

状态反馈预估控制

袁璞 左信 郑海涛

(石油大学,北京 100083)

摘 要

本文给出了具有状态变量反馈的预估控制算法。该算法使系统突破了内模控制 (IMC) 的框架,可用于不稳定的被控对象,抑制干扰的能力也得到提高。本文分析了闭环预估控制系统的特点,给出了稳定的必要和充分条件。

关键词: 状态反馈,状态空间模型,稳定性,预估控制,干扰抑制。

一、引 言

自七十年代末出现模型算法控制 (MAC)^[1] 和动态矩阵控制 (DMC)^[2] 以来,基于模型的预估控制技术在理论和应用上都取得了很大的进展,文献[3]将预估控制和其它控制系统统一为内模控制 (IMC) 结构,成为分析设计这类系统的依据。文献[4,5]给出了单值预估控制和基于状态空间模型的算法,本文进一步给出了用状态变量反馈实现的单值预估控制的算法,它使系统突破了 IMC 的框架,可用于不稳定的被控过程,抑制干扰的能力也得到提高。本文给出的有关闭环系统稳定的必要和充分条件,将稳定性与预估长度联系起来,成为闭环系统参数整定的指导。

仿真结果和在催化裂化装置反应过程中的应用证实了以上各点。

二、单值预估控制算法

设被控过程可用下述离散状态空间模型描述:

$$X(k+1) = AX(k) + BU(k), \quad (1a)$$

$$Y(k) = CX(k), \quad (1b)$$

$X \in R^n$, $U \in R^m$, $Y \in R^r$. A, B, C 为相应维数矩阵。

设对于第 j 个输出 ($j = 1, 2, \dots, r$), 预估长度为 P_j 个采样周期时, 相应的预估值为

$$\hat{Y}_j(k + P_j) = C_j A^{P_j} X(k) + \sum_{i=1}^{P_j} C_j A^{i-1} B U(k + P_j - i), \quad (2)$$

在每个采样时刻用实测输出 $Y(k)$ 对预估值进行修正得

$$Y_j^c(k + P_j) = \hat{Y}_j(k + P_j) + [Y_j(k) - \hat{Y}_j(k)], \quad (3)$$

$$j = 1, 2, \dots, r.$$

其中 $\hat{Y}_j(k)$ 是在相同预估长度 P_j 的情况下, 由模型估计的当前时刻的输出, 可表示为

$$\hat{Y}_j(k) = C_j A^{P_j} X(k - P_j) + \sum_{i=1}^{P_j} C_j A^{i-1} B U(k - i), \quad (4)$$

设输出的给定值为 $Y_j^s(k + P_j)$ 则预估偏差为

$$e_j = Y_j^s(k + P_j) - Y_j^c(k + P_j). \quad (5)$$

对于单值预估控制, 通常假设

$$U(k + 1) = U(k), \quad 1 \geq 0, \quad (6)$$

$$Y_j^s(k + P_j) = Y_j^s(k). \quad (7)$$

将(6),(7)式代入上述各式, 得预估偏差向量

$$E_p = [e_1 \ e_2 \ \dots \ e_r]^T = Y^s(k) - Y(k) - KX(k) - SU(k) + \hat{Y}(k). \quad (8)$$

其中

$$K = [(C_1 A^{P_1})^T (C_2 A^{P_2})^T \dots (C_r A^{P_r})^T]^T, \quad (9)$$

$$S = [S_1^T(P_1) S_2^T(P_2) \dots S_r^T(P_r)]^T, \quad (10)$$

$$S_j(P_j) = \sum_{i=1}^{P_j} C_j A^{i-1} B.$$

使偏差最小, 即 $\min_{U(k)} (E_p^T Q E_p)$. 其中 $Q > 0$, 为偏差加权阵, 得最优控制为

$$U(k) = (S^T Q S)^{-1} S^T Q [Y^s(k) - Y(k) - KX(k) + \hat{Y}(k)]. \quad (11)$$

若 $r = m$, 相应的最优控制是

$$U^*(k) = S^{-1} [Y^s(k) - Y(k) - KX(k) + \hat{Y}(k)]. \quad (12)$$

三、结构与特点

按(12)式计算最优控制 u 时, 若采用由模型计算的状态变量, 即用(1)式或(4)式进行递推计算, 必须设定状态初值, 在 N 步递推之后, 输出值为

$$\hat{Y}(k) = C A^N X(k - N) + \sum_{i=1}^N C A^{i-1} B U(k - i). \quad (13)$$

若被控过程是稳定的, 选择充分大的 N , 可忽略 $C A^N X(k - N)$ 这一项, 使初值误差的影响很小, 这就是文献 [6] 介绍的基于离散卷积模型的预估控制算法, 本文简称为 DCMPC.

