

测量快中子能谱的活化法

胡选文 梅启庸 刘天柱 孙汉城

本文对于测量快中子能谱的活化法的特点、原理、实验方法和存在问题作了综合性的评述。着重讨论了表明活化放射性与中子能谱关系的“活化方程”的各种解法。

一、引言

一般来说，到目前为止，快中子能谱测量还是个没有很好解决的问题。在某些特殊情况下，例如反应堆活性区能谱的测量，情况就更复杂。为了解决这一类特殊情况下能谱测量的问题，近十几年来，发展了一种测量方法，我们叫它为“平均截面法”。

平均截面法的基本依据是：快中子引起的核反应的平均截面与中子能谱有关。测量出若干种核反应的平均截面或其比值（叫做能谱指标），就可以推算得中子能谱。

平均截面或能谱指标通常由小裂变室或活化指示箔来测得。

利用指示箔的活化来测量核反应平均截面的方法即通常所称的活化法。在这种方法中，直接测量的物理量是指示箔中中子引起的核反应产物的放射性。

在测量快中子能谱的活化法中，通常采用某些具有反应阈的(n, α)、(n, p)、($n, 2n$)、(n, f)反应以及能将原子核激发至同质异能态的(n, n')等反应，所以它又常叫“阈活化法”。显然，在慢中子干扰极小的情况下，并不排斥采用某些没有阈的核反应，如(n, γ)等。阈活化法具有很多特点：(1)指示箔体积小，对中子场的扰动不大。可以在空间狭窄的地点和空间分辨要求高的场合进行测量。(2)活化放射性与中子入射方向关系极小，可以应用于无定向中子能谱的测量。(3)对 γ 射线不灵敏，可以在 γ 本底很强的场合下应用。(4)由于利用具有一定阈能的反应，可以在有较强低能中子本底存在的场合下探测高能中子。(5)记录中子时没有分辨时间的限制，它所能探测的中子通量原则上是没有上限的。(6)测量设备和技术比较简便。

由于以上这些特点，活化法在反应堆快中子能谱测量^[1-7]、快中子在慢化介质中的空间和能量分布测量^[8-9]、裂变谱的研究^[10-12]以及快中子通量和剂量的测量^[13-15]等方面得到了相当多的应用。

二、活化方程

设中子作用于薄层指示箔，引起某种核反应 $L(n, x)M$ ，则在中子照射过程中的某一瞬间 $(t, t + dt)$ ，指示箔上由于核反应而产生的M核的数目为 $N(t)\Phi(t)\sigma dt$ 。 $N(t)$ 是 t 时刻的L核数目； $\Phi(t)$ 是此时的中子通量； σ 是这种核反应对所测中子谱的平均截面，即 $\int_0^\infty \sigma(E)\phi(E)dE$ ，其中 $\sigma(E)$ 是中子能量为 E 时的核反应截面， $\phi(E)$ 是中子按能量的分布函数，满足归一化条件 $\int_0^\infty \phi(E)dE = 1$ 。若M核是放射性的，其衰变常数为 λ ，则在同一 $(t, t + dt)$ 瞬间，由于衰变而消失的M核的数目为 $\lambda N_M(t)dt$ ， $N_M(t)$ 为 t 时M核的数目。所以，在 $(t, t + dt)$ 瞬间，M核净增数目为

$$dN_M(t) = [N(t)\Phi(t)\sigma - \lambda N_M(t)]dt. \quad (1)$$

通常, $N(t)$ 可视作常数 N , $\Phi(t)$ 也可控制得近似稳定不变, 即为常数 Φ . 在这样的条件下, 将(1)式在时间间隔 $(0, T)$ 内积分, 即得中子照射 T 时后, 指示箔中累积的 M 核数目 $N_M(T)$:

$$N_M(T) = \frac{1 - e^{-\lambda T}}{\lambda} N \Phi \bar{\sigma}. \quad (2)$$

此时, M 核的放射性 A 为

$$A = \lambda N_M(T) = (1 - e^{-\lambda T}) N \Phi \bar{\sigma}. \quad (3)$$

当 $T \gg \frac{1}{\lambda}$ 时,

$$A \approx A_0 = N \Phi \bar{\sigma}, \quad (3')$$

A_0 称为饱和放射性.

若指示箔受中子照射 T 时后即停止照射, M 核的放射性即按指数规律衰变, 经时间 t 后, 其放射性 $A(t)$ 将为

$$A(t) = A e^{-\lambda t} = (1 - e^{-\lambda T}) e^{-\lambda t} A_0. \quad (4)$$

由(3')和(4)式得

$$\frac{A(t) e^{\lambda t}}{(1 - e^{-\lambda T})} = A_0 = N \Phi \int_0^\infty \sigma(E) \phi(E) dE. \quad (5)$$

通常, 实验测得的是计数率 $A'(t) = \epsilon A(t)$, ϵ 是探测效率. 此时(5)式变为

$$\frac{A'(t) e^{\lambda t}}{1 - e^{-\lambda T}} = A'_0 = \epsilon A_0 = \epsilon N \Phi \int_0^\infty \sigma(E) \phi(E) dE. \quad (6)$$

(5)式和(6)式分别表示放射性和计数率与中子能谱的关系, 我们把它们统称为“活化方程”.

在实际工作中, 为了消去通量 Φ , 常用两种指示箔在同样的条件下受中子照射, 实验测出它们的饱和放射性之比 R_{12} 或饱和计数率之比 R'_{12} , 然后再由此出发求中子能谱. 由(5)和(6)式不难看出:

$$R_{12} = \frac{A_{01}}{A_{02}} = \frac{N_1(\bar{\sigma}_1)}{N_2(\bar{\sigma}_2)} = \frac{N_1}{N_2} \frac{\int_0^\infty \sigma_1(E) \phi(E) dE}{\int_0^\infty \sigma_2(E) \phi(E) dE}, \quad (7)$$

$$R'_{12} = \frac{A'_{01}}{A'_{02}} = \frac{\epsilon_1 N_1(\bar{\sigma}_1)}{\epsilon_2 N_2(\bar{\sigma}_2)} = \frac{N_1 \epsilon_1}{N_2 \epsilon_2} \frac{\int_0^\infty \sigma_1(E) \phi(E) dE}{\int_0^\infty \sigma_2(E) \phi(E) dE}, \quad (8)$$

$\bar{\sigma}_1/\bar{\sigma}_2$ 即能谱指标.

