

# 氢原子的辐射

丁 沅

## 摘 要

本文就氢原子的能级、氢原子光谱线系与自发辐射、氢原子的微波辐射和氢原子的双光子辐射四个方面,进行了评述。并在评述的基础上,对氢原子  $n=2$  能级的超精细结构跃迁(微波辐射)作了计算。

氢原子是最简单的原子,它表现的规律,简单明晰,易于观察,因此它往往成为研究更复杂原子的突破口。此外又由于它是理论上唯一能精确求解的原子,将理论结果与实验对照,以验证理论的正确与否,它又是最好的目标。因此氢原子至今仍为科学家所重视。本文先就氢原子的自发辐射问题,作一些简略的讨论。

## 一、氢原子的能级

自从玻尔发现氢原子具有分立的能级以来,对氢原子的理论探讨,已经很详尽了。首先把氢原子看成是一个电子质点在原子核的库仑场中运动,在这种模型下,讨论了氢原子能级的粗略结构。这时氢原子的薛定谔方程是:

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + \frac{ze^2}{r}\right)\Psi = E\Psi$$

式中  $m$  是电子的折合质量,为了把类氢系统也考虑在内,引进了原子序数  $Z$ 。在原子的薛定谔方程中,这是唯一能求解的方程,在  $E < 0$  时,其解具有如下形式:

$$\Psi_{nlm} = R_{nl}(r)Y_l^m(\theta, \varphi)$$

其中  $R_{nl}(r)$  是  $r$  的函数,但依赖于两个整数  $n$  和  $l$ ,  $Y_l^m(\theta, \varphi)$  则依赖于整数  $l$  和  $m$ 。这一结果说明:氢原子的状态(用  $\Psi_{nlm}$  描写)是分立的,只有  $nlm$  是整数的状态才能存在。此外  $nlm$  的取值范围还有一定限制:  $n=1, 2, \dots$ ;  $l=0, 1, 2, \dots, (n-1)$ ;  $m=0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$ 。

在这些分立的状态中,氢原子的能量可以计算出来,为

$$E_n = -\frac{z^2 m e^4}{2(4\pi\epsilon_0)^2 \hbar^2 n^2} = -hcR_y \frac{z^2}{n^2}$$

这一结果包含两点意义,首先能量是分立的,它依赖于量子数  $n$ ,其次能量是简并的,即  $lm$  不同的  $\Psi_{nlm}$ ,只要  $n$  相同,对应的能量相同。