设实际被控过程可用下式描述:

$$X(k + 1) = \bar{A}X(k) + \bar{B}U(k) + FV(k), \quad Y(k) = \bar{C}X(k), \quad (14a), (14b)$$

其中 $V \in R^q$ 为不可测干扰.

DCMPC 系统可用图 1(a) 表示, 是一个典型的 IMC 结构, 它的一个重要特点是当

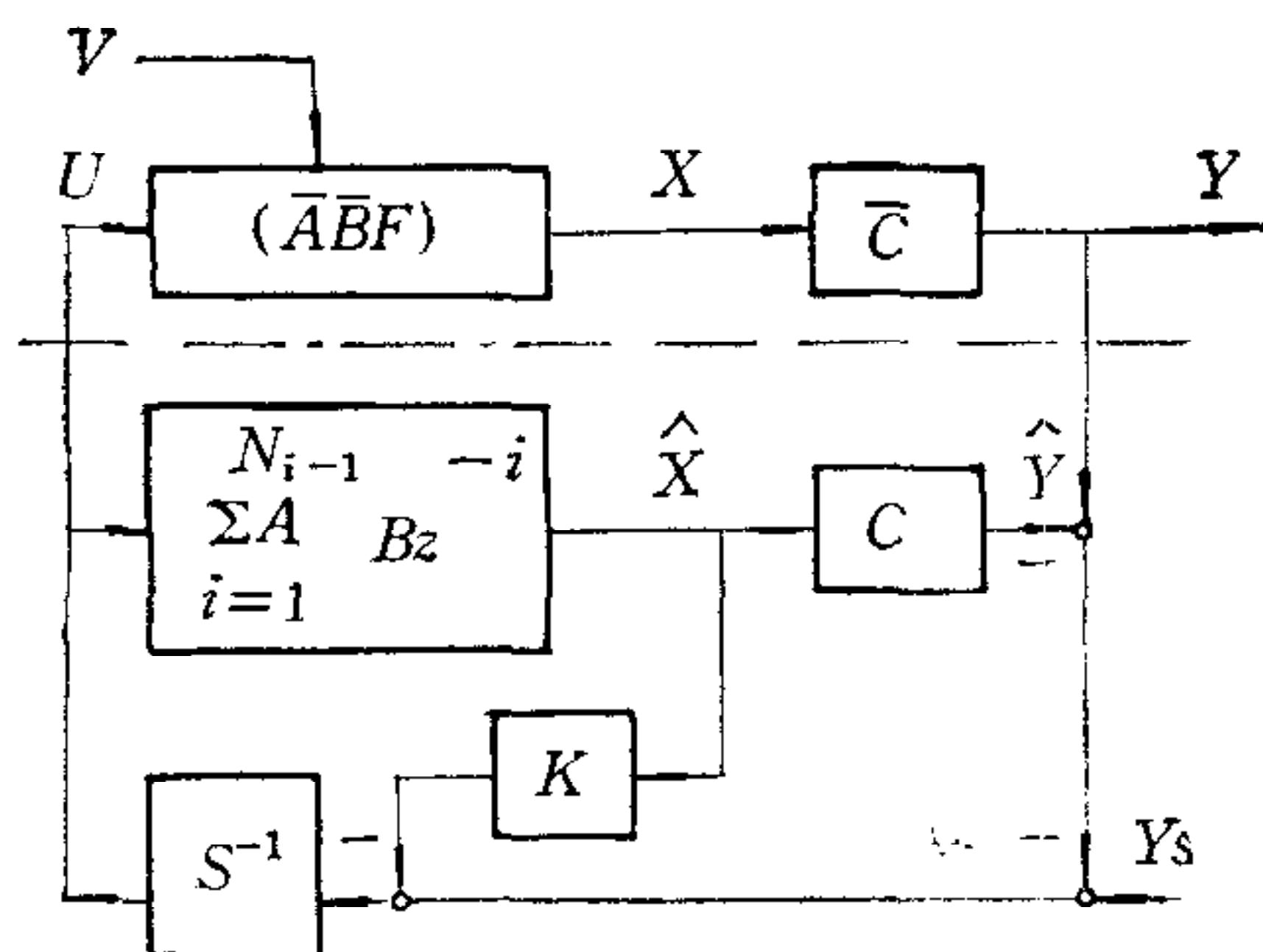


图 1(a) DCMPC

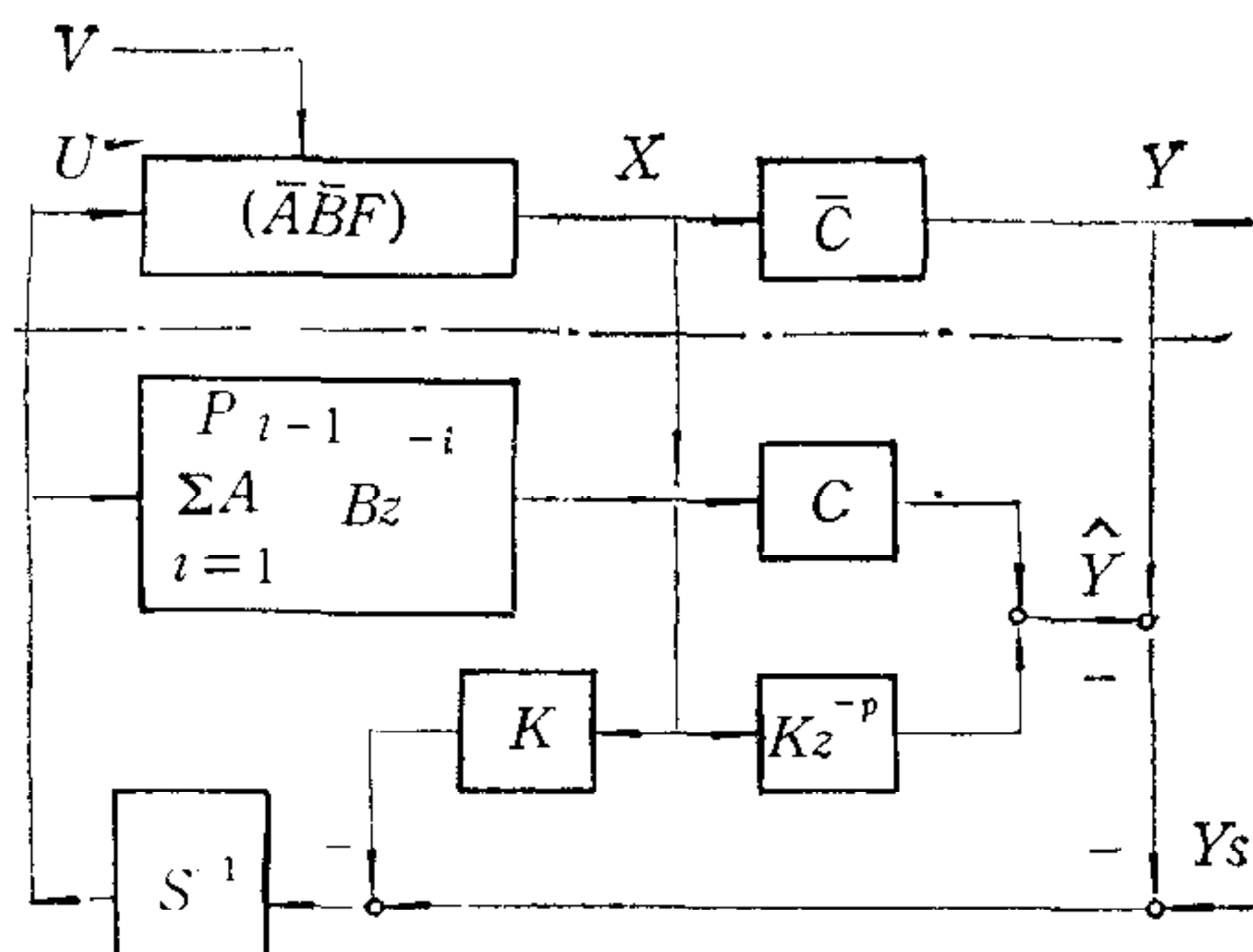


图 1(b) SVFPC

模型准确时,即 $A = \bar{A}$, $B = \bar{B}$, $C = \bar{C}$, 且干扰 $V(k) = 0$ 时,计算输出 $\hat{Y}(K)$ 与实测输出 $Y(K)$ 相等,相当于断开了输出反馈,形成了一个开环系统,因此系统的稳定性取决于被控过程和控制器稳定性,因而不能用于不稳定的被控过程。

若用实测状态或观测状态代入(12)式中,则形成图 1(b) 所示与 IMC 截然不同的具有状态反馈的闭环预估控制系统结构,简称 SVFPC。当模型准确且干扰为零时,计算的输出 $\hat{Y}(K)$ 等于 $Y(K)$,使输出反馈被断开,但状态反馈则始终存在,因而可用于不稳定的被控过程。

将(12)式代入(14)式,可得闭环 SVFPC 系统的状态空间描述是

