# 光学渡越辐射在电子束能谱测量上的应用

## 李泉凤 杨晓林\* 胡玉民

(清华大学工程物理系,北京,100084)

论述了用光学渡越辐射对强流短脉冲束团的能谱进行测量的理论和方法。探讨了利用单膜装置、双膜装置或多膜装置产生的光学渡越辐射进行束流能谱测量的方法,并针对 20M eV 电子感应 直线加速器能散为 0.5 % 的电子束能谱测量作了一些计算以得到部分装置的设计参数。计算表 明: 应用渡越光栅谱仪选择合适的膜片厚度及间距,对于给定的电子能谱,可以得到大的能量接受 度和好的能量分辨率。然而,要用大量的膜片是困难的,而且还有许多影响多膜渡越辐射能谱仪的 实际问题需要讨论。

关键词 光学渡越辐射 能谱测量 电子束 谱仪

中图法分类号 TL 506

电子束的能谱是表征加速器总体性能的重要参数。随着加速器的发展,自由电子激光和强流脉冲电子束的性能,指标逐渐得以提高和加强,对其能谱的诊断、分析的要求越来越高,常规的一些测量方法已不能够满足新的需求,新的方法不断出现。当光学渡越辐射和切连科夫辐射等一些新的方法被引入束流的诊断以后,为在线束流诊断开辟了新的天地,并成为世界上束流诊断方法研究的热点<sup>[1-3]</sup>。

### 1 光学渡越辐射(OTR)方法

运动电荷(或其他无固定频率的源)在不均匀条件下(如在不均匀媒质中或在时变媒质中) 运动,会产生渡越辐射(Transition Radiation),最常见的情形是运动带电粒子穿过2种具有不 同介电常数的介质交界面。渡越辐射的光分布反映了束流的各种参数,利用渡越辐射的光学段 进行束流检测的方法被称为光学渡越辐射方法(Optical Transition Radiation,简称OTR)。由 于渡越辐射对辐射粒子传输特性的强烈依赖,使其在粒子物理和带电粒子束流分析中都有很 多应用。

-7

李泉凤: 女, 56 岁, 加速器物理专业, 副教授

<sup>\*</sup> 现通讯地址: 中国航天总公司五院 510 所, 兰州市 94 号信箱, 730000

收稿日期: 1997-11-05 收到修改稿日期: 1998-03-16

### 1.1 单膜OTR<sup>[1,2]</sup>

$$\frac{d^2 W}{d \omega d \Omega} = \frac{e^2 \beta^2}{\pi^2 c} \cdot \frac{\sin^2 \theta \cos^2 \theta \sqrt{\epsilon}}{(1 - \beta^2 \epsilon_0 \cos^2 \theta)} \cdot \left| \frac{(\epsilon_1 - \epsilon_2) \cdot (1 - \beta^2 \epsilon_2 - \beta \sqrt{\epsilon_1 - \epsilon_2 \sin^2 \theta})}{(1 - \beta \sqrt{\epsilon_1 - \epsilon_2 \sin^2 \theta}) \cdot (\epsilon_1 \cos \theta + \sqrt{\epsilon_1 \epsilon_2 - \epsilon_2 \sin^2 \theta})} \right|^2 (1)$$

式中:  $\theta$ 为辐射方向与粒子轨迹方向的夹角。在相对论极限下( $\beta$  1),对于粒子从真空射向介质  $\epsilon$ 的辐射、 $|\epsilon| > 1$ 且方向性较好( $\theta \ll \pi/2$ )的情形,式(1)化简为:

$$\frac{d^{2}W}{d\omega d\Omega} = \frac{e^{2}\beta^{2}}{4\pi^{2}c} \cdot \frac{\sin^{2}\theta}{(1 - \beta\cos\theta)^{2}}$$
OTR 的光强分布有许多重要特性。 令式(2)对 θ导数为零, 可得:  

$$\frac{d\left(\frac{\sin^{2}\theta}{\cos^{2}\theta}\right)}{2\sin\theta\cos\theta} = \frac{2\beta\sin^{3}\theta}{2\beta\sin^{3}\theta} = 0$$
(2)

