

形状记忆合金的本构关系 *

王振清 周博 梁文彦
(哈尔滨工程大学建筑工程学院, 哈尔滨 150001)

摘要 利用 DSC 分析了热流 - 温度曲线和马氏体体积分数与自由能增量间的微分关系, 建立了一个新的余弦型形状记忆合金马氏体相变模型; 推导了一个新的形状记忆合金本构方程. 研究表明: Liang 和 Rogers 的马氏体相变模型和本构方程分别为本文建立的马氏体相变模型和本构方程所描述的一种特殊情况; 本文建立的马氏体相变模型和本构方程比 Liang 和 Rogers 及其它现存马氏体相变模型和本构方程能更准确地描述形状记忆合金的相变行为和力学行为.

关键词 形状记忆合金, DSC, 马氏体相变模型, 本构方程

中图分类号 TB115, TB381 **文献标识码** A **文章编号** 0412-1961(2007)11-1211-06

THE CONSTITUTIVE RELATIONSHIP OF SHAPE MEMORY ALLOY

WANG Zhenqing, ZHOU Bo, LIANG Wenyan

School of Civil Engineering, Harbin Engineering University, Harbin, 150001

Correspondent: WANG Zhenqing, professor, Tel: (0451)82519264, E-mail: wangzhenqing@hrbeu.edu.cn

Supported by Ph.D. Programs Foundation of Ministry of Education of China (No.20060217010) and

Fundamental Research Foundation of Harbin Engineering University (No.002020260707)

Manuscript received 2007-01-25, in revised form 2007-06-18

ABSTRACT According to heat flow-temperature curves of DSC and the differential relationship between free energy increment and martensite volume fraction, a new cosine martensitic transformation model and the corresponding constitutive equation of shape memory alloy were developed. It was illustrated that the martensitic transformation model and constitutive equation proposed by Liang and Rogers are the special cases of the new martensitic transformation model and constitutive equation respectively. The new model and equation can describe the phase transformation behavior and mechanical behavior of shape memory alloy more precisely than those previous models and equations.

KEY WORDS shape memory alloy, DSC, Martensitic transformation model, constitutive equation

与马氏体相变^[1]及马氏体逆相变紧密相关的形状记忆合金(SMA),以其独特的超弹性和形状记忆效应,在工程中应用日趋广泛.建立有效的马氏体相变模型,是研究SMA本构关系的基础.从1979年Müller^[2]构造第一个超弹性体的相变模型起,对SMA本构关系的研究才大规模展开.1986年Tanaka^[3]利用Magee^[4]关于铁系合金马氏体转变的一维形核动力学方程推导了指数型马氏体相变模型,建立了一维增量型本构方程.1990年Liang和Rogers^[5]在Tanaka工作的基础上,构造了余

弦型马氏体相变模型,建立了一维全量型本构方程.1993年Brinson^[6]为描述马氏体择优取向过程(即由孪晶马氏体向非孪晶马氏体转变的过程),将马氏体体积分数分解成温度诱发与应力诱发的两部分,在上述余弦型马氏体相变模型基础上构造了Brinson马氏体相变模型,并从热力学基本定理出发建立了本构方程,二者的马氏体相变模型在数学本质上是相同的.文献[7]指出,把马氏体择优取向过程看成是马氏体的相变过程,则可以利用Tanaka指数型相变模型描述马氏体的择优取向过程.其实若把马氏体择优取向过程看成是马氏体相变,利用现存的各种马氏体相变模型都可以描述马氏体的择优取向过程.郑雁军等^[8]基于马氏体体积分数和相变自由能间的线性微分关系,建立了正弦型马氏体相变模型,从数学表述形式上讲,它和余弦型相变模型无本质上的区别.郭扬波等^[9]在三线性热弹性相变模型^[10]的基础上,并考虑应变率对相变阻力

* 教育部博士点基金项目 20060217010 和哈尔滨工程大学基础研究基金项目 002020260707 资助

收到初稿日期: 2007-03-25, 收到修改稿日期: 2007-06-18

作者简介: 王振清, 男, 1962年生, 教授, 博士

的影响, 建立了一维率相关的马氏体相变模型.