$$X(k+1) = A_c X(k) + \bar{B} S^{-1} Y(k) + F V(k) - \bar{B} S^{-1} [Y(k) - \hat{Y}(k)], \quad (15)$$

其中

$$A_c = \bar{A} - \bar{B} S^{-1} K. \quad (16)$$

显然,闭环系统的稳定性取决于状态反馈阵 $S^{-1}K$,它是预估长度 P_i 的函数,恰当选择 P_i ,闭环预估控制系统可稳定(详见后)。

SVFPC 也使系统抑制干扰的能力得到提高,这是因为实测状态中包含了干扰的信息,由于干扰的存在,实测状态和估计状态不同,实测输出 $Y(k)$ 与估计输出 $\hat{Y}(k)$ 亦不相等,此时,由(12)式给出的最优控制可表示为

$$U^*(k) = S^{-1} \begin{bmatrix} Y_1^s(k) - Y_1(k) - C_1 A^{P_1} [X(k) - X(k - P_1)] + \sum_{i=1}^{P_1} C_1 A^{i-1} B u(k - i) \\ \vdots \\ Y_r^s(k) - Y_r(k) - C_r A^{P_r} [X(k) - X(k - P_r)] + \sum_{i=1}^{P_r} C_r A^{i-1} B u(k - i) \end{bmatrix}. \quad (17)$$

设 $A = \bar{A}$, $B = \bar{B}$, $C = \bar{C}$, $P_1 = P_2 = \dots = P_r = P$,用实测状态计算 u ,由(17)式作 z 变换有