三、活化方程的解法

活化方程是以 $\phi(E)$ 作未知函数的积分方程. 在一般情况下, 由于 $\sigma(E)$ 是一个非常复杂的函数, $\phi(E)$ 很难以解析形式直接求出. 在实际能谱测量中, 通常都用近似法来求解 $\phi(E)$. 各种近似法大体上可分为三类: (1) 解析法. 将 $\phi(E)$ 表成含有几个待测参数或未知量的函数, 用一组活化方程解出这些参数和未知量, 从而得出中子谱. (2) 分道法(多羣法). 将待测能谱分成若干道, 每道的中子谱形以一简单的函数表示. 由一组活化方程解出各道中能谱函数中所含的参数或通量. (3) 积分谱法. 假设 $\phi(E)$ 与某一已知能谱相近, 以此已知谱作基准求出所需的常量, 再以此常量用于待测谱, 求出某几个阈能以上的中子通量得积分谱, 再微分得 $\phi(E)$. 现分述如下.

1. 解 析 法

(1) **参数测定法** 谱形比較簡單的中子譜可以表成已知其函数形式而只含有几个參量的函数。例如，裂变譜可以表成只含一个參量 β 的麦克斯韦分布 $\phi(E) = \frac{2\beta^{3/2}}{\sqrt{\pi}} E^{1/2} e^{-\beta E}$ ，在这种情况下，对裂变譜的測量，就归結为对 β 的測量了。原則上用一个指示箔就可定出參数 β 值。为此，利用某一指示箔中活化反应的已知截面-能量曲綫和所假定的能譜函数，由数值計算可得出該活化反应的平均截面：

$$\bar{\sigma}(\beta) = \frac{2\beta^{3/2}}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} \sigma(E) E^{1/2} e^{-\beta E} dE.$$

給出各种不同的 β ，由此就可得到 $\bar{\sigma}(\beta)$ - β 关系曲綫。这样，實驗測出 $\bar{\sigma}$ 以后，与曲綫比較則可得到 β 。

显然，如果用两种指示箔，则可以計算能譜指标 $\bar{\sigma}_1(\beta)/\bar{\sigma}_2(\beta)$ 与 β 的关系曲綫，用(7)式或(8)式从實驗測量数据計算出待測能譜的能譜指标，从而定出 β 值。用这种方法可以避免对 Φ 的測量，但还需要知道探测器的效率或作放射性的絕對測量。实际工作中常采用相对測量法定出 β ，即用两种指示箔同时受已知 β 的标准譜中子照射，得飽和計數率比 $(R'_{12})_{\beta_0}$ 。再用这組指示箔受待測中子譜的中子照射，得 $(R'_{12})_{\beta}$ 。然后就求出比值 $(R'_{12})_{\beta}/(R'_{12})_{\beta_0}$ 。另一方面，根据(7)或(8)式，得

$$\frac{(R'_{12})_{\beta}}{(R'_{12})_{\beta_0}} = \frac{(\bar{\sigma}_1/\bar{\sigma}_2)_{\beta}}{(\bar{\sigma}_1/\bar{\sigma}_2)_{\beta_0}}, \quad (9)$$

其中，能譜指标比 $(\bar{\sigma}_1/\bar{\sigma}_2)_{\beta}/(\bar{\sigma}_1/\bar{\sigma}_2)_{\beta_0}$ 与 β 的关系曲綫可以由数值計算得到。故把實驗測得的 $(R'_{12})_{\beta}/(R'_{12})_{\beta_0}$ 与能譜指标比- β 关系曲綫相比較，即可求出待測的 β 值。

以上仅是以裂变譜为例，說明了参数测定法的用法。实际上，对于其它简单的譜形，此法亦可运用。

一般說來，参数测定法对于那些函数形式简单且又已知的中子譜的測量是准确可靠的。在进行相对測量时，这种方法的測量結果的誤差几乎全部由截面-能量曲綫的不准确所决定。因此，如果具有了准确的截面-能量关系曲綫，就不難定出准确的能譜參数。另外，也是由于精度較高，此法非常适用于类似中子譜的比較，它能很好地分辨出各个中子譜之間的微小差异。不仅如此，利用一組活化指示箔，参数测定法还可用来判別所測中子譜是否符合这一种或那一种能譜形状。因为，如果未知譜与所假定的能譜形状相符合，那末由不同指示箔所得出的能譜參数就應該是一致的。

(2) **多项式展开法** 参数测定法只适用于形式已知且較简单的能譜的測量，对于那些形式未知的中子譜是不适用的。对于这种中子譜的測量可用多项式展开法处理。多项式展开法的原理如下：假設中子譜中能量大于 E_M 的中子的貢獻可以忽略不計，将 $\phi(E)$ 近似地展开成能量 E 的新的多项式，即令

$$\phi(E) = a_0 + a_1 E + a_2 E^2 + \cdots + a_n E^n,$$

此时活化方程变为

$$A_0 = N\Phi \left\{ a_0 \int_0^{E_M} \sigma(E) dE + a_1 \int_0^{E_M} \sigma(E) E dE + \cdots + a_n \int_0^{E_M} \sigma(E) E^n dE \right\}, \quad (10)$$

其中， $\int_0^{E_M} \sigma(E) dE, \dots, \int_0^{E_M} \sigma(E) E^n dE$ 等由截面-能量关系曲綫算得。