 $d\theta \overline{(1 - \beta \cos \theta)^2} = \overline{(1 - \beta \cos \theta)^2} - \overline{(1 - \beta \cos \theta)^3} = 0$ 由上式可得:  $\beta = \cos \theta \sqrt{1 - \theta}$ , 即  $\theta \sqrt{1 - \beta^2} = 1/Y$ , 辐射分布的峰值位于  $\theta = 1/Y$ 处。其中: *Y* 为洛仑兹因子。将  $\theta = 1/Y$ 带入式(2), 同时还可以得到光强分布的振幅 $W_p^2 = Y^2$ ; 光谱强度  $W(\lambda) = 1/\lambda^2$ <sup>(1)</sup>; 束流发射度正比于峰宽度等, 这些重要的特性都可以从式(2)得到, 并且是 OTR 方法一位多值测量的基础<sup>(1)</sup>。



图 1 单膜OTR 分布 Fig 1 Single-foilOTR distribution (a) — 垂直入射; (b) — 斜入射, Ψ= 45°

#### 1.2 双金属膜OTR 理论<sup>[2-4]</sup>

考虑 2 片斜 45 放置的平行金属膜(图 2(a)), 第 2 片的前 1 面对第 1 面的前向辐射起镜面 作用, 第 1 片膜辐射场经第 2 片膜反射后和第 2 片膜后向辐射相位叠加产生干涉(图 2(b))。

电子以 Ψ= 45 外射通过 2 个平行金属膜,辐射方向与镜面反射方向夹角为 θ,则相位差

$$\varphi = \frac{2\pi L}{\lambda} \cdot \frac{1 - \beta \cos \theta}{\beta}$$
(3)

从 2 个交界面所得到的渡越辐射光强为[2]:

$$\frac{d^2 W}{d\omega d\Omega} = F(\Psi, \theta, \omega) \frac{e^2 \beta^2}{4\pi^2 c} \cdot \frac{\sin^2 \theta}{(1 - \beta \cos \theta)^2} \left[ 1 - e^{-\beta \varphi} \right]$$
(4)

式中:  $F(\Psi, \theta, \omega)$ 为菲涅耳反射系数。对于  $\beta$  1, 式(4) 可近似为

$$\frac{\mathrm{d}^2 W}{\mathrm{d} \alpha \mathrm{d} \Omega} = 4F(\Psi, \omega) \frac{e^2}{\pi^2 c} \cdot \frac{\theta^2}{(\mathcal{Y}^2 + \theta^2)^2} \cdot \sin^2 \left( \frac{\pi}{2\lambda} (\mathcal{Y}^2 + \theta^2)^2 \right)$$
(5)

其干涉情况类似于纯光学实验中的光学现象。干涉级由下式给出:

$$p = \left(\frac{L}{\lambda\beta}\right) \left(1 - \beta\cos\Theta\right) = \frac{L}{2\pi} \cdot Z_{\nu}$$
(6)

并且对于 $\beta$ 1

$$(L/2\lambda)(\mathcal{Y}^{2}+\boldsymbol{\theta}^{2}) \tag{6}$$

p 在图样中心取得最小值  $p_{0}=(L/\lambda\beta)(1-\beta)$ ,并对于  $\beta=1, p_{0}=(L/2\lambda)$   $Y^{2}$ 。当 p 为整数 K 时, 光强取得最小值; 当 p=K+1/2 时, 光强取得最大值。



#### 1.3 介质-金属膜OTR 理论

当把第 1 层膜替换成透光膜时, 后向辐射大为减少, 而前向辐射成为主要部分, 前向辐射 与第 2 片膜(金属膜)的后向辐射产生干涉。理论推导与双金属膜情形类似。主要有 3 束光的 干涉: 第 1 面产生的辐射光在第 3 面的反射光*A*, 第 2 面的渡越辐射在镜面的反射光*B* 和镜面 产生的后向渡越辐射光 *C* (图 3)。这时的干涉项因子为:

$$I = \begin{bmatrix} 1 - \exp(-i\varphi) + \delta \exp[-i(\varphi + \varphi)] \end{bmatrix}^2$$
(7)