指数型和余弦型马氏体相变模型所需材料参数均可通过实验测定, 都便于实际工程应用. 由于 Tanaka 指数型马氏体相变模型较先建立, 各国学者利用它做了大量的工作. Sun 和 Hwang^[11] 基于细观力学、不可逆热力学和对微结构物理机制的分析, 较好地解释了 SMA 在任意非比例加载下的超弹性和形状记忆效应的宏观现象和细观机制; Boyd 和 Lagoudas^[12] 将总应变分解为弹性应变、相变应变和温度应变, 建立一个三维本构方程; Peng 等^[13] 根据 SMA 中相的组成及其不同温度和应力水平下的动态变化, 建立了一个三维本构方程; 李海涛等人^[14] 假设 SMA 由马氏体相和奥氏体相动态组成, 其行为是两相各自行为的动态组合, 采用经典塑性理论, 建立了一个三维本构方程.

文献 [15] 的研究表明, 与余弦型马氏体相变模型相比, 指数型马氏体相变模型并无明显的优越性, 对某些 SMA 而言, 余弦型马氏体相变模型能更有效地描述 SMA 的相变行为. 应该指出, 现存各马氏体相变模型均没有考虑到相变峰值温度对相变行为的影响, 只考虑了相变开始温度和相变结束温度对相变行为的影响. 实际上, 相变峰值温度与相变开始温度、相变结束温度一样, 是影响 SMA 相变行为的一个主要因素^[16].

本文利用 DSC 热流-温度曲线和马氏体体积分数与相变自由能间的微分关系, 建立了一个新的余弦型马氏体相变模型, 该模型能同时考虑相变峰值温度和相变开始温度、相变结束温度对 SMA 相变行为的影响; 以 Tanaka 增量型本构方程为基础, 推导了一个新的全量型本构方程, 该本构方程具有简洁的数学表述. 本文建立的马氏体相变模型与本构方程比现有模型能更准确地描述 SMA 的相变行为与力学行为.

1 DSC 曲线的模拟

图 1 为由 DSC 实验得到的 SMA 相变过程中典型的热流-温度曲线^[16] (M_s , M_p 和 M_f 分别为马氏体相变的相变开始温度、相变峰值温度和相变结束温度; A_s , A_p 和 A_f 分别为马氏体逆相变的相变开始温度、相变峰值温度和相变结束温度). 可见相变开始温度、相变峰值温度和相变结束温度是显示相变行为的 3 个主要因素, 在建立 SMA 的马氏体相变模型时应该同时考虑这 3 个温度对相变行为的影响.

如图 1 所示, 马氏体相变或马氏体逆相变过程中的热流-温度曲线用 $h(T)$ 表示, 相变潜热用 ΔQ (即曲线凸起部分所包围的面积) 表示, 则有

$$h(T) = \frac{d\Delta Q}{dT} \quad (1)$$

其中, T 表示温度. 在马氏体相变过程中, $h(T)$ 可用如下正弦函数模拟.

$$h(T) = \begin{cases} B\sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{T-M_f}{M_p-M_f}\right) & (M_f < T < M_p) \\ B\sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \cdot \frac{T-M_p}{M_s-M_p}\right) & (M_p < T < M_s) \end{cases} \quad (2a)$$

在马氏体逆相变过程中, $h(T)$ 可用如下正弦函数模拟

$$h(T) = \begin{cases} C\sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{T-A_s}{A_p-A_s}\right) & (A_s < T < A_p) \\ C\sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \cdot \frac{T-A_p}{A_f-A_p}\right) & (A_p < T < A_f) \end{cases} \quad (2b)$$

在 (2) 式中, B 和 C 为常数.