以上讨论了粗略的能级系统,我们把它表示在图 1 最左边的一列中,其中各能级以光谱符号标志,它们与各量子数的对应,按通常的方式规定。

本文于 1983 年 3 月 3 日收到

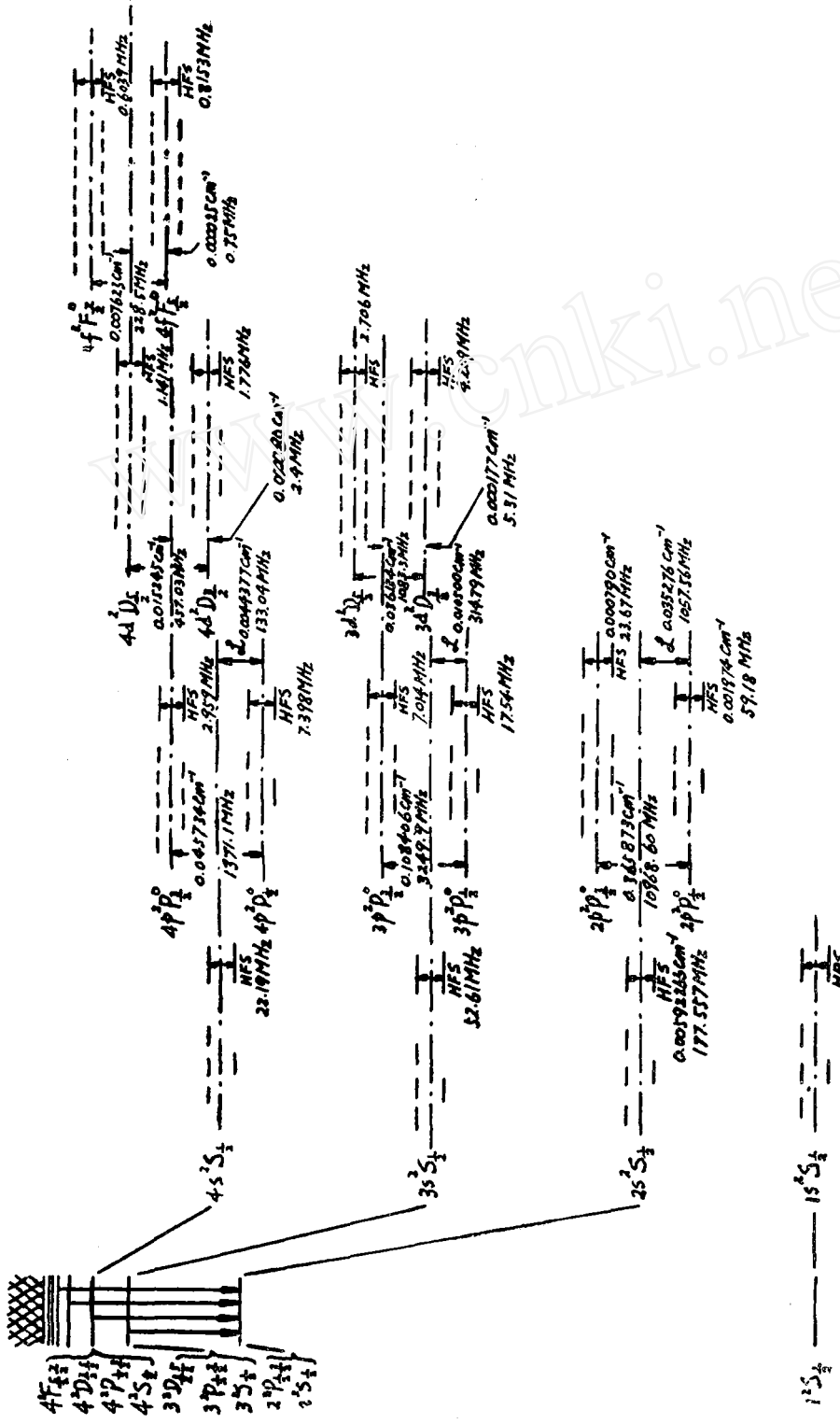


图 1

然而实际的光谱并不如此单纯，它具有精细结构，这反映能级系统还有细致的结构。引进能级精细分裂的根源有二，一是相对论效应，二是电子自旋与轨道运动的相互作用。这两种效应加在一起，所得的结果是在原来的能级上出现一个附加量：

$$\Delta E = \alpha^2 \left( \frac{3}{4n} - \frac{1}{j + \frac{1}{2}} \right) \frac{z^4}{n^3} R_y$$

其中

$$\alpha = \frac{c^2}{hc} \approx \frac{1}{137}$$

称为精细结构常数， $j$ 是总角动量量子数，它与轨道量子数  $l$  和自旋量子数  $s$  的关系是  $j = l \pm s$ 。此式只包含  $n, j$  两个量子数，这就是说：在同一个  $n$  所表征的能级中，只要  $j$  相同，则不论  $l$  为何值，附加能量  $\Delta E$  都是相同的，因而它们应当重合。图 2 中我们以点划线表示出前四个能级的这种精细结构。

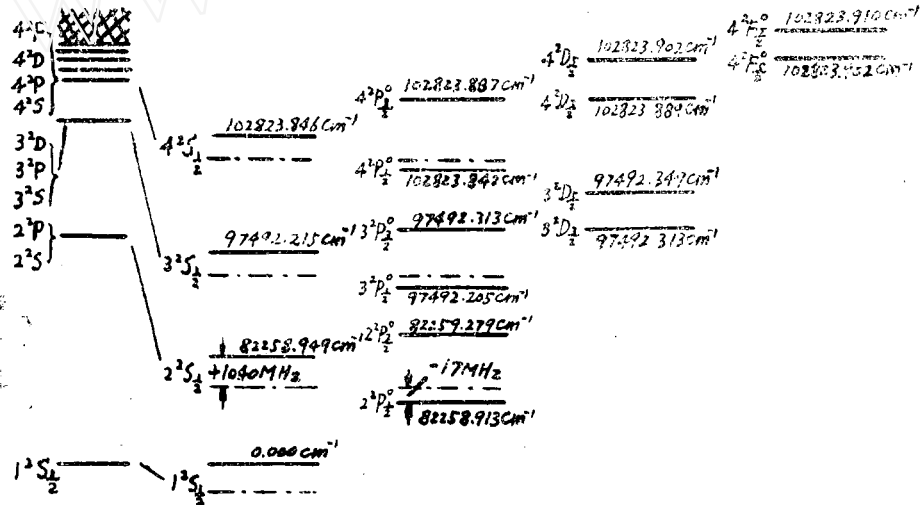


图 2

但是实验显示出这样重合是不真实的，1947年兰姆和李瑟福发现氢的  $2^2S_{1/2}$  比  $2^2P_{1/2}$  高  $0.034 \text{ 厘米}^{-1}$ ，这一相对位移称为兰姆位移。到了六十年代通过量子电动力学可以解释这一位移，因此对兰姆位移的精确实验测定，就成为量子电动力学的有力验证。图 2 中我们以实线表示考虑了兰姆位移的能级。需要说明的是，其中  $3^2P_{3/2}$  与  $3^2D_{3/2}$  之间， $4^2P_{3/2}$  与  $4^2D_{3/2}$  之间也是有位移的，只是在我们所引有效数据之内是重合的。