用 $(n+1)$ 个截面-能量关系曲綫互相独立的指示箔即可建立起由 $(n+1)$ 个独立的方程

組成的線性方程組，由此解出多項式的各項系數。

這種方法的缺點是，要有較好的近似就需要取很多項，而項數多了，不僅要求有很多指示符，而且在解線性方程時誤差的積累也很大。

(3) 归一化正交函數展開法 根據廣義的傅里葉級數理論^[17]，若 $\psi_1(x), \psi_2(x), \dots, \psi_n(x)$ 在區間 $[a, b]$ 內組成歸一化正交函數系，即

$$\int_a^b \psi_p(x) \psi_q(x) dx = \begin{cases} 0, & \text{當 } p \neq q \text{ 時} \\ 1, & \text{當 } p = q \text{ 時} \end{cases} \quad (11)$$

則區間 $[a, b]$ 內的任一連續函數 $\phi(x)$ 均可近似地表成 n 項 $\psi_k(x)$ 的線性組合，即

$$\phi(x) \approx \sum_{k=1}^n \gamma_k \psi_k(x),$$

當 γ_k 等於傅里葉系數 $B_k = \int_a^b \phi(x) \psi_k(x) dx$ 時，由此引進的均方誤差 $\delta_n^2 = \int_a^b [\phi(x) - \sum_{k=1}^n \gamma_k \psi_k(x)]^2 dx$ 最小。

從 n 個獨立的活化反應的截面-能量關係曲線發出，用希耳伯特-施米特 (Hilbert-Schmidt) 歸一化正交步驟，由截面的線性組合得到歸一化正交函數系^[18,19]，即在能區 $[E_1, E_2]$ 中令

$$\left. \begin{aligned} \psi_1(E) &= A_{11}\sigma_1(E), \\ \psi_2(E) &= A_{21}\sigma_1(E) + A_{22}\sigma_2(E), \\ &\dots \\ \psi_n(E) &= A_{n1}\sigma_1(E) + A_{n2}\sigma_2(E) + \dots + A_{nn}\sigma_n(E), \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

其中 $\sigma_k(E)$ 為第 k 個反應對能量為 E 的中子的截面，系數 A_{ki} ，可根據歸一化正交條件由下式求出：

$$\left. \begin{aligned} \int_{E_1}^{E_2} \psi_1(E)^2 dE &= A_{11}^2 \int_{E_1}^{E_2} \sigma_1^2(E) dE = 1, \\ \int_{E_1}^{E_2} \psi_1(E) \psi_2(E) dE &= A_{11}A_{21} \int_{E_1}^{E_2} \sigma_1^2(E) dE + A_{11}A_{22} \int_{E_1}^{E_2} \sigma_1(E)\sigma_2(E) dE = 0, \\ \int_{E_1}^{E_2} \psi_2^2(E) dE &= A_{22}^2 \int_{E_1}^{E_2} \sigma_2^2(E) dE + 2A_{21}A_{22} \int_{E_1}^{E_2} \sigma_1(E)\sigma_2(E) dE + A_{22}^2 \int_{E_1}^{E_2} \sigma_2^2(E) dE = 1, \\ &\dots \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

其中，積分限 $[E_1, E_2]$ 可以根據對於待測中子譜的初步知識來選定，使 $\int_0^{E_1} \sigma_k(E) \phi(E) dE$ 及 $\int_{E_2}^\infty \sigma_k(E) \phi(E) dE$ 都可忽略不計。 $\int_{E_1}^{E_2} \sigma_k^2(E) dE$ 及 $\int_{E_1}^{E_2} \sigma_k(E) \sigma_j(E) dE$ 由截面-能量曲線按數值積分求得。

為了求出傅里葉系數 B_k ，可將(12)式變換成

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1(E) &= C_{11}\psi_1(E), \\ \sigma_2(E) &= C_{21}\psi_1(E) + C_{22}\psi_2(E), \\ &\dots \\ \sigma_n(E) &= C_{n1}\psi_1(E) + C_{n2}\psi_2(E) + \dots + C_{nn}\psi_n(E). \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

將(14)代入活化方程(5)式，並利用歸一化正交條件，得方程組

$$\frac{A_{j0}}{N_j \Phi} = \bar{\sigma}_j = \int_{E_1}^{E_2} \sigma_j(E) \phi(E) dE = \sum_{k=1}^n B_k C_{j,k}, \quad j = 1, \dots, n. \quad (15)$$

A_{j0}, N_j 由实验测得, $C_{j,k}$ 由(14)式定出, 由(15)式即可求出 ΦB_k . $\psi_k(E)$ 已由(12)式定出, 故得

$$\Phi\phi(E) \approx \sum_{k=1}^n (\Phi B_k) \psi_k(E),$$

④ 可利用归一化条件 $\int_{E_1}^{E_2} \Phi\phi(E) dE = \Phi$ 消去, 即得 $\phi(E)$.

这种方法的主要问题是, 所得到的 $\phi(E) = \sum_{k=1}^n B_k \psi_k(E)$ 只是在所有的 $\sum_{k=1}^n \gamma_k \psi_k(E)$ 中的最佳表示式, 但是将 $\phi(E)$ 表成某一有限的 n 项 $\psi_k(E)$ 的线性组合这一假定本身并不就是最佳的假定, 由此引进的误差 δ_n 仍可能很大. 从理论上说, 若 $\psi_1(x), \psi_2(x), \dots$ 在 $[a, b]$ 内对于 $\phi(x)$ 是封闭的, 即 $\int_a^b [\phi(x)]^2 dx = \sum_{k=1}^{\infty} B_k^2$, 且傅里叶级数 $\sum_{k=1}^{\infty} B_k \psi_k(x)$ 在 $[a, b]$ 内是收敛的, 则

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \delta_n = 0.$$

但事实上不可能找到无限多个 $\psi_k(x)$.