其中:

$$\varphi = \varphi_{12} = \frac{\Pi L_{12}}{\lambda} [n(\mathcal{Y}^2 + \mathbf{\theta}) + 2(1 - n)]$$

$$\varphi = \varphi_{23} = \frac{\Pi L_{23}}{\lambda} (\mathcal{Y}^2 + \mathbf{\theta})$$

其中:  $\varphi$ 是在膜的 1、2 界面产生的场的相位差,  $\delta$ 为衰减因子。设折射率 n=1. 5, 入射角  $\Psi=45$ ; 可求得透射率 T = T = 0.96, 可以近似认为  $\delta$  1。当  $\varphi$  ( $2K_{12}+1$ ) $\pi$ ,  $\varphi$ = ( $2K_{23}+1$ ) $\pi$  ( $K_{12}, K_{23}$ 为整数)时, 式(7)有最大值。于是

$$\mathcal{Q}_{3} = (2K_{23} + 1)\pi = \frac{\pi L_{23}}{\lambda}(\mathcal{Y}^{2} + \boldsymbol{\theta}^{2}) \qquad (9)$$

由式(8)、(9)可得到对OTR 装置的一些参数的要求, 以取得最大渡越辐射光强,并得以测量能谱。

## 1.4 多膜OTR<sup>[5]</sup>

当粒子穿过 1 片膜时, 会在前向和后向产生辐射, 本工作只对前向辐射感兴趣。粒子穿过面 1 到达面 2 时也会产生前向辐射。辐射磁场与面 1 前向辐射同相, 只是有 180 的相位差 (图 5)。  $\Omega_2$ 是面 2 相对面 1 的相位 延迟,  $\Omega_2 = \omega_{12} - kL_{12}$ 。其中: k 是矢量波数,  $L_{12}$ 是膜厚,

t12是电子渡越时间。对小散角的相对论电子,可以得到单位频率、单位立体角中组合的辐射强度公式

$$\frac{dW}{d\alpha d\Omega} = \frac{e^2}{4\pi^2 c} |\mathcal{B}|_{12}|^2$$

$$= \frac{4e^2}{\pi^2 c} \frac{\theta}{(\mathcal{Y}^2 + \theta)} \sin^2 \left\{ \frac{\pi L_{12}}{2\lambda} [n(\mathcal{Y}^2 + \theta^2) + 2(1 - n)] \right\}$$
(10)

为了得到最大强度,L12取值必须靠近于Lm<sup>[5]</sup>:

$$L_{m} = \frac{\lambda}{2} \left| n \frac{1 - \beta \cos \theta}{\beta} + 1 - n \right|^{-1} \qquad \lambda \left| n \left( \mathcal{Y}^{2} + \theta^{2} \right) + 2 \left( 1 - n \right) \right|^{-1}$$
(11)

式中:*L* 为介质中的形成区距离, 经常被称为场的再分配区, 或者辐射相干长度。因为如果*L* 12 比*L* 小得多, 由于相干效应, 辐射产额将明显减弱<sup>[7]</sup>, 所以形成区也可理解为辐射场达到它的 新的平衡配置时所要求的膜的最小厚度。再考虑由*N* 片膜组成的系统(图 5)。粒子通过每片 膜都会产生辐射, 总的前向辐射是每 1 片膜前向辐射之和, 由此得到单位频率、单位立体角的 辐射强度为:

$$\frac{d^2 W}{d \alpha d \Omega} = \frac{d^2 W_{-12}}{d \alpha d \Omega} \cdot \frac{\sin \left( N \cdot \frac{\varphi_3}{2} \right)}{\sin \left( \frac{\varphi_3}{2} \right)}$$
(12)





𝚱是第3面到第1面的相位延迟:

$$\mathcal{Q}_{13} = \frac{\pi \mathcal{L}_{12}}{\lambda} [n(\mathcal{Y}^2 + \mathbf{\theta}^2) + 2(1 - n)] + \frac{\pi \mathcal{L}_{23}}{\lambda} (\mathcal{Y}^2 + \mathbf{\theta}^2)$$
(13)