以上所考虑的模型还是不全面的，因为原子核的作用仍然忽略了。事实上原子核也有自旋，存在着磁矩，同时原子核还有电四极矩，这些都将与电子相互作用，引起能级的进一步分裂，这就是超精细结构。

超精细分裂的每一个分量，对应于原子总角动量  $\vec{F}$  的一个值， $\vec{F}$  是原子核的角动量  $\vec{I}$  与电子总角动量  $\vec{J}$  的耦合， $\vec{F} = \vec{I} + \vec{J}$ 。计算结果，超精细分裂中的附加能量具有下列形式<sup>[1]</sup>：

$$\Delta E_F = \frac{1}{2} AC + BC(C+1)$$

其中  $C = F(F+1) - J(J+1) - I(I+1)$ , 这里  $F$  是总角动量量子数,  $J$  是电子总角动量量子数,  $I$  则是核自旋量子数。至于  $A$  和  $B$  是两个超精细结构常数, 它们的计算是颇为冗长的。考虑了超精细分裂的能级, 示于图 1 的右边<sup>[2][3]</sup>。

## 二、氢原子的线光谱与线系

氢光谱具有明显的线系, 它们的波数  $\tilde{\nu} = \frac{1}{\lambda}$ , 满足下列公式:

$$\tilde{\nu} = R_y \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad \begin{matrix} m = 1, 2, 3, \dots \\ n = 2, 3, 4, \dots \end{matrix} \quad n > m$$

当  $m=1$  时是赖曼系,  $m=2$  时是巴尔末系,  $m=3$  时是帕邢系,  $m=4$  时是布喇开系等等, 而这些线系是能级之间跃迁发射的。原子跃迁有电偶极跃迁, 磁偶极跃迁和电四极跃迁等, 对于以上线系, 只需讨论电偶极跃迁, 因为磁偶极跃迁与电四极跃迁, 几率极小, 可以忽略。

原子的辐射可以粗略地用量子论解释, 但简单量子论是不能解释自发辐射的, 因为从简单量子论看来, 原子处于一系列定态之中, 若开始时它处于某一激发态, 如果没有外来影响, 则将一直处于这一状态。显然事实与此相反, 激发态的原子, 会很快跃迁到低能态而发射光子。量子电动力学是这样来处理自发辐射的, 认为辐射场是一个谐振子的集合, 每一个模是一个角频率为  $\omega$  的谐振子, 具有能量

$$E = \left( n_{\vec{k}; \vec{\epsilon}} + \frac{1}{2} \right) h\omega \quad n_{\vec{k}; \vec{\epsilon}} = 0, 1, 2, \dots$$

其中脚标表示波矢  $\vec{k}$  和偏振矢  $\vec{\epsilon}$ 。再把原子与辐射场看成是一个统一的系统。如果开始时系统中原子处于  $k$  态, 而辐射场有  $n_{\vec{k}; \vec{\epsilon}}$  个场量子, 那末可以计算得, 单位时间内, 系统以电偶极跃迁, 到达原子处于  $i$  态 ( $i < k$ ) 而辐射场有  $n_{\vec{k}; \vec{\epsilon}} + 1$  个场量子的状态的几率为:

$$P_{ki} = \frac{e^2 \omega_{ii}^3}{3\pi \epsilon_0 \hbar c^3} (n_{\vec{k}; \vec{\epsilon}} + 1) \left| \int \psi_i^* \vec{r} \psi_k dv \right|^2$$

其中第一项是受激辐射几率, 第二项就是自发辐射几率, 因为即使开始时没有场量子,  $n_{\vec{k}; \vec{\epsilon}} = 0$ , 第二项也不等于零。

除跃迁几率以外, 也常用辐射衰变寿命来描写跃迁可能性的大小, 它定义为跃迁几率的倒数  $\tau = \frac{1}{P_{ki}}$ 。可以看出自发辐射的跃迁几率 (或寿命) 与矩阵元  $\int \psi_i^* \vec{r} \psi_k dv$  和角频率  $\omega_{ki}$  有关。我们先对与  $\omega_{ki}$  的依赖关系, 作一些数量上的估计。当辐射的角频率很高, 例如是  $\gamma$  射线时, 寿命约为  $10^{-15} - 10^{-17}$  秒的数量级, 即跃迁几率很大, 辐射的谱线很强。相反如果辐射在无线电波或微波区域, 则辐射几率就很小了, 这一点下面再详细讨论。

至于与矩阵元的依赖关系, 则只有当矩阵元不等于零时, 跃迁几率才不为零, 换句话说, 就是矩阵元为零的跃迁是禁止的。以此为依据, 可以计算得跃迁的选择定则为:

$$\begin{aligned} \Delta j &= 0, \pm 1 & 0 \leftarrow 1 \rightarrow 0 \\ \Delta l &= \pm 1 \\ \Delta m &= 0, \pm 1 \end{aligned}$$

其中符号  $0 \leftarrow 1 \rightarrow$  表示从  $j=0$  到  $j'=0$  的跃迁不存在。至于那些允许的跃迁, 则几率的大小,