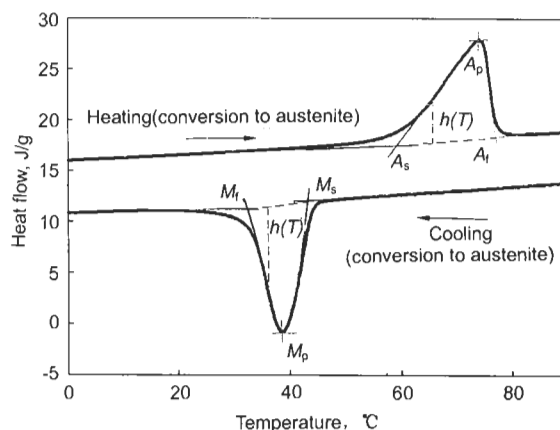


图 1 DSC 实验热流-温度曲线

Fig.1 Typical heat flow-temperature curves of DSC test for SMA

2 马氏体相变模型

在温变的作用下, 在 SMA 相变过程中自由能变化 ΔG 为

$$\Delta G = \Delta H - T \cdot \Delta S \quad (3)$$

式中, ΔH 为相变过程中的焓变, ΔS 为相变过程中的熵变. 相变潜热 ΔQ 和相变焓变关系为

$$\Delta H = \Delta Q + E_s \quad (4)$$

式中, E_s 为弹性储能. 对于大多数 SMA, 相变熵变 ΔS 和弹性储能 E_s 都是常数. 根据式 (3) 和式 (4), 可以得到

$$\frac{d\Delta G}{dT} = \frac{d\Delta Q}{dT} - \Delta S \quad (5)$$

在相变过程中, 马氏体体积分数 ξ 对温度的导数与自由能变化 ΔG 对温度的导数有如下线性关系^[17]:

$$\frac{d\xi}{dT} = k \frac{d\Delta G}{dT} + E \quad (6)$$

其中, k 和 E 为常数, 根据式 (5) 和式 (6) 可以得到

$$\frac{d\xi}{dT} = k \frac{d\Delta Q}{dT} + F \quad (7)$$

其中, 常数 $F = E - k\Delta S$.

假设在马氏体相变和马氏体逆相变过程中, 相变开始和结束时, 马氏体体积分 ξ 对温度 T 的导数等于零, 则由式 (7)、式 (1) 和式 (2) 可以得到

$$\frac{d\xi}{dT} = \begin{cases} kB\sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{T-M_f}{M_p-M_f}\right) & (M_f < T < M_p) \\ kB\sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \cdot \frac{T-M_p}{M_s-M_p}\right) & (M_p < T < M_s) \end{cases} \quad (8a)$$

在马氏体逆相变过程中

$$\frac{d\xi}{dT} = \begin{cases} kC\sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{T-A_s}{A_p-A_s}\right) & (A_s < T < A_p) \\ kC\sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \cdot \frac{T-A_p}{A_r-A_p}\right) & (A_p < T < A_r) \end{cases} \quad (8b)$$

对积分式 (8), 并利用下列边界条件: 在马氏体相变开始和马氏体逆相变结束时马氏体体积分 $\xi=0$; 在马氏体相变结束和马氏体逆相变开始时马氏体体积分 $\xi=1$, 可以得到温变作用下马氏体相变过程中马氏体体积分与温度间的函数关系

$$\xi = \begin{cases} m_2 \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{T-M_f}{M_p-M_f}\right) + m_1 & (M_f < T < M_p) \\ m_1 \cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \cdot \frac{T-M_p}{M_s-M_p}\right) + m_1 & (M_p < T < M_s) \end{cases} \quad (9a)$$

与马氏体逆相变过程的马氏体体积分与温度间的函数关系

$$\xi = \begin{cases} a_1 \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{T-A_s}{A_p-A_s}\right) + a_2 & (A_s < T < A_p) \\ a_2 \cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \cdot \frac{T-A_p}{A_r-A_p}\right) + a_2 & (A_p < T < A_r) \end{cases} \quad (9b)$$

其中, 常数 m_1, m_2 和 a_1, a_2 分别为

$$\begin{cases} m_1 = (M_s - M_p)/(M_s - M_f) \\ m_2 = (M_p - M_f)/(M_s - M_f) \end{cases} \quad (10a)$$

和

$$\begin{cases} a_1 = (A_p - A_s)/(A_r - A_s) \\ a_2 = (A_r - A_p)/(A_r - A_s) \end{cases} \quad (10b)$$

若在马氏体相变过程中, 马氏体体积分的初始值不为 0, 而为 ξ_{AM0} , 则马氏体相变过程中马氏体体积分与温度间的函数关系应为

$$\xi = \begin{cases} \xi_{AM0} + (1 - \xi_{AM0})[m_2 \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{T-M_f}{M_p-M_f}\right) + m_1] & (M_f < T < M_p) \\ \xi_{AM0} + (1 - \xi_{AM0})[m_1 \cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \cdot \frac{T-M_p}{M_s-M_p}\right) + m_1] & (M_p < T < M_s) \end{cases} \quad (11a)$$

