

一种多变量系统鲁棒设计方法¹⁾

庞国仲 刘 军 向有敏

(中国科学技术大学自动化系 合肥 230026)

摘 要

本文介绍一种多变量系统鲁棒设计方法。该方法是基于“鲁棒对角优势保证鲁棒稳定”这个一般性结论,其核心是多模型加权准优势化算法,该算法设计的鲁棒预补偿器,使系统为鲁棒对角优势。用该设计方法对一大型工业加热炉进行鲁棒系统设计,结果令人满意。

关键词: 鲁棒控制器,鲁棒对角优势,工业加热炉。

1 前言

解耦鲁棒理论是在奈氏阵列法基础上发展起来的。80年代初 Doyle 等人研究了奈氏阵列法可靠性问题,指出了奈氏阵列法设计的系统鲁棒性差^[1]。1984年 Arkun 等人推广了奈氏阵列方法,给出了鲁棒对角优势定义^[2]。本文作者证明了鲁棒对角优势保证鲁棒稳定的一般性结论^[3],于是实现鲁棒对角优势成为鲁棒系统设计的关键。本文提出一种鲁棒对角优势化算法,并形成一种鲁棒系统设计方法。

2 多变量系统鲁棒设计方法

在频域中系统参数不确定性可表示为

$$M_\alpha = \{G(s, \alpha), \alpha \in E\},$$

其中 α 为不确定参数向量, E 为这些向量的集合。从该集合中选取典型传递函数矩阵 $G_k(s)$ ($k = 1, 2, \dots, n_1$), 能够覆盖广义对象参数变化范围。确定出标定传递函数矩阵 $G_i(s)$, 于是系统摄动为

$$\Delta G_k(s) = G_k(s) - G_i(s), \quad (k = 1, 2, \dots, n_1, k \neq i). \quad (1)$$

设计鲁棒预补偿器 $K_R(s)$, 使 $Q_k(s) = G_k(s)K_R(s)$, ($k = 1, 2, \dots, n_1$) 为鲁棒对角优势。并按式(2)绘制 $Q_k(s)$ 优势度曲线, 检验补偿后系统是否为鲁棒对角优势。

$$ND_{ki} = \frac{\sum_{j \neq i}^m |q_{kij}(s)|}{|q_{kii}(s)|}, \quad (s \in D, i = 1, 2, \dots, m). \quad (2)$$

1) 国家自然科学基金资助课题。
本文于1992年1月20日收到

设计控制器 $K_c(s) = \text{diag} \{k_{ci}(s)\}_{1 \leq i \leq m}$ 和反馈增益矩阵 $F = \text{diag} \{f_i\}_{1 \leq i \leq m}$, 使标定系统闭环稳定, 有良好的性能, 则该摄动系统一定是鲁棒稳定的。

作闭环系统单位阶跃响应, 检验系统的稳定性及瞬态性能。设计的系统如图 1 所示。

设计鲁棒预补偿器是该设计方法的关键。“多模型加权准优势化算法”根据 $G_k(s)$ ($k = 1, 2, \dots, n_1$) 的特点, 由计算机自动设计出鲁棒预补偿器 $K_R(s)$, 使摄动系统为鲁棒对角优势的。