反映了所发射谱线的强度。表 1 列出了部份数据。

氢原子的跃迁几率与寿命

表 1

跃 迁	相应波长 (Å)	跃迁几率 (秒 <sup>-1</sup> )	寿命 (毫微秒)
1s-2p	1216	6.265×10 <sup>8</sup>	1.596
2p-3s	6563	6.313×10 <sup>6</sup>	158.4
1s-3p	1026	1.672×10 <sup>8</sup>	5.981
2s-3p	6563	2.245×10 <sup>7</sup>	5.273
2p-3d	6563	6.465×10 <sup>7</sup>	15.47
2p-4s	4861	2.573×10 <sup>6</sup>	387.9
3p-4s	18751	1.835×10 <sup>6</sup>	226.6
1s-4p	375	6.818×10 <sup>7</sup>	14.67
2s-4p	4861	9.668×10 <sup>6</sup>	103.4
3s-4p	18751	3.065×10 <sup>6</sup>	326.3
3d-4p	18751	3.475×10 <sup>5</sup>	12.31
2p-4d	4861	2.062×10 <sup>7</sup>	48.49
3p-4d	18751	7.037×10 <sup>6</sup>	36.16
3d-4f	18751	1.379×10 <sup>7</sup>	72.52

我们知道，氢原子光谱是有精细结构与超精细结构的，应用以上关于跃迁几率与选择定则的概念，不难了解这方面的详情，兹以  $H_{\alpha}$  线为例讨论之，与此线有关的能级与跃迁示于 3 中，根据选择定则，下列跃迁是允许的：

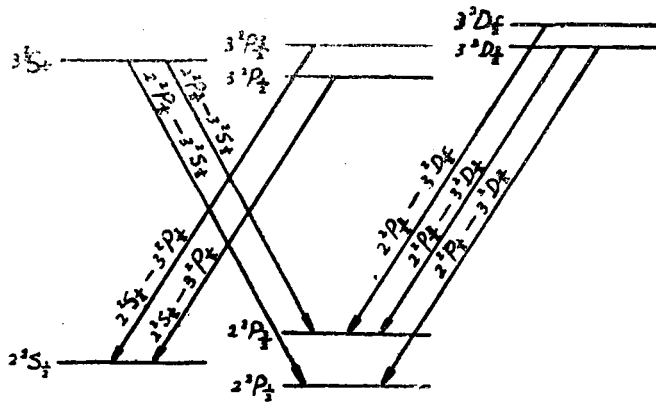


图 8

1.  $2^2P_{3/2} - 3^2S_{1/2}$  (15232.936 厘米<sup>-1</sup>)
2.  $2^2P_{3/2} - 3^2D_{3/2}$  (15233.034 厘米<sup>-1</sup>)
3.  $2^2P_{3/2} - 3^2D_{5/2}$  (15233.070 厘米<sup>-1</sup>)
4.  $2^2S_{1/2} - 3^2P_{1/2}$  (15233.256 厘米<sup>-1</sup>)

$$5. \quad 2^2P_{1/2} - 3^2S_{1/2} \quad (15233.302 \text{ 厘米}^{-1})$$

$$6. \quad 2^2S_{1/2} - 3^2P_{3/2} \quad (15233.364 \text{ 厘米}^{-1})$$

$$7. \quad 2^2P_{1/2} - 3^2D_{3/2} \quad (15233.400 \text{ 厘米}^{-1})$$

可见  $H_\alpha$  线是由七根线组成的，其中三根靠得很近成为一组，另外四根靠得很近成为一组，两组间的距离约为  $0.33 \text{ 厘米}^{-1}$ 。

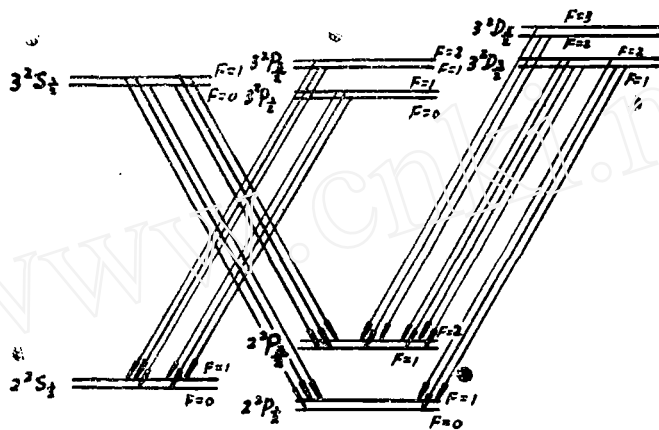


图 4

关于超精细结构，存在以下选择定则：两个不同能级的超精细分量之间的电偶极跃迁，服从  $\Delta F = 0, \pm 1$ ； $F + F' \geq 1$ 。相同能级的超精细分量之间，电偶极跃迁是禁止的，磁偶极跃迁和电四极跃迁是允许的。应用选择定则可见， $H_\alpha$  线的每一个精细分量又分裂为三到四个超精细分量。存在的跃迁见图 4。