若在马氏体逆相变过程中, 马氏体体积分的初始值不为 1, 而为 ξ_{AM0} , 则马氏体逆相变过程中马氏体体积分与温度间的函数关系应为

$$\xi = \begin{cases} \xi_{AM0}[a_1 \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{T-A_s}{A_p-A_s}\right) + a_2] & (A_s < T < A_p) \\ \xi_{AM0}[a_2 \cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \cdot \frac{T-A_p}{A_r-A_p}\right) + a_2] & (A_p < T < A_r) \end{cases} \quad (11b)$$

式 (11a) 和式 (11b) 分别为 SMA 在温变作用下的马氏体相变和马氏体逆相变过程中马氏体体积分与温度间的函数关系. 图 2a 为文献 [5] 中余弦型相变模型的相变临界应力和温度的关系图. 为考虑相变峰值温度对相变行为的影响, 现将相变临界应力和温度的关系图从图 2a 推广到图 2b. 利用式 (11) 和图 2b 所示的临界应力和临界温度关系图, 可以得到马氏体相变过程中马氏体体积分与温度、应力间的如下函数关系:

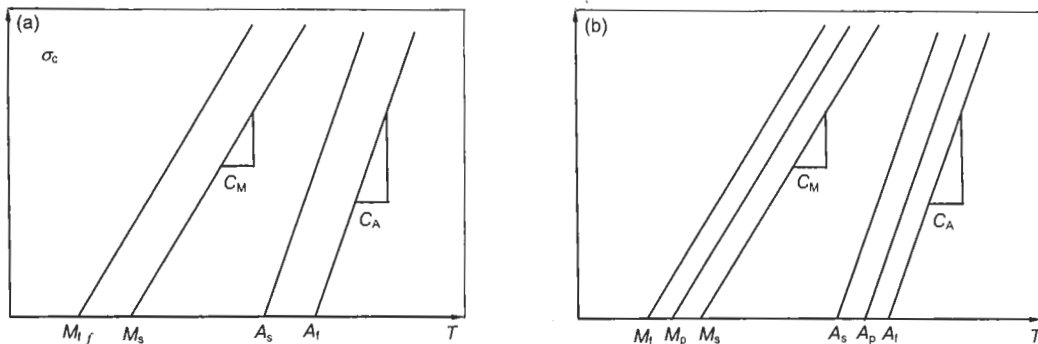


图 2 临界应力和温度关系曲线

Fig.2 Relation curve between critical stresses and temperature in Ref.[5] (a) and in this work (b)

$$\xi = \begin{cases} \xi_{AM0} + (1 - \xi_{AM0})[m_2 \cdot \\ \cos(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{T - M_f - \sigma/C_M}{M_p - M_f}) + m_1] \\ (M_f + \sigma/C_M < T < M_p + \sigma/C_M) \\ \xi_{AM0} + (1 - \xi_{AM0})[m_1 \cdot \\ \cos(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \cdot \frac{T - M_f - \sigma/C_M}{M_p - M_f}) + m_1] \\ (M_p + \sigma/C_M < T < M_s + \sigma/C_M) \end{cases} \quad (12a)$$

以及马氏逆相变过程中马氏体体积分数与温度、应力间的函数关系

$$\xi = \begin{cases} \xi_{AM0}[a_1 \cos(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{T - A_s - \sigma/C_A}{A_p - A_s}) + a_2] \\ (A_s + \sigma/C_A < T < A_p + \sigma/C_A) \\ \xi_{AM0}[a_2 \cos(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \cdot \frac{T - A_p - \sigma/C_A}{A_f - A_p}) + a_2] \\ (A_p + \sigma/C_A < T < A_f + \sigma/C_A) \end{cases} \quad (12b)$$

可以验证, 当应力 $\sigma=0$ 时, 式 (12a) 和式 (12b) 分别退化为式 (11a) 和式 (11b). (12) 式就是本文建立的同时考虑相变峰值温度与相变开始、相变结束温度的 SMA 马氏体相变模型.