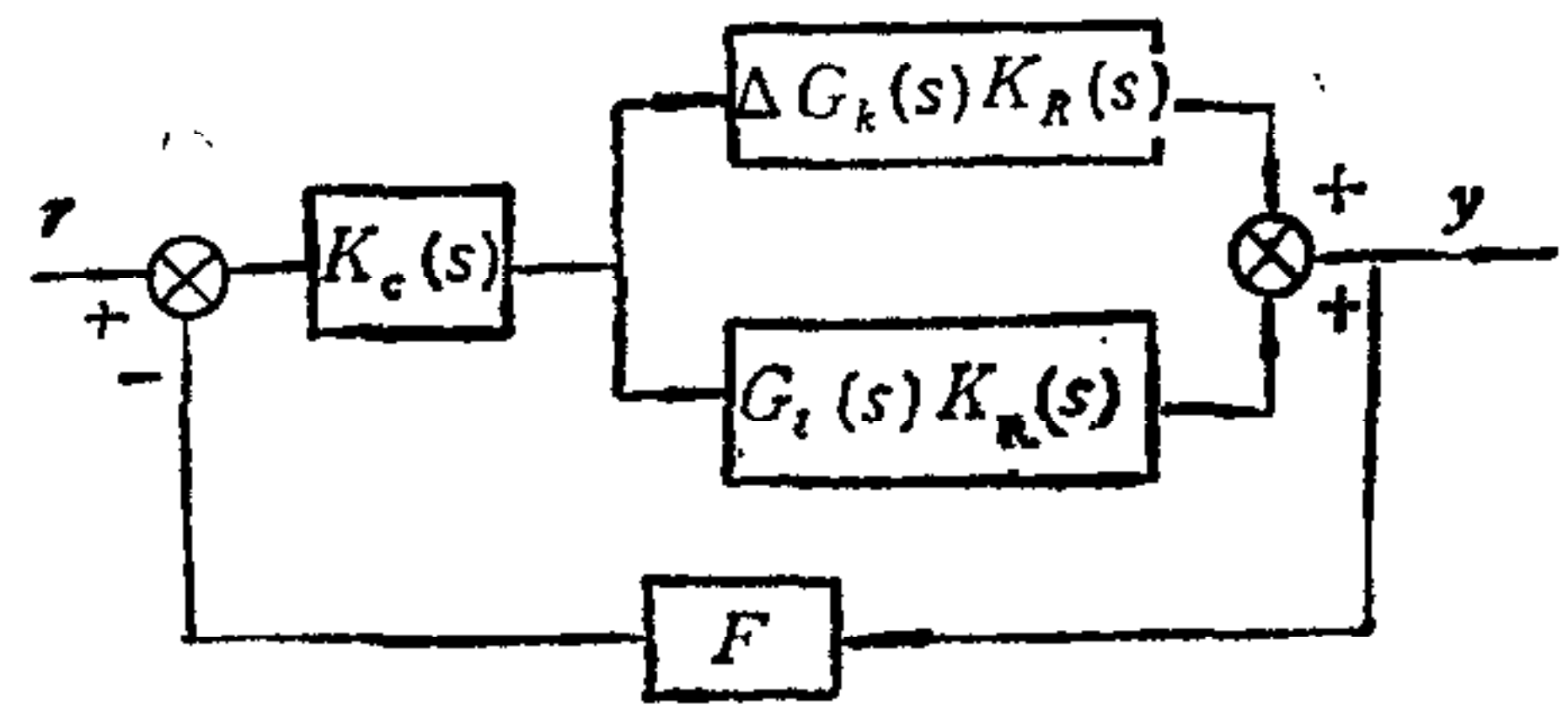


图 1 控制系统方块图

3 多模型加权准优势化算法

设鲁棒预补偿器为 K_R , 有

$$\hat{Q}_k(s) = \hat{K}_R \hat{G}_k(s) = (\hat{q}_{kij}(s))_{m \times m}.$$

定义如下矩阵:

$$W_{kl} = [\text{Re} \hat{G}_k(j\omega_l) : \text{Im} \hat{G}_k(j\omega_l)],$$

$$E_r = (e_1 e_2 \cdots e_r \cdots e_{r+m} \cdots e_{2m})^T.$$

其中 $e_r = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $e_{r+m} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $e_j = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, ($j = 1, 2, \dots, 2m, j \neq r, j \neq r+m$).

令 \hat{k}_r 为矩阵 \hat{K}_R 第 r 行, \hat{q}_{kr} 为 $\hat{Q}_k(j\omega_l)$ 第 r 行, 有

$$\begin{aligned} \hat{k}_r W_{kl} &= [\text{Re}(\hat{k}_r \hat{G}_k(j\omega_l)) : \text{Im}(\hat{k}_r \hat{G}_k(j\omega_l))] \\ &= [(\hat{q}_{kr_1}(\alpha) \cdots \hat{q}_{kr_m}(\alpha)) : \hat{q}_{kr_1}(\beta) \cdots \hat{q}_{kr_m}(\beta)]. \end{aligned}$$

其中 $\hat{q}_{kri}(\alpha), \hat{q}_{kri}(\beta), (j = 1, 2, \dots, m)$ 分别为 $\hat{q}_{kri}(j\omega_l)$ 的实部和虚部。因此

$$\hat{k}_r W_{kl} (\hat{k}_r W_{kl})^T = \hat{k}_r W_{kl} W_{kl}^T \hat{k}_r^T = \sum_{j=1}^m |\hat{q}_{kri}|^2, \quad (3)$$

$$\hat{k}_r W_{kl} E_r (\hat{k}_r W_{kl} E_r)^T = \hat{q}_{krr}^2(\alpha) + \hat{q}_{krr}^2(\beta) = |\hat{q}_{krr}|^2. \quad (4)$$

选取 n_1 个对象传递函数矩阵, 在系统工作频率范围内选取 n_2 个频率点, 定义目标函数为

$$J_r = \sum_{k=1}^{n_1} \sum_{l=1}^{n_2} c_{kl} \left(\sum_{j=1}^m |\hat{q}_{kri}|^2 - |\hat{q}_{krr}|^2 \right) = \sum_{k=1}^{n_1} \sum_{l=1}^{n_2} c_{kl} \sum_{j \neq r}^m |\hat{q}_{kri}|^2, \quad (5)$$

其中 c_{kl} 为加权系数。将式(3), (4)代入上式, 得

$$J_r = \sum_{k=1}^{n_1} \sum_{l=1}^{n_2} c_{kl} (\hat{k}_r W_{kl} W_{kl}^T \hat{k}_r^T - \hat{k}_r W_{kl} E_r E_r^T W_{kl}^T \hat{k}_r^T). \quad (6)$$

取约束条件为

$$|\hat{q}_{krr}(\omega_0)|^2 = 1, \quad \omega_0 \in (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_{n_2}), \quad t \in (1, 2, \dots, n_1). \quad (7)$$

同样可得

$$\hat{k}_r W_{,0} E_r E_r^T W_{,0}^T \hat{k}_r^T = 1, \tag{8}$$

这是一个条件极值问题。引入拉格朗日乘子 λ , 化为无条件极值, 有

$$\phi_r = J_r + \lambda(1 - |\hat{q}_{,rr}(\omega_0)|^2). \tag{9}$$

将(6),(8)式代入上式, 并令

$$M = \sum_{k=1}^{n_1} \sum_{l=1}^{n_2} c_{kl} W_{kl} (I - E_r E_r^T) W_{kl}^T, \quad L = W_{,0} E_r E_r^T W_{,0}^T,$$

得到

$$\phi_r = \hat{k}_r M \hat{k}_r^T + \lambda(1 - \hat{k}_r L \hat{k}_r^T). \tag{10}$$