氢的精细结构与超精细结构靠得很近，在谱线宽度以内，因此旧的光谱学方法是无法分辨的。自从激光光谱方法问世以来，这方面取得了不少成果。例如图 5 所示的是用饱和吸收光谱术取得的  $H_\alpha$  线的精细结构。图 6 是用双光子光谱方法取得的氢和氘的  $1S_{1/2} - 2S_{1/2}$  跃迁的超精细结构。

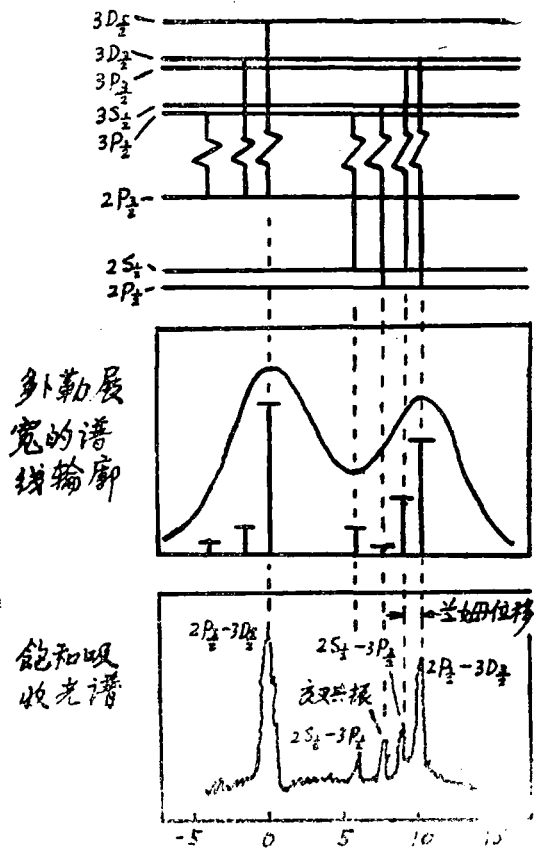


图 5

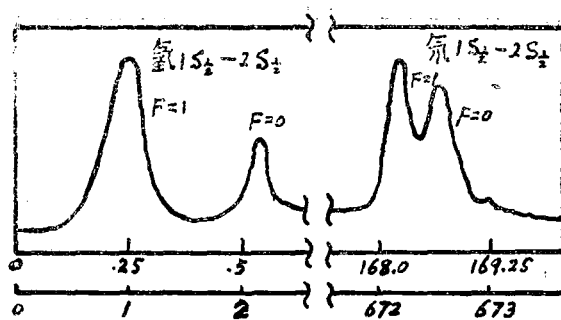


图 6

### 三、氢原子的微波辐射

氢原子的 21 厘米波长的微波辐射是有名的，射电天文学中，已利用这一辐射，测绘了整个银河系中氢原子的分布。这是氢原子基态的两个超精细能级之间的跃迁，相应的频率是 1420 兆赫。

讨论这种跃迁，首先应该考虑选择定则，同一能级的超精细分量之间的电偶极跃迁，根据宇称的选择定则 ( $\Delta l = \pm 1$ ) 是禁止的。磁偶极跃迁是允许的，而电四极跃迁，则当  $2j \geq 2$  时是允许的。

先以上面提到的 21 厘米波长的微波辐射为例讨论之。对于氢原子基态来说，能级为  $1s^2S_{1/2}$ ， $j = \frac{1}{2}$ ，不满足  $2j \geq 2$  的条件，故电四极跃迁是禁止的，只要考虑磁偶极跃迁即可。

磁偶极跃迁的跃迁几率由下式决定：

$$A_{M1} = \frac{\mu_0 \omega_k^3}{3\pi \hbar c^3} \frac{1}{g_k} \sum_{M_k M_i} |\langle k M_k | \vec{\mu} | i M_i \rangle|^2$$

其中  $g_k$  是上能级的统计权重，对氢原子基态的超精细能级来说，上能级的  $F = 1$ ，故  $g_k = 3$ 。计算矩阵元，得

$$\sum_{M_k M_i} |\langle k M_k | \vec{\mu} | i M_i \rangle|^2 = 3\mu_B^2$$

以此代入上式，并将各常数代入，得磁偶极跃迁几率及寿命为

$$A_{M1} = \frac{\mu_0 \omega_{HFS}^3}{3\pi \hbar c^3} \mu_B^2 = 2.85 \times 10^{-15} \text{秒}^{-1}$$

$$\tau_{M1} = 3.51 \times 10^{14} \text{秒} = 1.14 \times 10^7 \text{年}$$

可见其寿命极长，跃迁几率极小，在实验室光源中，由于原子之间相互碰撞所引起的消激发远大于此，故不能看到这一自发射辐射。只有在星际空间的范围内，氢原子极其稀薄，碰撞效应可以忽略，而且可以对很大范围内的氢原子的总辐射作观察，才能探测到。