若假设在马氏体相变和马氏体逆相变过程中, 相变峰值温度为相变开始温度和相变结束温度的平均值

$$M_p = (M_s + M_f)/2 \quad (13a)$$

和

$$A_p = (A_s + A_f)/2 \quad (13b)$$

将式 (13a) 和式 (13b) 分别代入式 (12a) 和式 (12b), 经过简化整理, 式 (12a) 和式 (12b) 分别退化为

$$\xi = \frac{1 - \xi_{AM0}}{2} \cos[a_M(T - M_f) + b_M \sigma] + \frac{1 + \xi_{AM0}}{2} \\ (M_f + \sigma/C_M < T < M_s + \sigma/C_M) \quad (14a)$$

和

$$\xi = \frac{\xi_M}{2} \{ \cos[a_A(T - A_s) + b_A \sigma] + 1 \} \\ (A_s + \sigma/C_A < T < A_p + \sigma/C_M) \quad (14b)$$

其中, 常数 a_M, b_M 和 a_A, b_A 分别为

$$\begin{cases} a_M = \pi/(M_s - M_f) \\ b_M = -a_M/C_M \end{cases} \quad (15a)$$

和

$$\begin{cases} a_A = \pi/(A_f - A_s) \\ b_A = -a_A/C_A \end{cases} \quad (15b)$$

式 (14a) 和式 (14b) 就是文献 [5] 中式 (23) 和式 (24), 可见余弦型马氏体相变模型是本文建立的马氏体相

变模型在相变峰值温度等于相变开始、相变结束温度平均值时所描述的一种特殊情况. 文献 [15,16] 的研究表明, 很多 SMA 的相变峰值温度与相变开始温度和结束温度的平均值相差很大. 可见本文建立的马氏体相变模型比余弦型和其它马氏体相变模型能更准确地描述 SMA 的相变行为, 这是因为本文建立的马氏体相变模型考虑了相变峰值温度对相变行为的影响, 而现存各马氏体相变模型均不能考虑相变峰值温度对相变行为的影响.

3 本构方程

Tanaka^[3] 一维增量型本构方程为

$$d\sigma = Dd\varepsilon + \Omega d\xi + \theta dT \quad (16)$$

其中, D 为 SMA 的弹性模量, Ω 为 SMA 的相变模量, θ 为 SMA 的热膨胀模量. 在假设 SMA 的弹性模量、相变模量和热膨胀模量都为常数的情况下, Liang 和 Rogers^[5] 推导出如下一维全量本构方程:

$$\sigma - \sigma_0 = D(\varepsilon - \varepsilon_0) + \Omega(\xi - \xi_0) + \theta(T - T_0) \quad (17)$$

其中, $\sigma_0, \varepsilon_0, \xi_0$ 和 T_0 分别为应力、应变、马氏体体积分数和温度的初始值. 弹性模量 D 和相变模量 Ω 之间满足

$$\Omega = -\varepsilon_L D \quad (18)$$

其中, 材料参数 ε_L 为 SMA 的最大残余应变. Brinson^[6] 的研究表明, SMA 的弹性模量在相变过程中并不是常数, 它与马氏体体积分数有如下函数关系

$$D(\xi) = D_a + (D_m - D_a)\xi \quad (19)$$

其中, D_a 和 D_m 分别为 SMA 的奥氏体和马氏体的弹性模量. 根据式 (18) 和 (19), 可以进一步假设 SMA 的相变模量

$$\Omega(\xi) = -\varepsilon_L D(\xi) \quad (20)$$

将式 (19) 和 (20) 代入式 (16), 经整理可得

$$D(\xi)d\varepsilon = d\sigma + \varepsilon_L [D_a + \xi(D_m - D_a)]d\xi - \theta dT \quad (21)$$

积分上式, 得

$$D(\xi)\varepsilon + C(\xi) = \sigma + \varepsilon_L [D_a \xi + (D_m - D_a) \frac{1}{2} \xi^2] - \theta T + K \quad (22)$$

其中, $C(\xi)$ 和 K 为积分常数. 利用式 (19) 将上式进一步整理为

$$D(\xi)\varepsilon + E(\xi) = \sigma + \varepsilon_L D(\xi)\xi - \theta T + K \quad (23)$$

其中

$$E(\xi) = C(\xi) + \frac{1}{2}\varepsilon_L(D_m - D_a)\xi^2 \quad (24)$$

将利用初始条件 $(\sigma_0, \varepsilon_0, \xi_0, T_0)$ 及求出的 K 带入式 (23) 中, 得

$$D(\xi)\varepsilon - D(\xi_0)\varepsilon_0 + E(\xi) - E(\xi_0) = \sigma - \sigma_0 + \varepsilon_L[D(\xi)\xi - D(\xi_0)\xi_0] - \theta(T - T_0) \quad (25)$$