显然, 待求的 \hat{k}_r^T 必满足

$$d\phi_r / d\hat{k}_r^T = 0,$$

因而得

$$M \hat{k}_r^T = \lambda L \hat{k}_r^T. \tag{11}$$

上式两端同加上 $L \hat{k}_r^T$, 有

$$(M + L) \hat{k}_r^T = (1 + \lambda) L \hat{k}_r^T. \tag{12}$$

令 $\mu = 1/(1 + \lambda)$, $N = (M + L)^{-1} L$, 上式变为

$$N \hat{k}_r^T = \mu \hat{k}_r^T, \tag{13}$$

上式两端同乘以 $E_r^T W_{,0}^T$, 得

$$E_r^T W_{,0}^T (M + L)^{-1} W_{,0} E_r E_r^T W_{,0}^T \hat{k}_r^T = \mu E_r^T W_{,0}^T \hat{k}_r^T. \tag{14}$$

令

$$x_r^T = E_r^T W_{,0}^T \hat{k}_r^T, \quad A = E_r^T W_{,0}^T (M + L)^{-1} W_{,0} E_r,$$

于是(14)式变为

$$A x_r^T = \mu x_r^T. \tag{15}$$

这是求解 2×2 维矩阵 A 特征值特征向量问题。最大特征值 μ_{\max} 所对应的特征向量 x_r^T 就是待求的。由(12)式得

$$\hat{k}_r^T = \frac{1}{\mu} (M + L)^{-1} W_{,0} E_r x_r^T. \tag{16}$$

由上式可求出 \hat{k}_r^T . 依次取 $r = 1, 2, \dots, m$, 求出 $\hat{k}_1^T, \hat{k}_2^T, \dots, \hat{k}_m^T$, 便得到鲁棒预补偿器 K_R .

4 加热炉控制系统鲁棒设计

该加热炉为南京某化工厂的热源, 其输入量分别为燃油压力 P 和烟道挡板开度 α , 输

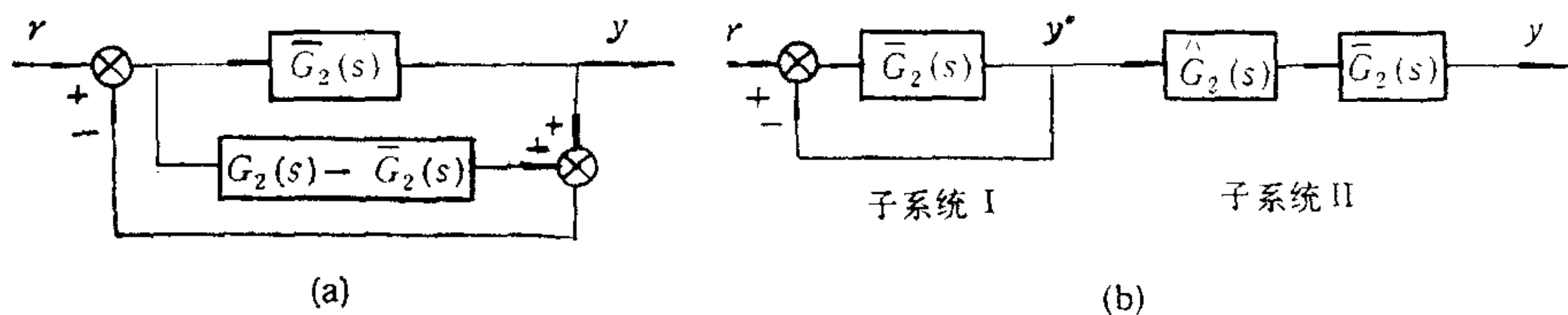


图2 Smith 补偿后系统方块图

出量分别为炉出口温度 T 和烟气中氧含量 O_2 。机理分析和试验表明,它具有分布参数、时延和非线性特性。分布参数按集中参数处理,并在选取工作点小信号范围内进行线性化,因此,加热炉是带时延的多变量线性系统。由于加热炉的参数随运行时间变化,且又在不同工作点运行,故具有明显参数不确定性。在不同时间建模,得到三个不同的数学模型。

对加热炉进行鲁棒设计时,先采用 Smith 预估技术对时延补偿。补偿后系统如图 2 所示。由于本文不研究时延摄动问题,故系统稳定性仅由子系统 1 决定。

经 Smith 预补偿后对象的数学模型为

$$G_1(s) = \begin{pmatrix} \frac{0.6}{2400s^2 + 85s + 1} & \frac{-0.1}{3360s^2 + 110s + 1} \\ \frac{-1.1}{70s + 1} & \frac{0.6}{80s + 1} \end{pmatrix},$$