为了进一步从数量级上了解氢原子超精细结构之间的跃迁几率，再以  $n = 2$  的各超精细分量之间的跃迁为例讨论之。从图 1 可以看到， $n = 2$  有三个精细结构分量， $2s^2S_{1/2}$ ， $2p^2P_{1/2}$  和  $2p^2P_{3/2}$ ，每一个又分裂为两个超精细结构分量，前两个是  $F = 1$  和  $F = 0$ ，后面一个是  $F = 2$  和  $F = 1$ 。在它们之间跃迁时分别发射 177.557 兆赫，59.18 兆赫和 23.67 兆赫的微波辐射。

先看  $2p^2P_{3/2}$  的两个超精细分量之间的跃迁, 在这里磁偶极跃迁电四极跃迁都是允许的, 为计算矩阵元, 写出这两个超精细分量的波函数如下:

$$\begin{aligned}
 |F=2 \ M=2\rangle &= R_{21}Y_1^1x(+)\Theta(+), \\
 |F=2 \ M=1\rangle &= \sqrt{\frac{1}{4}}R_{21}Y_1^1x(+)\Theta(-) + \sqrt{\frac{1}{2}}R_{21}Y_1^0x(+)\Theta(+), \\
 &\quad + \sqrt{\frac{1}{4}}R_{21}Y_1^1x(-)\Theta(+), \\
 |F=2 \ M=0\rangle &= \sqrt{\frac{1}{3}}R_{21}Y_1^1x(+)\Theta(-) + \sqrt{\frac{1}{6}}R_{21}Y_1^1x(-)\Theta(-), \\
 &\quad + \sqrt{\frac{1}{6}}R_{21}Y_1^{-1}x(+)\Theta(+), + \sqrt{\frac{1}{3}}R_{21}Y_1^0x(-)\Theta(+), \\
 |F=2 \ M=-1\rangle &= \sqrt{\frac{1}{4}}R_{21}Y_1^{-1}x(+)\Theta(-) + \sqrt{\frac{1}{2}}R_{21}Y_1^0x(-)\Theta(-), \\
 &\quad + \sqrt{\frac{1}{4}}R_{21}Y_1^{-1}x(-)\Theta(+), \\
 |F=2 \ M=-2\rangle &= R_{21}Y_1^{-1}x(-)\Theta(-), \\
 |F=1 \ M=1\rangle &= \sqrt{\frac{1}{4}}R_{21}Y_1^1x(+)\Theta(-) - \sqrt{\frac{1}{2}}R_{21}Y_1^0x(+)\Theta(+), \\
 &\quad - \sqrt{\frac{1}{4}}R_{21}Y_1^1x(-)\Theta(+), \\
 |F=1 \ M=0\rangle &= \sqrt{\frac{1}{3}}R_{21}Y_1^0x(+)\Theta(-) + \sqrt{\frac{1}{6}}R_{21}Y_1^1x(-)\Theta(-), \\
 &\quad - \sqrt{\frac{1}{6}}R_{21}Y_1^{-1}x(+)\Theta(+), - \sqrt{\frac{1}{3}}R_{21}Y_1^0x(-)\Theta(+), \\
 |F=1 \ M=-1\rangle &= \sqrt{\frac{1}{4}}R_{21}Y_1^{-1}x(+)\Theta(-) + \sqrt{\frac{1}{2}}R_{21}Y_1^0x(-)\Theta(-), \\
 &\quad - \sqrt{\frac{1}{4}}R_{21}Y_1^{-1}x(-)\Theta(+).
 \end{aligned}$$

其中  $x$  和  $\Theta$  分别是电子和质子的自旋波函数, 对磁偶极跃迁, 可算得矩阵元为

$$\sum_{M_k M_i} |\langle k M_k | \vec{\mu} | i M_i \rangle|^2 = 10\mu_B^2$$

以此代入磁偶极跃迁几率的式子, 可得几率及寿命为:

$$A_{M1} \approx 2.65 \times 10^{-20} \text{ 秒}^{-1}$$

$$\tau_{M1} \approx 1.19 \times 10^{12} \text{ 年}$$

至于电四极跃迁, 其跃迁几率由下式决定:

$$A_{E2} = \frac{\omega_{ki}^3}{360\pi\epsilon_0\hbar c^5} \frac{1}{g_k} \sum_{M_k M_i} |\langle k M_k | -e \sum_{\alpha\beta} (3r_\alpha r_\beta - r^2\delta_{\alpha\beta}) | i M_i \rangle|^2$$

其中  $r_\alpha r_\beta$  为电子位置矢量的笛卡尔分量, 用上述波函数算得矩阵元为:

$$\sum_{M_k M_i} |\langle k M_k | -e \sum_{\alpha\beta} (3r_\alpha r_\beta - r^2\delta_{\alpha\beta}) | i M_i \rangle|^2 = 2050a_0^4 e^2$$