在温度不变 (即 $T = T_0$) 时, 考虑初始条件 $\sigma_0 = \varepsilon_0 = \xi_0 = 0$ 和终结条件 $\varepsilon = \varepsilon_L\xi, \sigma = 0$ (在温度小于 A_s 时, SMA 经过单向拉伸发生马氏体相变后, 再卸载可以实现) 可以得到

$$E(\xi) - E(0) = 0 \quad (26)$$

因此有

$$E(\xi_0) - E(0) = 0 \quad (27)$$

$$E(\xi) - E(\xi_0) = 0 \quad (28)$$

将式 (19) 和 (28) 带入式 (25), 整理后得到本文的 SMA 本构方程

$$\sigma - \sigma_0 = D(\xi)\varepsilon - D(\xi_0)\varepsilon_0 + \Omega(\xi)\xi - \Omega(\xi_0)\xi_0 + \theta(T - T_0) \quad (29)$$

本文建立的本构方程和 Brinson 本构方程^[6]的本质区别在于: Brinson 将马氏体体积分数分成温度诱发的马氏体体积分数和应力诱发的马氏体体积分数两部分, 从热力学基本定理出发, 建立了 Brinson 全量本构方程; 而本文直接从 Tanaka 增量型本构方程出发, 建立了全量型本构方程. 可以验证, 当弹性模量为常数时, 本文建立的本构方程 (29) 退化为 Liang 和 Rogers 的本构方程 (17), 可见 Liang 和 Rogers 的本构方程是本文建立的本构方程在 SMA 弹性模量为常数时所描述的一种特殊情况. 利用本文建立的 SMA 本构方程和马氏体相变模型比利用现存的 SMA 本构方程和马氏体相变模型能更准确地描述 SMA 的力学行为.

4 数值计算

数值计算中取 $M_s=42.36\text{ }^\circ\text{C}$, $M_p=36.03\text{ }^\circ\text{C}$ 和 $M_f=31.42\text{ }^\circ\text{C}$; $A_s=62.88\text{ }^\circ\text{C}$, $A_p=74.22\text{ }^\circ\text{C}$ 和 $A_f=77.64\text{ }^\circ\text{C}$ ^[16]; $D_a=67\text{GPa}$ 和 $D_m=26.3\text{GPa}$, 相变模量 $\theta=0.55\text{ MPa}/^\circ\text{C}$, 马氏体相变和马氏体逆相变的临界应力与温度的关系系数分别为 $C_M=8\text{ MPa}/^\circ\text{C}$ 和 $C_A=13.8\text{ MPa}/^\circ\text{C}$, 最大残余应变 $\varepsilon_L=0.067$ ^[6]. 由于 Liang 和 Rogers 的本构方程中 SMA 的弹性模量是常数, 在应用其本构方程时, 将 SMA 的弹性模量取为马氏体和奥氏体弹性模量的平均值.

图 3a 为式 (12) 和式 (14) 所描述的在无应力作用下 SMA 的马氏体体积分数与温度间的关系曲线. 可以看出, 根据式 (14), 马氏体相变与逆相变过程中曲线的形状是相同的; 而根据本文建立的二者曲线的形状是不同的. 而图 1 中 DSC 实验得到的热流-温度曲线表明, 曲线形状也是不同的. 可见本文建立的马氏体相变模型能更准确地描述 SMA 的相变行为. 图 3b 为应用本文建立的马氏体相变模型描述的应力分别为 0, 30, 60 和 90 MPa 情况下的马氏体体积分数与温度关系曲线. 从图中可以看出, 在马氏体相变和马氏体逆相变过程中, 相变开始温度、相变峰值温度和相变结束温度都随着应力的增加而升高, 这和图 2b 中所描述的相变临界应力和温度的关系图是相符合的.