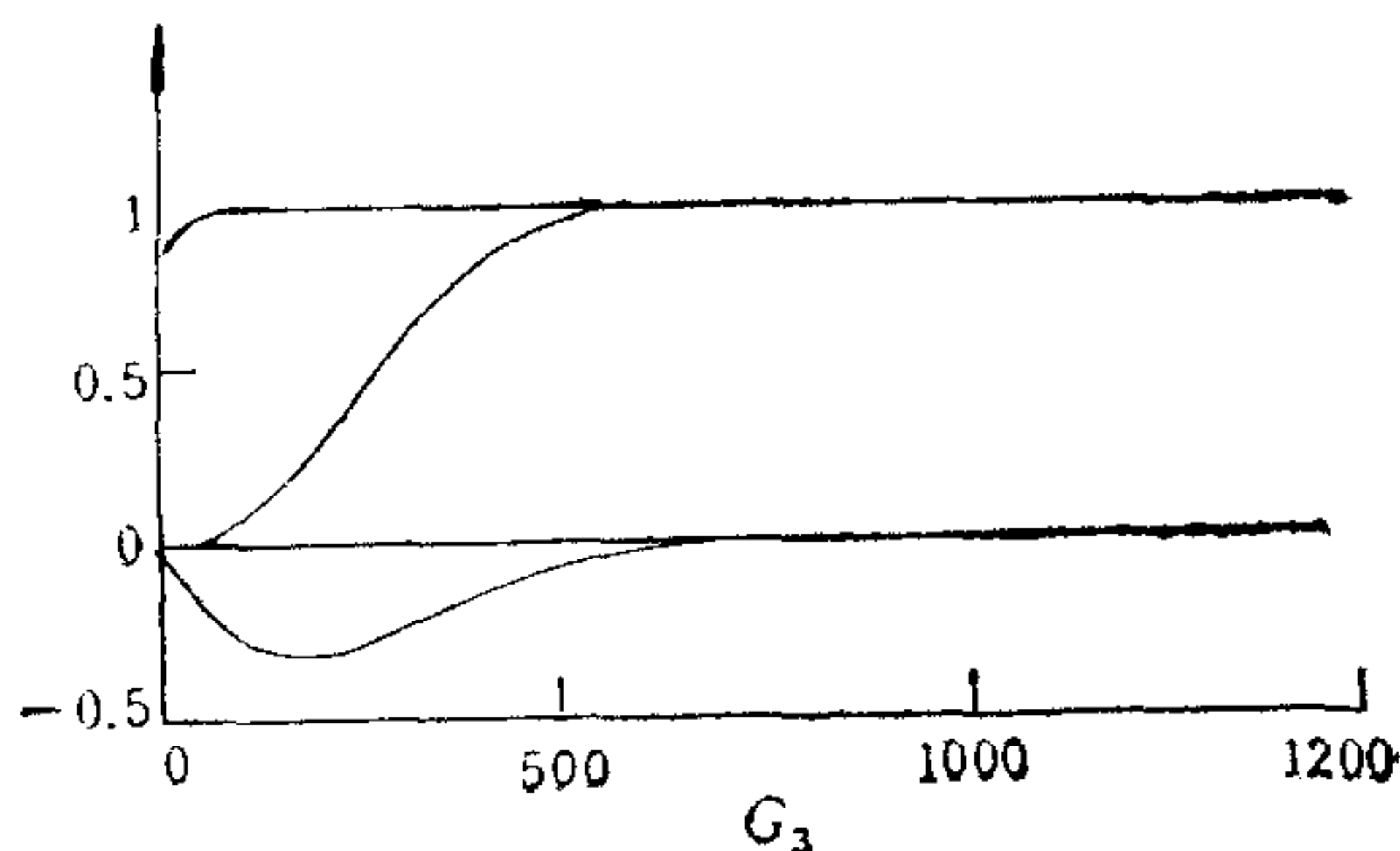
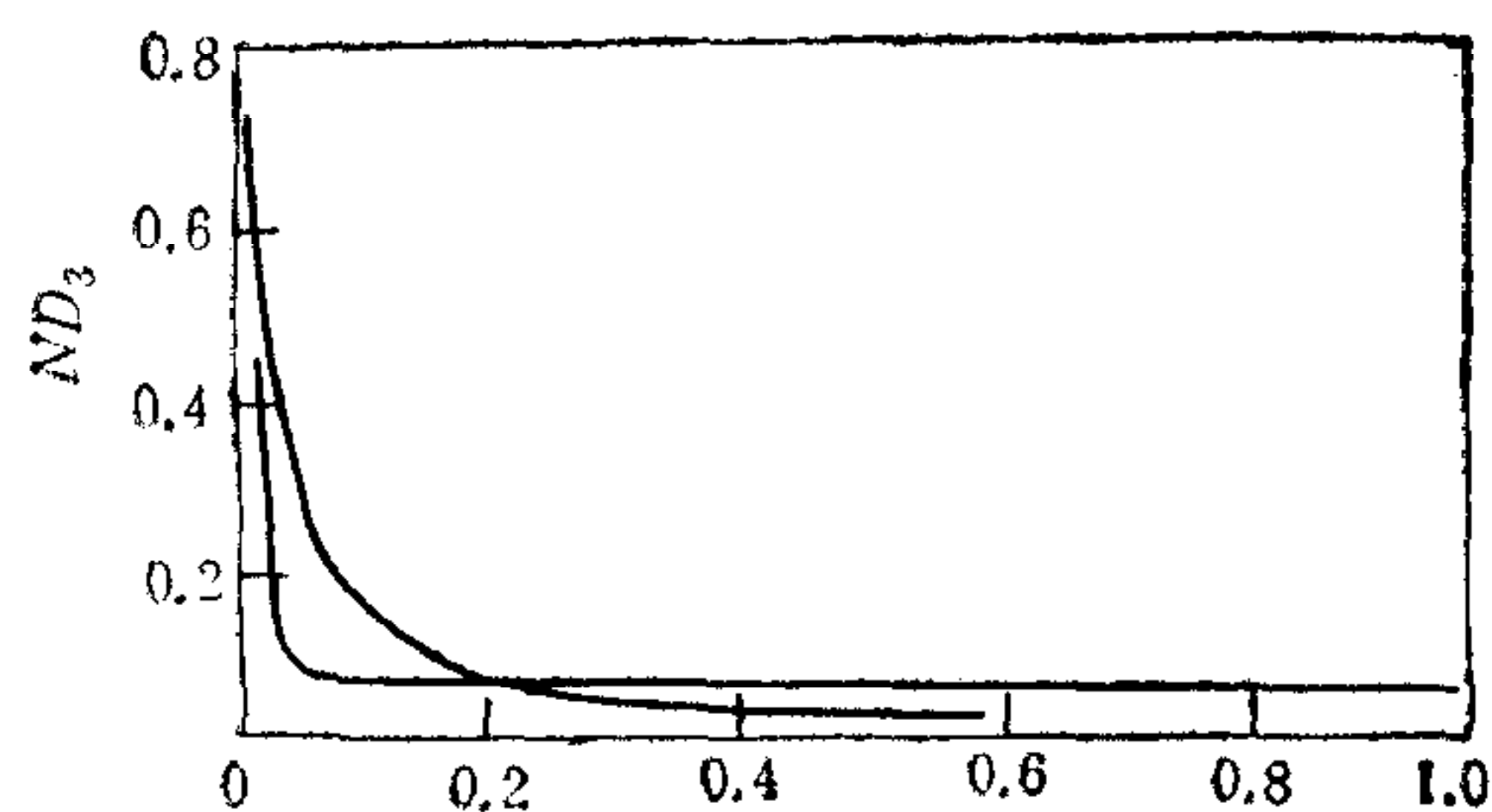