其中  $a_0$  为玻尔第一轨道半径, 代入上式并加以数值化, 得电四极跃迁几率及相应的寿命为:

$$A_{E2} \approx 2.35 \times 10^{-38} \text{ 秒}^{-1}$$



$$\tau_{E2} \approx 1.35 \times 10^{28} \text{ 年}$$

至于  $2s^2S_{1/2}$  和  $2p_{1/2}$  两个能级的超精细结构之间的跃迁, 根据选择定则, 电四极跃迁是禁止的, 只存在磁偶极跃迁, 其计算方法与以上讨论的一样, 我们只给出计算结果如下:

$$2s^2S_{1/2}: A_{M1} \approx 5.60 \times 10^{-18} \text{ 秒}^{-1}$$

$$\tau_{M1} \approx 5.66 \times 10^9 \text{ 年}$$

$$2p^2P_{1/2}: A_{M1} \approx 2.30 \times 10^{-20} \text{ 秒}^{-1}$$

$$\tau_{M1} \approx 1.38 \times 10^{12} \text{ 年}$$

由这些讨论可以看出, 伴随  $L_{\alpha}$  线的微波辐射, 跃迁几率更小, 加上激发态的聚居数远小于基态, 故其辐射更难以探测。

#### 四、氢原子的双光子辐射

双光子跃迁, 对于了解氢原子, 以及多量子过程是很重要的。这一问题, 可以从氢的亚稳态能级  $2s^2S_{1/2}$  说起。图 7 中绘出了有关的几个能级, 其中  $2s^2S_{1/2}$  比  $2p^2P_{1/2}$  高出一些, 这就是兰姆位移。比  $2s^2S_{1/2}$  低的只有两个能级,  $2p^2P_{1/2}$  和  $1s^2S_{1/2}$ 。从  $2s^2S_{1/2}$  到  $2p^2P_{1/2}$  的电偶极跃迁是允许的, 但由于能级间隔极小, 相应的辐射频率很低, 而电偶极跃迁几率是与频率的立方成比例的, 所以其跃迁几率极小, 经计算相应的寿命约为 163 年, 故可忽略。从  $2s^2S_{1/2}$  到  $1s^2S_{1/2}$  的电偶极跃迁是严格禁止的, 因为它们的宇称相同。可以证明从  $2s^2S_{1/2}$  到  $1s^2S_{1/2}$  的电四极跃迁也是禁止的, 而磁偶极跃迁几率也很小, 寿命约为 5 天, 也可忽略。这样说来  $2s^2S_{1/2}$  应当很稳定了, 但事实并不如此, 还存在一种跃迁, 这就是双光子跃迁, 其跃迁几率虽小, 但比起上面的跃迁还是大得多。

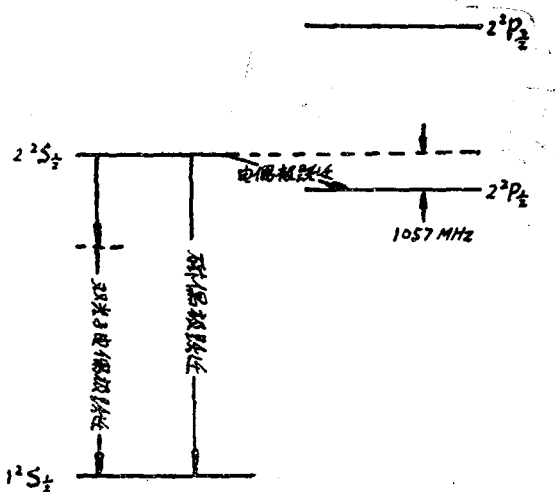


图 7

双光子跃迁的可能性, 从角动量守恒定律来考虑是明显的。关于宇称的选择定则是与角动量守恒的要求相联系的。原子从  $2s^2S_{1/2}$  到  $1s^2S_{1/2}$  跃迁, 角动量没有变化, 而一个光子具有角动量  $\hbar$ , 可见作这种跃迁而发射一个光子, 角动量是无法守恒的, 因此这种跃迁是禁止的。但如果同时发射两个光子, 则角动量可以守恒, 所以双光子跃迁是允许的。当然, 由于

能量守恒原理，两个光子的能量和，应当等于  $2s^2S_{1/2}$  与  $1s^2S_{1/2}$  的能级差。

发射两个光子的电偶极跃迁，其中一个光子的角频率在  $\omega_1$  到  $\omega_1 + d\omega_1$  之间的自发辐射几率由下式决定<sup>[4][6]</sup>

$$dA_{\omega_1\omega_2} = \frac{8e^2}{(4\pi\epsilon_0)^2\pi\hbar^2c^6} \omega_1^3\omega_2^3 |\bar{M}_{ik}|_{AV}^2 d\omega_1$$