图 4a, b 分别为应用本文建立的马氏体相变式 (12) 及式 (29) 和式 (14) 及式 (17) 计算的在不同温度时的 SMA 应力-应变曲线. 在温度 $T=90\text{ }^\circ\text{C}$ ($> A_s$, 材料的初始状态为奥氏体) 时, 在加载过程中 SMA 发生马氏体相变, 产生很大的非线性相变应变, 在卸载过程中发生马氏体逆相变, 相变应变全部恢复, 卸载结束时没有残余应变产生, 材料表现为超弹性. 在温度 $T=70\text{ }^\circ\text{C}$ ($< A_s$, 材料的初始状态为奥氏体) 时, 在加载过程中 SMA 发生马氏体相变, 产生很大的非线性相变应变; 在卸载过程中材料发生部分马氏体逆相变, 相变应变部分恢复, 部分相变应变在卸载结束后转变为残余应变, 经过加热至温度

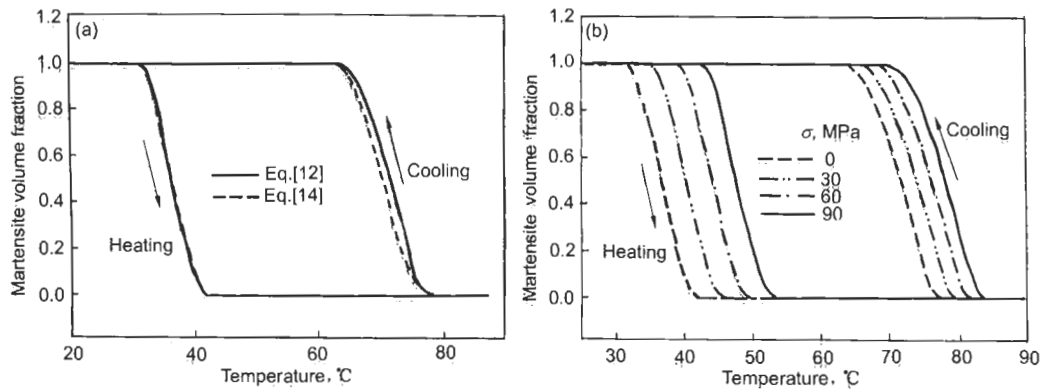


图 3 马氏体体积分数 - 温度曲线

Fig.3 Martensitic volume fraction-temperature curves

(a) $\sigma=0$ comparison between two models (b) calculated by Eq.(12) at different stresses

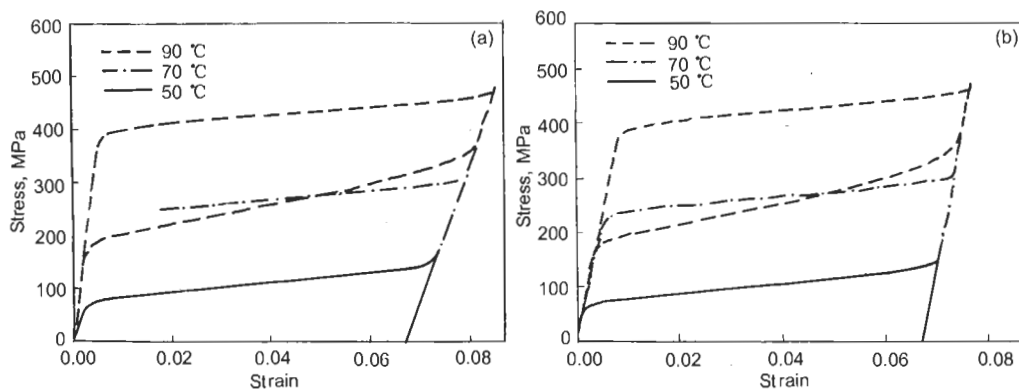


图 4 SMA 应力 - 应变曲线

Fig. 4 Stress-strain curves of SMA calculated by Eq.(12) and Eq.(29) (a) and by Eq.(14) and Eq.(17) (b)

大于 A_f 时, SMA 发生马氏体逆相变, 残余应变全部恢复, 材料表现为形状记忆效应. 在温度 $T=50\text{ }^\circ\text{C}$ ($< A_s$, 材料的初始状态为马氏体) 时, 所描述的是马氏体择优取向过程, 在具体计算时, 认为 SMA 的弹性模量保持不变, 而把 SMA 的马氏体择优取向过程看成是马氏体相变过程, 在加载过程中 SMA 发生马氏体择优取向, 产生很大的非线性应变; 卸载过程中非线性应变不恢复, 在卸载结束时全部转化为残余应变, 在加热至温度大于 A_f 时, SMA 发生马氏体逆相变, 残余应变全部恢复, 材料表现为形状记忆效应. 比较图 4a,b 可见, 在相同的加载条件下, 应用 Liang 和 Rogers 的马氏体相变模型、本构方程计算的应变比应用本文建立的马氏体相变模型、本构方程计算的略小. 这是因为 Liang 和 Rogers 的本构方程中 SMA 的弹性模量是常数 (本文取为马氏体弹性模量和奥氏体弹性模量的平均值), 而实际 SMA 的弹性模量在马氏体相变和马氏体逆相变过程中并不是常数. 本文用式 (19) 来描述 SMA 的弹性模量在马氏体相变和马氏体逆相变过程中的变化, 能准确地描述 SMA 的力学行为.