实际工作中可以用 n 个指示器, 得到 n 个 $\psi_k(E)$. 若对其中的 m 个指示器所得的 m 个 $\psi_k(E)$ 展开所得 $\phi(E)$ 与对 n 个 $\psi_k(E)$ 展开所得 $\phi(E)$ 相差不多, 就可以认为这种近似法是合理的. 图 1 表明一个假设的谱对 15 个 $\psi_k(E)$ 及 23 个 $\psi_k(E)$ 展开的结果. 由此图可见, 这种方法是有前途的.

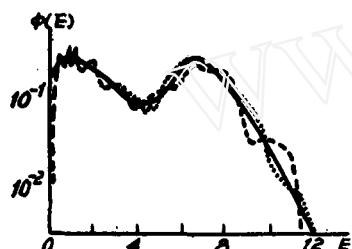


图 1 归一化正交函数展开的结果
实线——假设谱; 虚线——15个 $\psi_k(E)$ 展开谱; 点线——23个 $\psi_k(E)$ 展开谱.

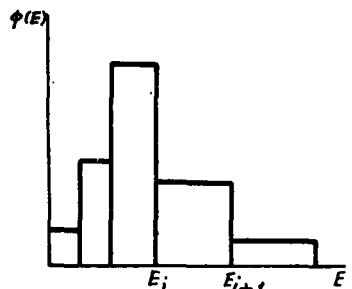


图 2 阶梯谱示意图

在解析法中将整个能谱以解析函数的形式表示. 若谱形复杂, 解析法的运用就比较困难. 分道法将能谱分成若干道, 每一道的谱形就容易用简单的函数形式表示. 根据所用近似谱的不同, 又可分为下列几种方法:

(1) 阶梯谱近似法^[21,9] 如图 2 所示, 将待测谱的能区适当地分成若干道, 假设每道内的 $\phi(E)$ 是常数. 令第 j 道的道宽为 $E_{j+1} - E_j = \Delta E_j$, 第 j 道的通量为 ϕ_j , 则活化方程(5)式简化为

$$A_0 = N\Phi \sum_{j=1}^n \int_{E_j}^{E_{j+1}} \sigma(E) \phi(E) dE = N\Phi \sum_{j=1}^n \bar{\sigma}_j \phi_j \Delta E_j, \quad (16)$$

其中 $\bar{\sigma}_j = \frac{1}{\Delta E_j} \int_{E_j}^{E_{j+1}} \sigma(E) dE$, 即 j 道的平均截面值.

若用 n 个独立的指示器在同一条件下受中子照射, 即得 n 个方程:

$$A_{0i} = N_i \sum_{j=1}^n \bar{\sigma}_j \Delta E_j \Phi \phi_j, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (17)$$

由此解行列式得出未知量 $\Phi \phi_j$, 即得各道的中子通量. 显然, 用表明能谱指标与放射性关系的(7)式也可解出.

严格地讲来, 把每道的中子谱看成常数只有当道宽非常小的时候才能近似成立. 在一般情况下, 道宽总是分得很宽的. 这是因为, 一方面在实际工作中找不到许多合适的指示器; 另

一方面，道數多了解行列式時誤差積累很大。所以階梯譜近似法只能給出極粗糙的結果。要使階梯譜近似法得到較好的結果，通常采用逐次近似的方法，即將上述方法求出的結果內插成

一連續譜 $\phi_1(E)$ ，利用此 $\phi_1(E)$ 求出各道的平均截面 $\bar{\sigma}_i = \frac{\int_{E_i}^{E_{i+1}} \sigma(E) \phi_1(E) dE}{\int_{E_i}^{E_{i+1}} \phi_1(E) dE}$ ，再以此 $\bar{\sigma}_i$ 代入

(17)式求出 $\phi_2(E)$ 。這樣，經過數次逼近，就可得到較精確的結果。

(2) 折線近似法 如圖3所示，將待測譜的能區 $(0, E_n)$ 適當地分為 n 道，每道內的 $\phi(E)$ 以 E 的線性函數作為近似，且令 $\phi(0)$ 及 $\phi(E_n)$ 等於零。 $\phi(E)$ 在此情況下，不難証明

$$A_0 = N \Phi \sum_{j=1}^{n-1} \phi(E_j) b_j, \quad (18)$$

其中 $b_j = \langle E\sigma \rangle_{j-1} - \langle E\sigma \rangle_j + E_{j+1}\langle \sigma \rangle_j - E_{j-1}\langle \sigma \rangle_{j-1}$ ， $\langle E\sigma \rangle_j$ 及 $\langle \sigma \rangle_j$ 分別為 $E\sigma$ 及 σ 在能區 (E_j, E_{j+1}) 內的平均值，直接由截面-能量關係曲線求得。

用 $(n-1)$ 個獨立的指示管即得 $(n-1)$ 個方程式組成的線性方程組

$$A_{0i} = N_i \Phi \sum_{j=1}^{n-1} \phi(E_j) b_{ji}, \quad i = 1, 2, \dots, n-1, \quad (19)$$

用解行列式法解得 $(n-1)$ 個未知數 $\phi(E_j)$ 。進一步可求得各道的中子通量，即各梯形的面積

$$\frac{1}{2} [\phi(E_j) + \phi(E_{j+1})] (E_{j+1} - E_j).$$

根據實驗測得的 $\text{As}^{75}(n, \gamma)^{[23]}$ ， $\text{Au}^{197}(n, \gamma)^{[23]}$ ， $\text{Np}^{237}(n, f)^{[24]}$ ， $\text{U}^{238}(n, f)^{[24]}$ 反應對哥迪瓦(Godiva)反應堆中子譜的平均截面(以 U^{235} 的熱中子裂變截面為 582 靶作標準)，我們用折線近似法得到的哥迪瓦反應堆中子譜與多羣理論計算的符合得相當好，如表1 所示。