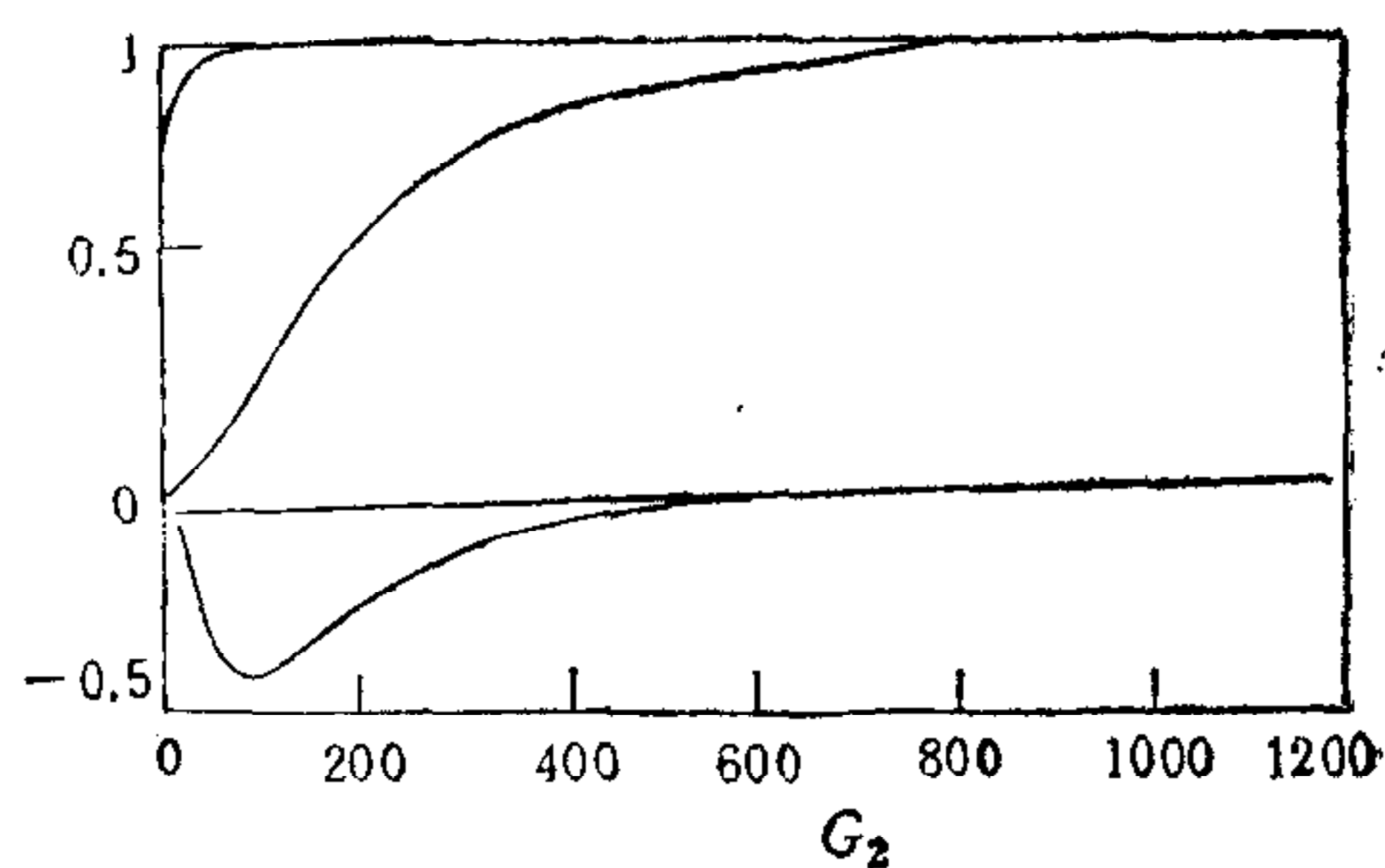