5 结论

以 DSC 热流 - 温度曲线和相变过程中相变自由能变化和马氏体体积分数间的微分关系为基础, 推导了一个新的余弦型马氏体相变模型. 该模型克服了现存相变模型不能反映相变峰值温度对形状记忆合金相变行为的影响这一局限性. 研究表明, Liang 和 Rogers 余弦型马氏体相变模型是本文余弦型马氏体相变模型所描述的一类特殊情况. 从 Tanaka 增量型 SMA 本构方程出发, 推导了一个数学表述形式简洁的全量型 SMA 本构方程. 研究表明, 现存 Liang 和 Rogers 本构方程是该本构方程在假设 SMA 的弹性模量为常数情况下所描述的一种特殊情况. 利用本文建立的 SMA 本构方程及马氏体相变模型比利用已有 SMA 本构方程及马氏体相变模型能更准确地描述 SMA 的力学行为.

参考文献

- [1] Xu Z Y. *Shang hai Met*, 2003; 25(3): 1 (徐祖耀. 上海金属, 2003; 25(3): 1)
- [2] Müller I. *Arch Ration Mech Anal*, 1979; 70: 61
- [3] Tanaka K. *Res Mech*, 1986; 18: 251
- [4] Magee C L. *The Nucleation of Martensite Phase Transformation*. Ohio, Metals Park: ASM, 1970: 115
- [5] Liang C, Rogers C A. *J Intell Mater Syst Struct*, 1990; 1: 207
- [6] Brinson L C. *J Intell Mater Syst Struct*, 1993; 4: 229
- [7] Zhu Y G, Lü H X, Yang D Z. *Chin J Mater Res*, 2001; 41: 263 (朱伟国, 吕和祥, 杨大智. 材料研究学报, 2001; 15: 263)
- [8] Zheng Y J, Cui L S, Yang D Z. *Acta Mater Compos Sin*, 2000; 17(1): 81 (郑雅军, 崔立山, 杨大智. 复合材料学报, 2000; 17(1): 81)
- [9] Guo Y B, Liu F P, Zai X Y, Tang Z P, Yu J L. *Explos Shock Waves*, 2003; 23:105 (郭扬波, 刘方平, 载翔宇, 唐志平, 虞吉林. 爆炸与冲击, 2003; 23: 105)
- [10] Abeyaratne R, Knowles J K. *J Mech Phys Solids*, 1993; 41: 541
- [11] Sun Q P, Hwang K C. *J Mech Phys Solids*, 1993, 41(1): 1
- [12] Boyd J G, Lagoudas D C. *J Intell Mater Syst Struct*, 1994; 5: 333
- [13] Peng X H, Yang Y, Huang S A. *Int J Solids Struct*, 2001; 38: 6925
- [14] Li H T, Peng X H, Huang S L. *Acta Mech Solids Sin*, 2004; 25(1): 58 (李海涛, 彭向和, 黄尚廉. 固体力学学报, 2004; 25(1): 58)
- [15] Zhou B. *Doctor's Dissertation*, Harbin Engineering University, 2006 (周博. 哈尔滨工程大学博士学位论文, 2006)
- [16] Zhou B, Yoon S H. In: Batra R C, Qian L F, Zhang Y L, Li X N, Tso S K eds, *Proc of the Int Conf on Mechanical Engineering and Mechanics 2005*, (Vol.2), New Jersey: Science Press USA Inc, 2005: 1001
- [17] Xu Z Y. *Martensitic Phase Transformation and Martensite*. Beijing: Science Press, 1980: 348 (徐祖耀. 马氏体相变与马氏体. 北京: 科学出版社, 1980: 348)