表1 哥迪瓦反應堆中子譜各能區的相對中子通量

測譜所利用的反應	各能區的中子通量(相對單位)				計算時所用的截面曲線的文獻
	<0.1 兆電子伏	0.1—0.4 兆電子伏	0.4—0.9 兆電子伏	0.9—∞ 兆電子伏	
$\text{As}^{75}(n, \gamma), \text{Np}^{237}(n, f), \text{U}^{238}(n, f)$	0.022	0.189	0.272	0.517	$\text{As}^{75}(n, \gamma)^{[25]}, \text{Np}^{237}(n, f), \text{U}^{238}(n, f)^{[26]}$
$\text{Au}^{197}(n, \gamma), \text{Np}^{237}(n, f), \text{U}^{238}(n, f)$	0.014	0.169	0.281	0.535	(n, f) 反應截面同上， $\text{Au}^{197}(n, \gamma)^{[27]}$
反應同上	0.028	0.205	0.265	0.513	(n, f) 反應截面同上， $\text{Au}^{197}(n, \gamma)^{[28, 29]}$
多羣理論計算 ^[24]	0.030	0.198	0.255	0.517	

通常，折線譜比階梯譜的近似性好。若將折線近似譜修勻成連續譜 $\phi_1(E)$ 作為一級近似譜，也可以逐次近似。

(3) 指數譜近似法^[30] 例如裂變譜或反應堆中子譜可以分成 n 道，每道以能量的指數函數 $B_i e^{-K_i E}$ 近似表示。若有 $(n+1)$ 個獨立的指示管，各道的參數 B_i, K_i 可以如下求出：(1)在能量最高的一道 (E_{n-1}, E_n) 內選用兩個指示管，得到兩個活化方程：

$$\left. \begin{aligned} A_{01} &= \int_{E_{n-1}}^{E_n} N_1 \sigma_1(E) B_n e^{-K_n E} dE, \\ A_{02} &= \int_{E_{n-1}}^{E_n} N_2 \sigma_2(E) B_n e^{-K_n E} dE, \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

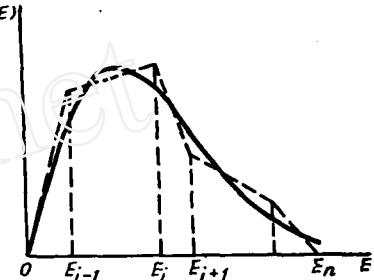


图3 折线谱示意图

由此解得 B_n 及 K_n 。 (2) 对于其他能区, 只需要选用一个活化反应, 例如, 对于 (E_{n-2}, E_{n-1}) 能区, 有下面两个方程:

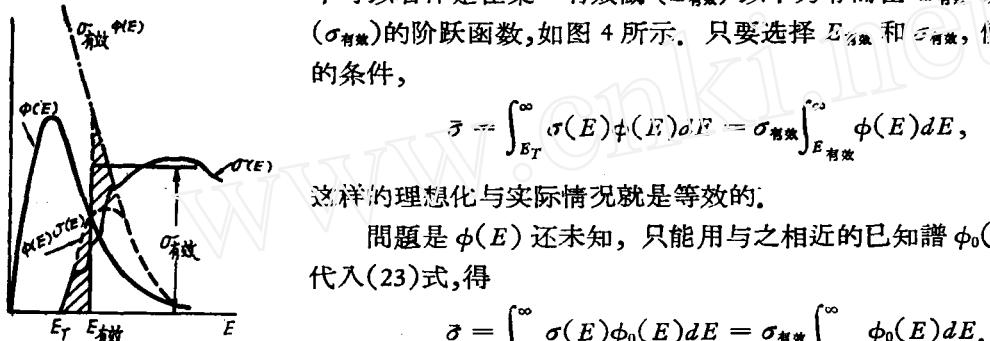
$$A_{03} = \int_{E_{n-2}}^{E_{n-1}} N_3 \sigma_3(E) B_{n-1} e^{-K_{n-1} E} dE + \int_{E_{n-1}}^{E_n} N_3 \sigma_3(E) B_n e^{-K_n E} dE, \quad (21)$$

$$B_{n-1} e^{-K_{n-1} E_{n-1}} = B_n e^{-K_n E_{n-1}}. \quad (22)$$

B_n, K_n 已由前面求出, 故由(21)及(22)式可求出 B_{n-1} 及 K_{n-1} , 其余的各能区可依次类推。

3. 积 分 谱 法

(1) 有效闌法^[2-4,7,31] 通常活化反应是有闌能 E_T 的反应, 其截面-能量曲綫在理想情况下可以看作是在某一有效闌 ($E_{\text{有效}}$) 以下为零而在 $E_{\text{有效}}$ 以上是常数 ($\sigma_{\text{有效}}$) 的阶跃函数, 如图 4 所示。只要选择 $E_{\text{有效}}$ 和 E_T , 使满足下面的条件,



这样的理想化与实际情况就是等效的。

问题是 $\phi(E)$ 还未知, 只能用与之相近的已知譜 $\phi_0(E)$ 作近似代入(23)式, 得

$$\bar{\sigma} = \int_{E_T}^{\infty} \sigma(E) \phi_0(E) dE = \sigma_{\text{有效}} \int_{E_{\text{有效}}}^{\infty} \phi_0(E) dE. \quad (24)$$

(24)式中有两个未知数 $\sigma_{\text{有效}}$ 和 $E_{\text{有效}}$, 可以适当地調節。通常是选取截面-能量关系曲綫的平坦部分的截面值作为 $\sigma_{\text{有效}}$, 然后由(24)式选定 $E_{\text{有效}}$ 。

在实际工作中測量反应堆中子譜时, 常以 U^{235} 裂变譜作为 $\phi(E)$, 这样定出的 $E_{\text{有效}}$ 叫做裂变譜有效闌。指示箔受堆譜中子照射后測量放射性, 由活化方程

$$A_0 = N \Phi \sigma_{\text{有效}} \int_{E_{\text{有效}}}^{\infty} \phi(E) dE \quad (25)$$