$$U^*(z) = G^{-1}(z) [Y^s(z) - Y(z) - C A^P (zI - A)^{-1} (1 - z^{-P}) F V(z)], \quad (18)$$

其中

$$G(z) = S + C A^P (zI - A)^{-1} B (1 - z^{-P}) - \sum_{i=1}^P C A^{i-1} B z^{-i}. \quad (19)$$

若采用计算状态,由模型(1)式得

$$U(z) = G^{-1}(z)[Y^s(z) - Y(z)]. \quad (20)$$

比较(18),(20)式可明显地看到,由于采用实测状态反馈,在(18)式中增多的一项, $CA^p(zI - A)^{-1}FV(z)(1 - z^{-p})$ 相当于对干扰的前馈^[7]. 在 $p = 1$ 时,这种前馈作用更为明显,将

$$U(k) = (CB)^{-1}[Y^s(k) - CAX(k) - CFV(k-1)], \quad (21)$$

代入(14)式,得闭环系统的输出为

$$Y(k+1) = Y^s(k) + CF[V(k) - V(k-1)], \quad (22)$$

这是一种理想的控制结果,当 Y^s 或 V 阶跃变化后,输出可在一个采样周期后完全跟踪给定值. 这种对干扰的抑制能力,是用估计状态计算或 DCMPC 或 GPC^[8] 所不能达到的.