其中矩阵元  $\bar{M}_{ik}$  为

$$\bar{M}_{ik} = \sum_j \left\{ \frac{\langle i | \vec{\epsilon}_1 \cdot \vec{r} | j \rangle \langle j | \vec{\epsilon}_2 \cdot \vec{r} | k \rangle}{\omega_2 + \omega_{ik}} + \frac{\langle i | \vec{\epsilon}_2 \cdot \vec{r} | j \rangle \langle j | \vec{\epsilon}_1 \cdot \vec{r} | k \rangle}{\omega_1 + \omega_{ik}} \right\}$$

这里  $j$  是中间态，而上式中  $|\bar{M}_{ik}|_{AV}^2$  的求平均，是对光子的传播方向及对光子的偏振矢量  $\vec{\epsilon}_1, \vec{\epsilon}_2$  相互独立地求平均。

将此式应用于氢原子的  $2s_{1/2} \rightarrow 1s^2S_{1/2}$  跃迁，这时初态末态及中间态的波函数分别为

$$\psi_i(r) = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} R_{20}$$

$$\psi_f(r) = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} R_{10}$$

$$\psi_j(r) = R_{n1} Y_1^m$$

以此算出矩阵元，求得  $dA_{\omega_1\omega_2}$  再对  $\omega_1$  从  $\omega_1 = 0$  到  $\omega_1 = E_i - E_f$  积分可得

$$A = \int_{\omega_1=0}^{\omega_1=E_i-E_f} dA_{\omega_1\omega_2} \approx 7 \text{ 秒}^{-1}$$

这就是电偶极双光子辐射的几率，可见是不能忽略的。

双光子发射有两个性质是值得注意的，一是光子的角关联。由于双光子发射中，原子——光子系统的角动量是守恒的，这就影响到它们的发射方向之间也是相关联的，可以证明两个光子的角分布按  $(1 + \cos^2\theta)$  的规律变化，其中  $\theta$  是两个光子的传播方向之间的夹角。双光子的这种角关联已为实验所证实<sup>[6]</sup>。

其次是发射的两个光子的光谱分布是连续的<sup>[6]</sup>，且对两个光子是对称的，所以两个光子有同一形式的分布。这种分布如图 8 所示，其中纵座标是一个光子（角频率为  $\omega_1$ ）的跃迁几率，它是  $\omega_1$  的函数，而横座标则是  $\omega_1$  与  $\omega_{ki}$  之比。实际观测中，已在星云光谱的  $L_\alpha$  线附近测到了这种连续谱。

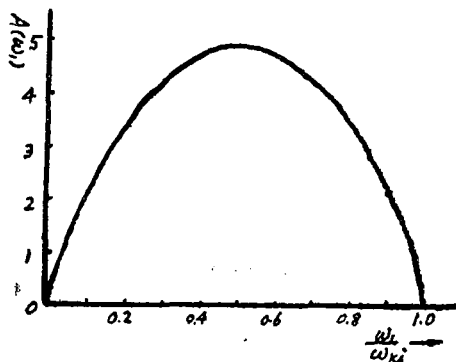


图 8

## 参 考 文 献

- [ 1 ] I. I. Sobelman: "Atomic Spectra and Radiative Transitions" (Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York 1979)
- [ 2 ] J. D. Garcia and J. E. Mak: J. Opt. Soc. Amer. 55, 654, (1965).
- [ 3 ] B. N. Taylor, W. H. Parker D. N. Langenberg: Rev. Mod. Phys, 41 (1969)
- [ 4 ] A. Ahieser, V. Berestetsky: "Quantum Electrodynamics" (Physmathgiz, Moscow 1959)
- [ 5 ] G. Breit. and E. Teller: Astrophys. J. 91, 215, (1940)
- [ 6 ] R. Novick: "Physics of the One and Two-electron Atoms" (North Holland, Amsterdam 1969)

## The Spontaneous Emission of Hydrogen Atom

*Ding Yuan*

### Abstract

There are four subjects reviewed in this paper, that is, the energy level of hydrogen, the spectral series of hydrogen, the radio emission from hydrogen and the two-photon emission of hydrogen. Also the radio emission of levels labeled by  $n=2$  of hydrogen is calculated in detail.

## “假肢温度反馈仪”的研究取得阶段成果

由民政部城福司委托我院生物系研究的“假肢温度反馈仪”课题，一年来取得可喜的进展。

目前各国在研究“假肢”中均致全力于探索力量感觉反馈，而对温度感觉反馈的研究很少。我院的“假肢温度反馈”的研究，提供了“假手”以温度感觉，并通过反馈控制“假手”动作。

在“足下垂矫正器”鉴定会上，该项研究成果也向到会专家、教授、代表作了汇报，并向代表们进行了现场演示，获得了与会专家教授的好评。

此项研究取得的成果，尽管其分辨的温度还只能在三个分级段（ $<10^{\circ}\text{C}$ ， $10\sim 60^{\circ}\text{C}$ ， $>60^{\circ}\text{C}$  三级）的实验室阶段，但其为继续研究更理想型的“假肢反馈装置”奠定了良好的基础。

科 研 处 供 稿