对于这样 1 个光栅: 若满足  $Q_{3}= 2K_{13}\pi$ ,  $K_{13}$ 为整数,  $且_N \gg 1$  时, 在不同的角位置上辐射谱会出 现尖锐的干涉峰; 这些谱线和角位置可以用来确定能量和入射角, 这套装置则被称为渡越辐射 光栅(transition radiation grating, 简称 TRG)。

设粒子路径垂直于膜并且观察角θ固定、已知,能量就可以通过干涉峰位确定,其关系式 为:

$$\frac{1}{\lambda} \{ L_{12}[n(\mathcal{Y}^2 + \theta^2) + 2(1 - n)] + L_{23}(\mathcal{Y}^2 + \theta^2) \} = 2K_{13}$$
(14)

式中: *K*<sub>13</sub>是干涉峰的序号, λ 是峰位波长。λ 并不线性依赖于 *Y*, 辐射强度随粒子能量变化而变化, 需要进行归一化才能得到能谱分布。

#### 2 被测束流分析

#### 2.1 计算的约束条件

针对 20 M eV、能散为 0.5 % 的束流测量电子束能谱, 并通过 OTR 方法转换为光谱的测量。

对于所要观测的能谱图样,希望将曲线在可见光范围内尽量展宽一些以提高测量精度和 分辨率,为此主要计算膜厚及膜间距。具体分析如下:

波长  $\lambda$  3 9×10<sup>-7</sup>—7.8×10<sup>-7</sup>m; 频率 f, 3 84×10<sup>14</sup>—7.69×10<sup>14</sup> Hz; 光子能量 W, 1.59—3.18 eV; 分辨能量 E 范围, 19.9—20.1 M eV; 对应Lorentz 因子 Y, 38.9—39.3(把 E 看作总能计算 N。

故对 Y值为 38.6—39.6 范围内的粒子进行估计。在计算中尽量将光分布定位于可见光波 长的中段( $\lambda$  5.8 × 10<sup>-7</sup> m)。

#### 2.2 单膜OTR 方法能谱测量的参数分析

单膜OTR 方法不能够直接进行能谱测量,但它对于发射度、能量等其它一些参数的测量 是很有价值的,故可以单独设一测量单元测量。也可以先将粒子按能量分开然后用单膜方法分 别测量,其设备比较简单,但精度要低于多膜方法。

#### 2.3 双膜OTR 方法能谱测量的分析

双膜OTR 可以用来测量能谱。该方法比多膜方法条纹分辨率较低,精度也较低。

1) 双金属膜 由于只利用了膜Ⅰ的前向辐射和膜Ⅱ的后向辐射,主要影响因素为膜间
 距。由式(6) 可得双膜干涉最大值条件为:

$$K + 1/2 = L/2\lambda(\mathcal{Y}^2 + \boldsymbol{\theta}) \tag{15}$$

对于  $\mathcal{Y}=36$  5—41. 5 范围内的电子, 取 θ  $1/\mathcal{Y}=0$  025 rad, 其光波波长范围  $\lambda_{1}$ — $\lambda_{2}$  (对同 一级干涉) 对可见光范围要求: 3 9×10<sup>-7</sup> m <  $(\mathcal{Y}^{2}+\theta)L/(2k+1)$  < 7. 8×10<sup>-7</sup> m, 即 3. 23×10<sup>-4</sup> m < L/(2k+1) < 5. 67×10<sup>-4</sup> m。取平均L/(2k+1) = 4.45×10<sup>-4</sup> m,可算出  $\lambda_{1}$ -  $\lambda_{2}$  = Δ $\lambda$  7. 57×10<sup>-8</sup> m。 取 K = 4, 得到膜厚L = 4×10<sup>-3</sup> m。

对于 ⅔ 38 6 与 39.6, 按式(15) 计算的结果列于表 1。

Table 1The result of double-foil device						
Κ	$10^7 \lambda_l /m$	$10^7 \lambda /m$	$10^7 \Delta \lambda m$			
3	7.407	7.215	0. 192			
4	5.761	5.612	0.149			
5	4.713	4.592	0.121			