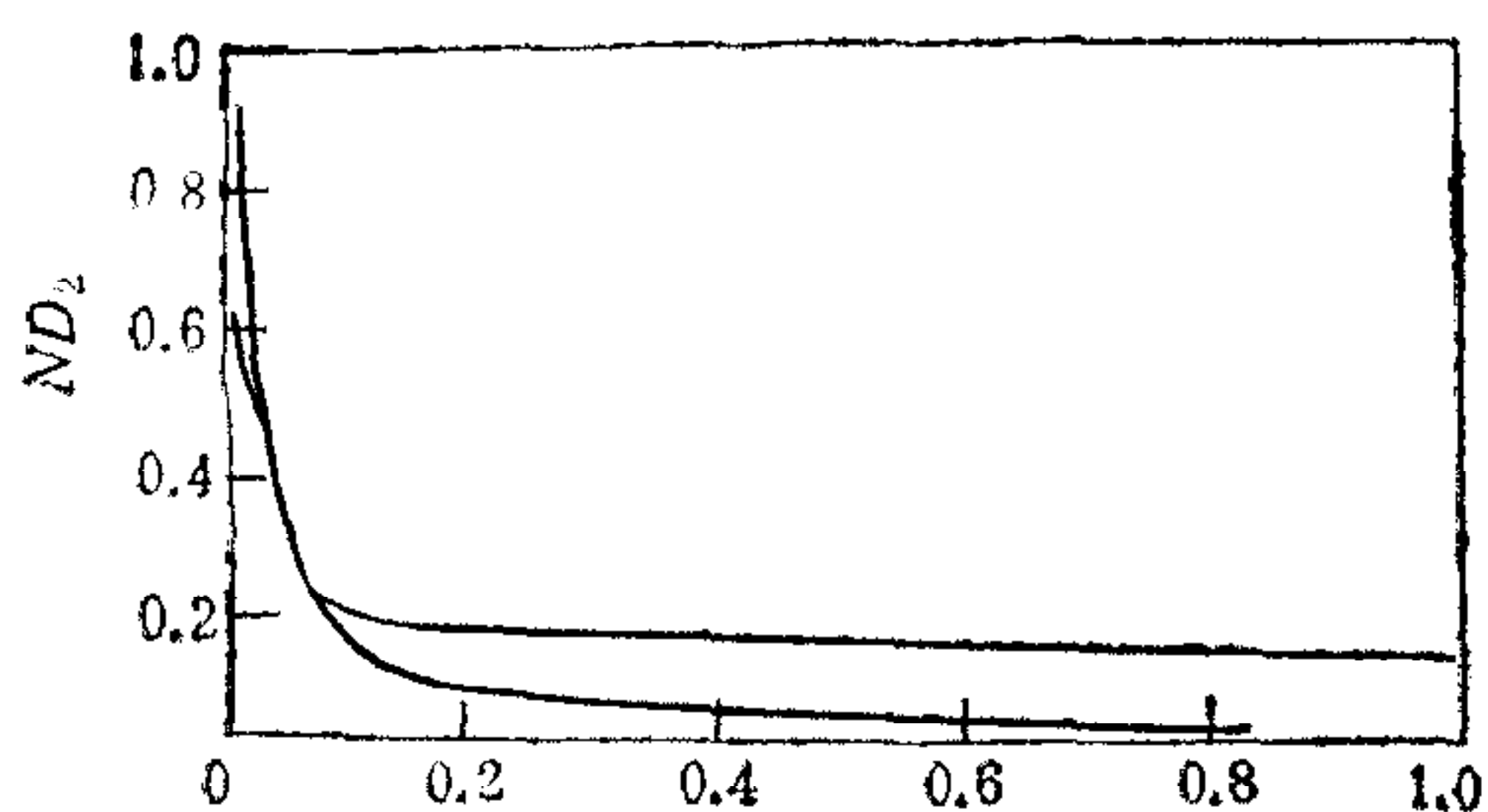
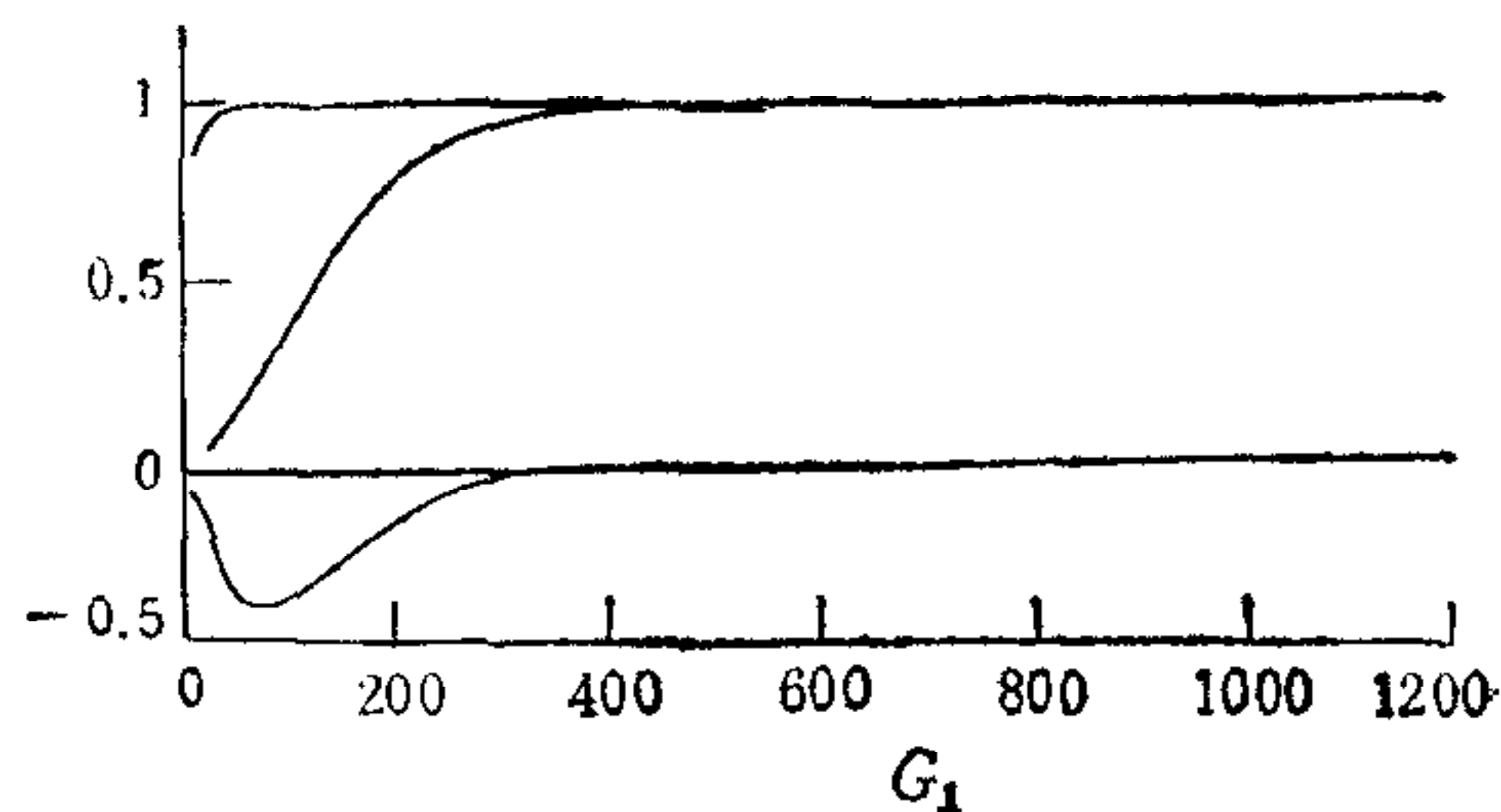
