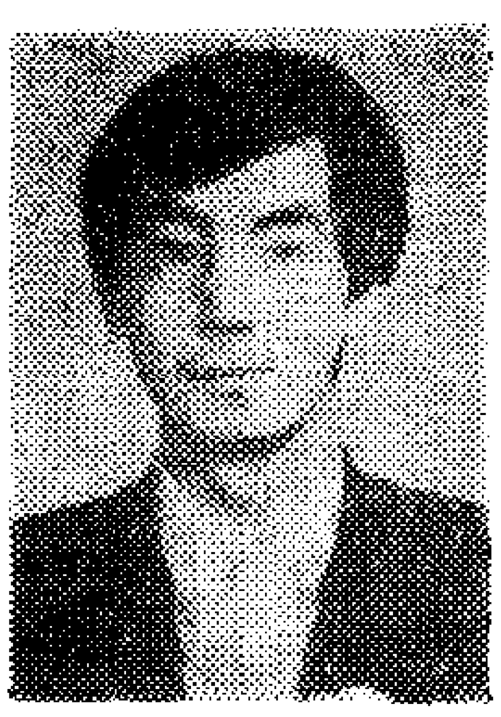
WU HANSHENG

(Dept. of Automatic Control, Northeast University of Technology, Shenyang 110006)

ABSTRACT

In this paper, the algorithm for finding the optimal strategies for a class of quantitative differential games is discussed, by making use of the fixed point theorem. First, we construct an iterative process by which the optimal strategies are found, then by making use of he fixed point theorem, we analyze the convergence of this iterative process. The method developed in this paper may find some applications in a class of Nash differential games where one seeks to develop some distributed algorithms for the computation of Nash equilibria.

Key words: Quantitative differential games; optimal strategies; fixed point theorem; convergence.



吴汉生 1982 年 2 月毕业于东北工学院自控系，获工学学士学位；1984 年 7 月毕业于该院研究生院，获工学硕士学位. 1985 年 1 月赴日本广岛大学留学，1989 年 9 月获工学博士学位. 同年回国，现为东北工学院自控系讲师. 研究方向为：最优控制，微分对策，不确定性系统，神经元网络理论与应用等.