得到有效闌以上的中子通量。用一系列有效闌各不相同的指示箔即得中子积分譜, 微分后得 $\phi(E)$ 。

有效闌法的主要缺点是当未知譜 $\phi(E)$ 与已知譜 $\phi_0(E)$ 相差較大时, 引进的誤差大。有效闌法的另一缺点是, 通常 $E_{\text{有效}}$ 都远大于 E_T , 对于低能区中子譜的測量不利。

(2) 闌上平均截面法 定义闌上平均截面为

$$\bar{\sigma}_0 = \frac{\int_{E_T}^{\infty} \sigma(E) \phi(E) dE}{\int_{E_T}^{\infty} \phi(E) dE}, \quad (26)$$

則有

$$\frac{\bar{\sigma}}{\bar{\sigma}_0} = \int_{E_T}^{\infty} \phi(E) dE. \quad (27)$$

对于未知譜 $\phi(E)$, 选取一个近似的已知譜 $\phi_1(E)$, 代入(26)式計算得 $\bar{\sigma}_0$ 。再由活化放射性求出 $\bar{\sigma}$ 。以 $\bar{\sigma}_0, \bar{\sigma}$ 代入(27)式即得闌能 E_T 以上的中子通量。用一系列 E_T 不同的指示箔即得中子积分譜, 微分后得 $\phi(E)$ 。 $\phi_1(E)$ 可由理論估計, 也可以由以前所述各种方法求得。为了得到更精确結果, 还可以逐次近似。用这种方法可以避免有效闌法的缺点。問題是一級近似譜 $\phi_1(E)$ 要选得好, 否則計算量是很大的。

四、實驗方法

1. 指示箔的选择

活化法所用的指示箔应满足下列条件:

- (1) 所利用的各个核反应的截面-能量关系必須是互相独立的。
- (2) 所利用的核反应應該具有测得較准确的,而且較完整的截面-能量关系曲綫。
- (3) 各核反应的灵敏能区适当地分布在待测譜的各能区中。通常,10兆电子伏以上的用($n, 2n$)反应,几个兆电子伏的用(n, α)及(n, p)反应,1兆电子伏左右的用(n, n')及(n, f)反应,0.1—0.2兆电子伏的可用(n, γ)反应(此时必須沒有慢中子干扰)。
- (4) 反应产物半衰期應該适中,最好是在十几分钟到十几小时左右。否则放射性测量不易准确且不方便。
- (5) 在所用的指示箔內應該沒有无法分辨的竞争活化。由于一种核可能有几种反应,而且,一个指示箔內也可能有几种元素或同位素,竞争活化是难免的。通常可以根据放射性的类型(β 或 γ)、半衰期、射綫能量的差別来分开,但若差別不大,就不易分辨了。
- (6) 所用活化反应的截面应較大,所用同位素丰度应尽量高,以便在中子通量較低的情况下应用。而且,这时也易与竞争活化分开。
- (7) 所用指示箔應該有較稳定的物理、化学性质。
- (8) 指示箔的大小和厚度,首先应适应工作环境的要求,并避免使中子譜畸变。

2. 中子的照射

用中子照射使指示箔活化时,应注意下列条件:

- (1) 几个指示箔受照射的条件应尽可能相同。
- (2) 中子通量应尽可能稳定。
- (3) 照射的时间应适当調節,使得有用的活化放射性較強而竞争活化較弱。
- (4) 根据需要加适当的屏蔽层,例如包銅屏蔽掉热中子。利用(n, γ)反应时包同样材料的箔以減少共振中子。若工作环境中可能有放射性沾污,則应包适当的保护层以免不必要的放射性干扰。

3. 放射性的測量

在活化法中,通常是測量出活化产物的放射性衰变曲綫,然后計算出飽和放射性或飽和計數率。今就測量方法和数据处理方法分別討論如下。

(1) 测量方法 与普通放射源的測量一样,需要絕對測量时,用 $\beta-\gamma$ 符合法或 4π 計数管測量。

比較简单的方法是用已知探测效率 s 的計数装置測量。例如,用已知通量和已知其核反应截面的中子照射指示箔,此时放射性可以計算得出,用測得的計數率与之相比即得 s 值。对于闕反应,可用14兆电子伏的中子或裂变譜中子校正;对于(n, γ)反应,可用热中子或裂变譜中子校正。

在某些工作中,例如以 U^{235} 裂变譜作标准来測定其他裂变譜的工作中^[1,12],只需測量計數率,探测效率因子在相对比較中都消去了。

(2) 数据处理方法^[33-36] 今就計數率的修正、单一成分衰变情况以及多成分衰变情况下

的数据处理討論如下。

(i) 計數率的修正 我們只討論簡單的相對測量問題。在 $\left(t_i - \frac{\Delta t_i}{2}, t_i + \frac{\Delta t_i}{2}\right)$ 時間間隔內測到的指示管的計數 $n(t_i)$ 與 t_i 時的放射性 $A(t_i)$ 有如下的關係^[2]：

$$A(t_i) = \frac{1}{\epsilon P_i} \left[\frac{K_i n(t_i)}{\Delta t_i} - \frac{n_b}{\Delta t_b} \right], \quad (28)$$

其中 ϵ 為計數裝置的效率(包括計數管的探測效率、所張的立體角以及放射源可能存在的分支衰變)； P_i 為當 Δt_i 與半衰期可比時的修正(通常， $\lambda \Delta t_i \ll 1$ ， $P_i \approx 1$ ，不必修正)； K_i 為計數裝置死時間的修正； n_b 為在 Δt_b 時間間隔內所測得的本底計數。