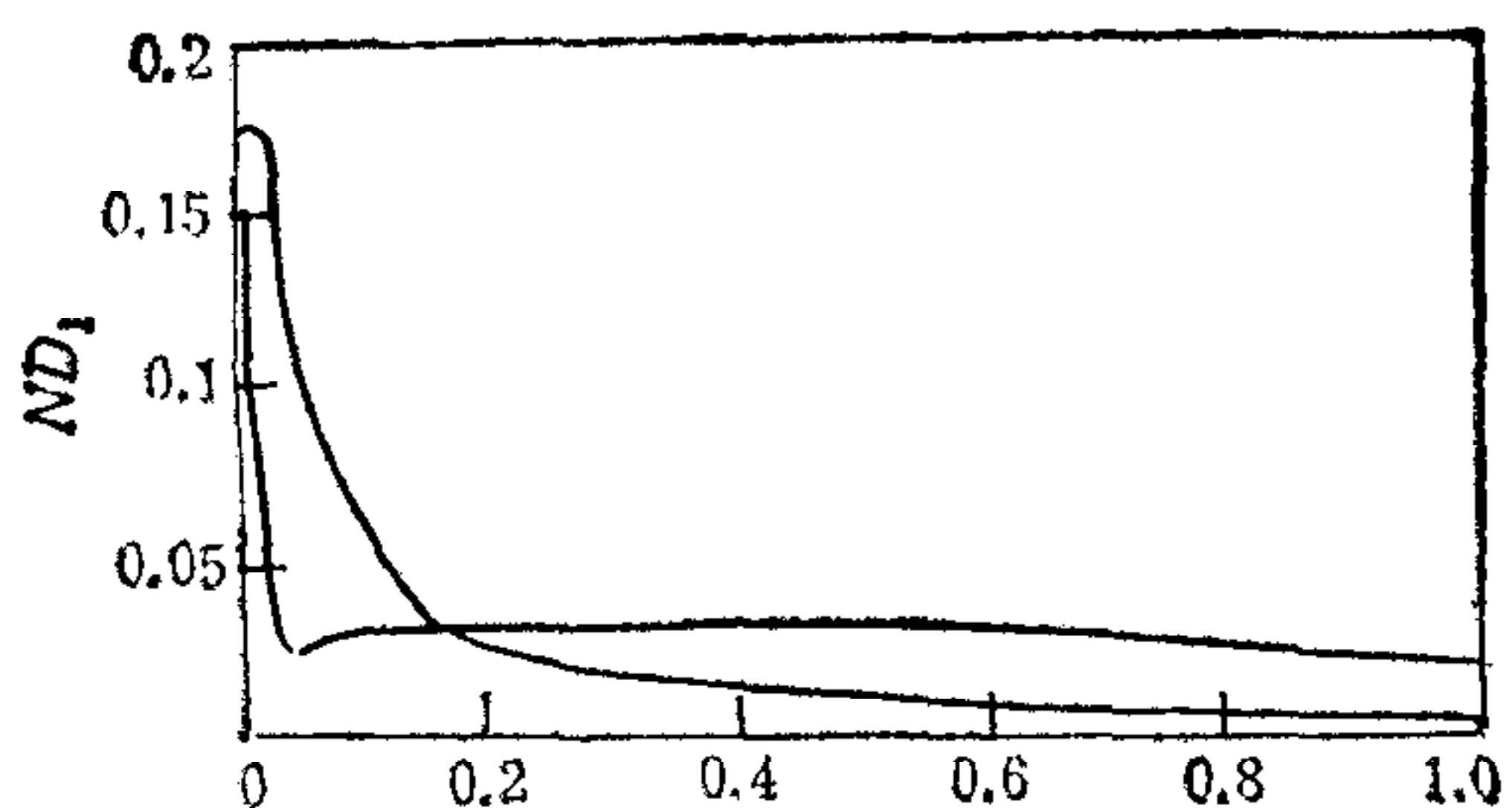