表1 双金属膜波长计算

2) 介质-金属膜 由式(8) 可得

 $\lambda = \frac{L_{12}}{2K_{12} + 1} \left| \left[ n \left( \mathcal{Y}^2 + \theta^2 \right) + 2(1 - n) \right] \right|$ 取  $\theta = 0.025 \text{ rad}, n = 1.5, \lambda = 5.8 \times 10^{-7} \text{ m}, \text{可计算得}$ 

 $\lambda L_{12}/(2K_{12}+1) = 5.8 \times 10^{-7} \mathrm{m}$ 

以此约束下选择适当的 $K_{12}$ 可得到膜 I 的厚度 $L_{12}$  取 $K_{12}$ = 4, $L_{12}$ = 5.2×10<sup>-6</sup>m,由式(9)可得  $\lambda = \frac{L_{23}}{2K_{23} + 1} (\mathcal{Y}^2 + \theta)$ 

它在形式上和式(15)是一样的。如同上计算,可以得到

 $L_{23}/(2K_{23}+1) = 4.51 \times 10^{-4} \mathrm{m}$ 

取 K 23= 4,L 23= 4×10<sup>-3</sup> m, 对于 J= 38 6 与 39.6, 对应的 Δλ 列于表 2。

表 2 介质-金属膜波长计算

Table 2 The result of media-metal foil de	ev ice
---	--------

K 23	$10^7 \lambda_l /m$	$10^7 \lambda_2/m$	$10^7 \Delta \lambda m$
3	7.407	7.215	0.192
4	5.761	5.612	0.149
5	4.713	4. 592	0.121

将表 2 与表 1 数据进行比较可以看出:利用介质金属膜进行渡越辐射得到的辐射光波长 分布与双金属膜情况一样。但是,与双金属膜相比,由 1.3 节分析可知其辐射强度增大,条纹对 比度增强。条纹没有重叠,然而与多膜情形相比,光谱分布波长范围比较窄。

#### 2.4 多膜OTR 方法能谱测量的参数计算

根据 1.4 节中的公式,为了获得OTR 辐射光最大辐射强度, $L_{12}$ 应该靠近形成区宽度 $L_{m}$ 。 对于黄光  $\lambda = 5.8 \times 10^{-7} \text{ m}$ ,取 $L_{m} = \lambda | n(\mathcal{Y}^{2} + \mathbf{\theta}) + 2(1 - n) |^{-1} - 5.8 \times 10^{7} \text{ m}$ ,使 $L_{12}$ 靠近 $L_{m}$ , 即是希望式(8)满足  $\mathcal{Q}_{2} = (2k_{12} + 1)\pi$ ,以使式(10)取得最大值,故有 $L_{12} = (2k_{12} + 1)\lambda | n(\mathcal{Y}^{2} + \mathbf{\theta}) + 2(1 - n) |^{-1}$ 。取n = 1.5,若 $K_{12} = 0$ ,则 $L_{12} = L_{m} - 6 \times 10^{-7} \text{ m}$ ; $K_{12} = 2$ ,则 $L_{12} - 3 \times 10^{-6} \text{ m}$ 并靠近 $L_{m}$ 。根据此原则求出膜厚,在此基础上还要求满足干涉级次条件式(14)。当干涉级次很高时,各次干涉每条纹彼此混杂在一起难于区分,因此 $K_{13}$ 应尽量小。取 $K_{13} = 1$ ,利用式(14)定出膜间距 $L_{23}$ 。下面对于  $\mathcal{Y} = 38.6 = 39.6$ 情况计算两组数据列在表 3 进行对比。

Table 5 The result of multi-foll device							
K 12	$10^{6}L_{12}/m$	$10^{3}L_{23}/m$	$10^7 \lambda_{\rm l}/{\rm m}$	$10^7 \lambda_c/m$	$10^7 \Delta \lambda / m$		
0	0.6	1.35	5.755	5.529	0.226		
2	3.0	3.20	5.768	5.232	0.536		