(ii) 單一成分衰變情況下數據的處理 如果競爭活化都可以顯著分開，則衰變曲線是由單一衰變常數 λ 決定的指數曲線，在對數座標紙上成一直線。即

$$\ln A(t) = \ln A' - \lambda t; \quad (29)$$

或

$$\ln A'(t) = \ln A' - \lambda t, \quad (30)$$

式中 A' 和 A 分別表示停止照射時的計數率和放射性。

λ 可以引用文獻上的數據或由自己多次測量的衰變曲線用最小二乘法定出。測未知譜時，通常取十個左右的 t_i 值，測量 $A'(t_i)$ 。數據處理問題實質上就是用這些實驗值，在已知斜率的條件下，解出最佳的直線方程與縱坐标的截距。

通常可以由

$$A'_{0i} = \frac{e^{\lambda t_i}}{[1 - e^{-\lambda T}]} A'(t_i)$$

算得與各實驗值 $A'(t_i)$ 相應的飽和計數率 A'_{0i} ，再取其加權平均值 A'_0 ：

$$A'_0 = \frac{\sum_{i=1}^m W_i A'_{0i}}{\sum_{i=1}^m W_i}, \quad (31)$$

其中 W_i 為 A'_{0i} 的权重，與其誤差的平方成反比，可令

$$W_i = e^{-2\lambda t_i} \left[\frac{K_i^2 n(t_i)}{\Delta t_i^2} + \frac{n_b}{\Delta t_b^2} \right]^{-1}, \quad (32)$$

通常 $\frac{n_b}{\Delta t_b^2}$ 可以忽略不計。

A'_0 的標準誤差為

$$S\{A'_0\} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m W_i (A'_{0i} - A'_0)^2}{(m-1) \sum_{i=1}^m W_i}}. \quad (33)$$

(iii) 多成分衰變情況下的數據的處理 設有兩個衰變成分，其衰變常數分別已知為 λ_1, λ_2 ；其飽和計數率分別為 A'_{01} 及 A'_{02} ，則

$$A'_{01} = \frac{\left(\sum_i P_i b_i^2 \right) \left(\sum_i P_i a_i A'_i \right) - \left(\sum_i P_i b_i a_i \right) \left(\sum_i P_i b_i A'_i \right)}{\left(\sum_i P_i a_i^2 \right) \left(\sum_i P_i b_i^2 \right) - \left(\sum_i P_i a_i b_i \right)^2},$$

$$A'_{02} = \frac{\left(\sum_i P_i a_i^2 \right) \left(\sum_i P_i b_i A'_i \right) - \left(\sum_i P_i a_i b_i \right) \left(\sum_i P_i a_i A'_i \right)}{\left(\sum_i P_i a_i^2 \right) \left(\sum_i P_i b_i^2 \right) - \left(\sum_i P_i a_i b_i \right)^2}, \quad (34)$$

其中 $a_i = e^{-\lambda_1 t_i}$; $b_i = e^{-\lambda_2 t_i}$; $A'_i = A'(t_i)$; P_i 为 A'_i 的权。 A'_{01} 和 A'_{02} 的标准誤差分別为

$$S\{A'_{01}\} = \frac{E}{\sqrt{q_1}}, \quad S\{A'_{02}\} = \frac{E}{\sqrt{q_2}}, \quad (35)$$

其中

$$q_1 = \frac{\left(\sum_i P_i a_i^2 \right) \left(\sum_i P_i b_i^2 \right) - \left(\sum_i P_i a_i b_i \right)^2}{\sum_i P_i b_i^2},$$

$$q_2 = \frac{\left(\sum_i P_i a_i^2 \right) \left(\sum_i P_i b_i^2 \right) - \left(\sum_i P_i a_i b_i \right)^2}{\sum_i P_i a_i^2};$$

E 由衰变曲线上各实验值与计算值的残差平方和求出，即

$$E = \sqrt{\frac{\sum_i P_i [A'_i - (A'_{01} e^{-\lambda_1 t_i} + A'_{02} e^{-\lambda_2 t_i})]^2}{(m-2) \sum P_i}}.$$

更多成分的衰变曲线，原则上也可以类似地解出，但计算较复杂，应尽量避免。

五、总 结

用活化法测量快中子能谱还只有十年左右的历史。近几年来的进展比较显著。主要的进展可以概括为两方面：进展之一是扩展了可以测量的能区，利用 (n, n') , (n, f) 反应可以使测量能区的下限从 2—3 兆电子伏扩展到几百千电子伏。在特殊条件下，用 (n, γ) 反应可以扩展到 100 千电子伏左右。进展之二是发展了活化方程的各种近似解法，提高了所得谱形的精确度。

但活化法还有其局限性。基本局限性是对于复杂的能谱，误差较大。因为存在一个基本矛盾：要对复杂能谱有较好的近似就需要有多个指示箔，而所用的指示箔越多，则误差的积累越大。

在现阶段，误差大的缺点更是突出。因为目前大多数活化反应的截面-能量关系曲线都还不够精确或残缺不全，而且活化放射性的测量误差较大，通常在 5% 以上。[同样利用 (n, f) 反应，若用裂变室测反应数目就可以准到 1—2%。] 而在低能区，由于没有合适的反应，误差更大。在一定条件下虽然可以用 (n, γ) 反应，但由于它的截面-能量关系的独立性不如有阈的反应好，故误差较大。另一个局限性是对于通量较低的谱还不能测量。若测反应产物的 β 放射性，当中子通量小于 10^6 中子/秒·厘米² 时已难以准确测量。若测反应产物的 γ 放射性，由于指示箔可以加厚，故可在较低的中子通量下测量，但中子通量也总在 10^4 中子/秒·厘米² 以上。