图 3 优势度曲线

图 4 闭环系统单位阶跃响应

$$G_2(s) = \begin{pmatrix} \frac{0.6}{2400s^2 + 85s + 1} & \frac{-0.04}{3000s^2 + 90s + 1} \\ \frac{-1.1}{70s + 1} & \frac{0.3}{70s + 1} \end{pmatrix},$$

$$G_3(s) = \begin{pmatrix} \frac{0.4}{3800s^2 + 120s + 1} & \frac{-0.1}{3000s^2 + 70s + 1} \\ \frac{-0.87}{50s + 1} & \frac{0.5}{60s + 1} \end{pmatrix}.$$

用多模型加权准优势化算法,在计算机上设计出鲁棒预补偿器

$$K_R = \begin{pmatrix} 1.0 & -2.1378 \\ 2.0603 & 1.1 \end{pmatrix}.$$

分别画出 $G_1(s)K_R$ 、 $G_2(s)K_R$ 、 $G_3(s)K_R$ 的优势度曲线,如图 3 所示,它们都是对角优势的。

补偿后标定系统传递函数矩阵 $Q_2(s) = G_2(s)K_R$ 。根据 $Q_2(s)$ 两个对角元 $q_{2ii}(s)$ ($1 \leq i \leq 2$) 的频率特性,用单变量系统频域方法设计 $k_1(s)$ 和 $k_2(s)$,组成控制器

$$K_c(s) = \text{diag} \left\{ 0.825 \left(1 + \frac{1}{55s} \right), 3.84 \left(1 + \frac{1}{96s} \right) \right\},$$

使闭环标定系统不仅稳定,而且有良好的性能,由此可见,该摄动系统一定是鲁棒稳定的。

分别作三个闭环系统的单位阶跃响应,如图 4 所示,系统鲁棒稳定,且有良好鲁棒性能。

利用本文提出的设计方法,成功设计了一实际工业鲁棒控制系统,表明“自加权准优势化算法”实用有效,也说明解耦鲁棒理论有实际应用价值。

参 考 文 献

- [1] Doyle J C and Stein C. Multivariable Feedback Design: Concepts for a Classical/Modern Synthesis. *IEEE Trans. Automat. Contr.*, 1981, 26(1):4—6.
- [2] Arkun Y, Manousiouthakis B and Putz P. Robust Nyquist Array Methodology: a New Theoretical Framework for Analysis and Design of Robust Multivariable Feedback Systems. *Int. J. Control*, 1984, 40(4):603—629.
- [3] 庞国仲,陈振跃,鲁棒稳定性和鲁棒对角优势的关系. *自动化学报*, 1992, 18(3):273—281.
- [4] 庞国仲,白方周,濮洪钧. 多变量控制系统实践. 合肥:中国科学技术大学出版社,1990,151—155.

A ROBUST DESIGN METHOD FOR MULTIVARIABLE SYSTEM

PANG GUOZHONG LIU JUN XIANG YOUJIN

(Department of Automation University of Science and Technology of China Hefei Anhui 230027)

ABSTRACT

In this paper, a robust design method for multivariable system is presented. It is based on the general conclusion that robust diagonal dominance of a system guarantees its robust stability proved by the writer. Its kernel is a pseudo domination algorithm for weighted multimodel, which was proposed by the author. Robust pre-compensators designed by the algorithm makes system robust diagonally dominant. The method of this paper is applied to the design a large heatedfurnace, and the results are satisfactory.

Key words: Robust controller; robust diagonal dominance; industrial heated-furnace.

(上接第 195 页)

来稿要求:

- (1) 理论联系实际、内容扎实具体,具有学术价值
- (2) 未在国内公开发行的刊物或全国性学术会议上发表或宣读
- (3) 来稿请注明论文所属征文范围中的类别号
- (4) 为了保证论文集出版质量以及稿件录用后及时交稿,并减少作者的重复劳动,要求来稿论文按《控制与决策》、《信息与控制》写作格式用计算机打印,每篇论文以 5 页为限(包括图、文)。

论文截止日期:

- (1) 1994 年 5 月 1 日前提交两份论文全文初稿
- (2) 1994 年 5 月 30 日前发出论文录取通知
- (3) 1994 年 6 月 20 日前提交正式论文全文

投稿地址: 710072 西安市西北工业大学自动控制系 613 信箱

联系人: 张友民 丁 振 电话: 5253371~5253379—2814

欢迎广大青年科技工作者积极投稿,来稿请写清作者的年龄,详细通讯地址及邮政编码。并在信封上注明“CYA'94”字样。请作者自留底稿,来稿恕不退回。

主办单位: 中国自动化学会

中国自动化学会青年工作委员会

承办单位: 西北工业大学

中国自动化学会第十届青年学术年会组委会

1993 年 11 月 30 日