表 3 多膜装置波长计算

由表 3 可以看出: 增大 $L_{12}$ 和 $L_{23}$ , 辐射光波段展宽, 不同 Y对应的光波 2 个峰的间距加大。 假设再增加 $L_{23}$ , 可以得到更宽的辐射光波分布, 但是会造成测量系统比较大。 例如取 $L_{23}$ = 10 ×10<sup>-2</sup> m (美国 B rookhaven 实验室就应用了这样的 $L_{23}$ ), 在  $K_{13}$ = 1 时, 计算得到  $\Delta\lambda$ = 1. 667 ×10<sup>-7</sup> m 的谱宽分布; 若取N = 100, 仅膜片及间距装置就有 1 m 多长, 对于测量要求较高而 且允许较大体积设备的情况可以选用。

由以上分析可知: 适当的选择膜厚与间距, TRG 谱仪对于测量的电子能谱可以得到好的 分辨率, 并且有较大的能量接受范围。

#### 3 结论

OTR 方法作为能谱测量的手段先进而实用。并且单膜、双膜、多膜方法各有所长,其精度 依次提高,设备复杂程度也依次增加。实际应用中可以根据不同的要求选用不同的设备,并且 要注意到影响OTR 方法测量能谱的实际问题,这需要参考有关文献和在实验中去探讨。



- Lumpkin AH. Advanced, Time-resoled Imaging Techniques for Electron-beam Characterizations A IP Conf Proc 1991. 151.
- 2 WartskiL, Roland S, Lasalle J, et al Interference Phenomenon in Optical Transition Radiation and its Application to Particle Beam Diagnotics and Multiple-scattering Measurements Joural of Applied Physics, 1975, 46(8): 3644
- 3 Lumpkin AH, Feldman RB, Fledman DW, et al Optical Transition Radiation M esurements for the Los A lamos and Boeing Free-electron Laser Experiments Nuclear Instrument and M ethods in Physics Research, 1989, A 285: 343.
- 4 Dolgoshein B. Transition Radiation Detectors Nuclear Instrument and Methods in Physics Research, 1993, A 326: 434
- 5 Q iu XZ,W ang XJ,Batchelor K, et al ConceptualDesign of a Charged Particle Beam Energy Spectrom eter U tilizing Transition Radiation Grating Nuclear Instrument and Methods in Physics Research, 1995, A 363: 520
- 6 伏 亮,田 晖,杜泰斌 ·基于光学渡越辐射的束流诊断方法 ·清华大学加速器实验室资料 · 1995 ·
- 7 A rtru X, Yodh GB. Practical Theory of the Multilayered Transition Radiation Detector Physical Review D, 1975, 12(5): 1289.

## THE APPL ICATION OF OPTICAL TRANSITION RAD IATION IN ELECTRON ENERGY SPECTRUM DIDGNOSIS

LiQuanfeng Yang Xiaolin Hu Yumin

(Department of Engineering Physics, Tsinghua University, Beijing, 100084)

#### ABSTRACT

The method of measuring the energy spectrum of a high current and short pulse beam using optical transition radiation is presented in the paper. The energy spectrum of charge particle beam can be studied by analyzing the optical spectrum of the optical transition radiation produced by a single-foil, a double-foil or multi-foil setup. And, some calculation are made to let the system be more fit to the electron beam erergy spectrum for 20 M eV linear induction accelerator with energy spread of 0 5 %. Calculation shows that large energy acceptance with good resolution can be achieved for given electron spectrum by proper selection of foil thickness and spacing when using TRG spectrometer. However, it is difficult for a large number of foils to be used. The practical issues, which may affect the performance of the multi-foil transition radiation energy spectrometer, is discussed.

Key words Optical transition radiation (OTR) Energy spectrum measurement Electron beam Spectrometer

## 化工中的科学计算 Scientific Computing in Chemical Engineering

编者: Mackens K.。 1996年 Springer 出版。

本书详细介绍了有关数值数学中的现代方法在化学工程,尤其是在反应堆模拟试验、工艺模拟,加工最优 化以及采用平行计算课题中的应用。

书中的许多文章都论述了力学模拟、扩散反应问题、计算流体力学、化学反应工程及控制问题。

#### 摘自中国原子能科学研究院《科技信息》

402