今后，活化法的进一步发展将取决于更准确的截面-能量关系曲线的测量以及更准确、更灵敏的放射性测量方法的发展。

最后我们对何泽慧先生的指导和关心表示深切的谢意。

附录 常用活化反应的特性

核 反 应	反应产物半衰期	反应产物放射性	实验阈值 ^[1] E_T , 光电子伏	裂变谱有效阈及有效截面**	
				有效阈 $E_{\text{有效}}$, 光电子伏	有效截面 $\sigma_{\text{有效}}$, 毫吧
$\text{Au}^{197}(n,\gamma)\text{Au}^{198}$	2.7天	β, γ	—	—	—
$\text{As}^{75}(n,\gamma)\text{As}^{76}$	26.5小时	β, γ	—	—	—
$\text{Np}^{237}(n,f)$	—	测 γ	~0.2	0.80	1550
$\text{U}^{239}(n,f)$	*	测 γ	0.6	1.67	658
$\text{In}^{113}(n,n')\text{In}^{115m}$	4.5小时	γ	0.5	1.5	250
$\text{Hg}^{170}(n,n')\text{Hg}^{199m}$	44分	γ	0.4	1.9	120
$\text{P}^{31}(n,p)\text{Si}^{31}$	157分	β	2.0	2.71	118.9
$\text{S}^{33}(n,p)\text{P}^{33}$	14.3天	β	1.9	2.78	272
$\text{Al}^{27}(n,p)\text{Mg}^{27}$	9.5分	β, γ	1.8	4.67	55.7
$\text{Si}^{28}(n,p)\text{Al}^{28}$	2.3分	β, γ	4.8	5.5	80
$\text{Fe}^{58}(n,p)\text{Mn}^{58}$	155分	β, γ	4.9	6.33	52.4
$\text{Al}^{27}(n,\alpha)\text{Na}^{24}$	14.9小时	β, γ	6.6	7.25	58.7
$\text{Cu}^{63}(n,2n)\text{Cu}^{63}$	9.7分	β, γ	12.0	12.77	693

* 裂变产物成分复杂, 测量时由实验得到。在取适当的脉冲幅度甄别后, 在停止照射后 3—20 小时, 计数率 $\propto t^{-1.89[6]}$ 。

** 主要引自文献[1], 其他的文献[2, 7, 15]作为补充。

参 考 文 献

- [1] J. Grund, A. Usner, *Nucl. Sci. Eng.*, 8, 598 (1960).
- [2] Н. В. Звонов и др., *Атом. энер.*, 12, 116 (1962).
- [3] W. Köhler, *Zeit. Natur.*, 16, 936 (1961).
- [4] J. B. Trice, *Nucleonics*, 16, No. 7, 81 (1958).
- [5] А. И. Леппунский и др., PUAE, Geneva, 1958, Vol. 12, p. 3.
- [6] R. J. Grader, *RSI*, 32, 933 (1961).
- [7] J. B. Trice, CF-55-10-140 (1955).
- [8] С. П. Белов и др., *Атом. энер.*, 6, 663 (1959).
- [9] Б. А. Дулин и др., *Атом. энер.*, 9, 318 (1960).
- [10] В. П. Ковалев и др., *ЖЭТФ*, 33, 1069 (1957).
- [11] J. Grundl, Neuer, *Bull. Amer. Phys. Soc.*, Ser. II, 1, 95 (1956).
- [12] 胡选文、梅启庸、刘天柱, 原子能科学技术, 第 4 期, 368 (1964).
- [13] G. S. Hurst et al., *RSI*, 27, 153 (1956).
- [14] H. Ager-Hanssen, J. M. Dødehein, PUAE, Vol. 14, p. 455 (1958).
- [15] T. O. Parsell, R. L. Heath, *Nucl. Sci. Eng.*, 10, 308 (1961).
- [16] P. M. Uthe, WADC-TR-57-3 (1957).
- [17] В. И. 斯米尔諾夫, 高等数学教程, 二卷二分册 第六章 及 四卷一分册 第一章, 高等教育出版社, 1958.
- [18] J. B. Trice, APEX-408 (1957).
- [19] W. D. Lanning, K. W. Brown, *Trans. Amer. Nucl. Soc.*, 4, No. 2, 267 (1961).
- [20] J. Motteff, *Nucleonics*, 20, No. 12, 56 (1962).
- [21] G. J. Fisher, *Nucl. Sci. Eng.*, 7, 355 (1960).
- [22] Beets, *Reactor Sci. Tech.*, 16, 221 (1962).
- [23] C. Byers, *Nucl. Sci. Eng.*, 8, 608 (1960).
- [24] L. B. Engle, *Nucl. Sci. Eng.*, 8, 543 (1960).
- [25] D. J. Hughes, Suppl. No. 1 to BNL-325 2-d ed., 1960.
- [26] W. D. Allen, Progress in nuclear Energy, Ser. 1, vol. II, 1958, p. 1.
- [27] D. J. Hughes, Suppl. No. 1 to BNL-325 2nd ed., 1960.
(A. E. Johnsrud 和 Bilpuch 等人的平均值.)
- [28] I. Bergqvist, *Arkiv för Fysik*, 23, 425 (1963).
- [29] Gibbons, *Bull. Am. Phys. Soc.*, Ser. II, 4, 385 (1959).
- [30] R. Dierckx, *Nucl. Instr.*, 15, 355 (1962).
- [31] D. J. Hughes, Pile neutron research, Ch. 4, Addison-Wesley Publish Comp., 1953.

- [32] R. C. Barrall et al., *Nucleonics*, **20**, No. 7, 58 (1962).
- [33] 張启人, 测定值計算基础, 科学出版社, 1958.
- [34] A. F. Jaffey, *Nucleonics*, **18**, No. 11, 160 (1960).
- [35] D. J. Behrens, AERE, T/R-629 (1951).
- [36] В. И. Гольдинский и др., Статистика отсчетов при регистрации ядерных частиц, ГИФЛ, Москва, 1959.
- [37] D. J. Hughes, BNL-325 (1958).

(編輯部收稿日期 1963 年 10 月 8 日)