SVFPC 仍保留了其它预估控制算法的一个特点,即若闭环控制系统是稳定的,则无论模型是否准确,对于阶跃输入(给定值或干扰)均是无稳态偏差的,并具有较强的鲁棒性.

四、闭环系统稳定性分析

如上所述,使 SVFPC 系统稳定的充要条件是 $A_c = A - BS^{-1}K$ 的特征值均在单位圆内. 显然, S 非奇异,是闭环稳定的必要条件.

对闭环的稳定性,设 $A = \bar{A}$, $B = \bar{B}$, $C = \bar{C}$; 且 (A, B) 可控, (C, A) 可观,有以下结果:

定理 1. SVFPC 系统稳定的必要条件之一是

$$P_j \geq \delta_{j+1}, \quad (j = 1, 2, \dots, r), \quad (23)$$

其中 δ_j 满足下述关系:

$$\begin{aligned} C_j A^l B &= 0, \quad \text{当 } l < \delta_j, \\ C_j A^l B &\neq 0, \quad \text{当 } l = \delta_j, \quad (l = 0, 1, 2, \dots, n-1), \end{aligned} \quad (24)$$

这也是 S 为非奇异的必要条件.

定理 2. 若被控过程是稳定的,且 S 为非奇异,则 SVFPC 系统稳定的必要条件之一是

$$\det G_m(1)/\det S > 0, \quad (25)$$

其中,

$$G_m(1) = C(I - A)^{-1}B. \quad (26)$$

证. 由(16)式,对于稳定的闭环系统,必满足

$$\det(ZI - A + BS^{-1}K)|_{z=1} = \det(I - A + BS^{-1}K) > 0.$$

由分块矩阵行列式,有

$$\det[ZI - A + BS^{-1}K] = \frac{\det(ZI - A)\det[S + K(ZI - A)^{-1}B]}{\det S}, \quad (27)$$

若被控过程是稳定的,则

$$\det(ZI - A)|_{z=1} > 0, \quad (28)$$

而 $[S + K(ZI - A)^{-1}B]|_{z=1} = G_m(1)$, 故 $\frac{\det G_m(1)}{\det S} > 0$ 是闭环稳定的必要条件.

定理 3. 若被控过程稳定, 当 $P_j (j = 1, 2, 3, \dots, r)$ 充分大时, SVFPC 系统一定稳定的.

证明. 被控过程稳定, 则 $\det(zI - A)$ 的零点均在单位圆内, 由(28)式, 此时闭环系统的稳定性取决于 $\det[S + K(ZI - A)^{-1}B]$ 的零点, 此式可展开为以下多项式:

$$\det[S + K(zI - A)^{-1}B] = \det S + \sum_{i=1}^n a_i z^{-i}, \quad (29)$$

对稳定的被控过程 $\lim_{j \rightarrow \infty} A_j = 0$, 故当 $P_j (j = 1, 2, \dots, r)$ 充分大时, 由(9)式得 $\lim_{P_j \rightarrow \infty} K = 0$, 则(29)式一定可以满足下述条件之一:

1) 首项优势条件

$$|\det S| \geq \sum_{i=1}^n |a_i|. \quad (30)$$

2) 单调性条件

$$\det S > a_1 > a_2 > \dots > a_n, \quad (31)$$

因而 $\det[S + K(zI - A)^{-1}B]$ 的零点在单位圆内^[9], 闭环系统是渐近稳定的.

五、实 例

例 1. 不稳定被控过程为

$$A = \begin{bmatrix} 0.0 & 1.0 \\ -0.368 & 1.368 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0.368 \\ 0.736 \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.0 \\ 0.0 & 0.2 \end{bmatrix}, C = [1 \quad 0].$$

由于 $CB = 1$, 故 $\delta = 0$, 根据定理 1, 选择 $P = 1$, 此时

$$A_c = A - B(CB)^{-1}CA = \begin{bmatrix} 0.0 & 0.0 \\ -0.368 & -0.632 \end{bmatrix},$$

其特征值为 0 和 0.632, 故系统是渐近稳定的, 由于 $P = 1$, 采用 SVFPC 时无论给定值和干扰 (V_1, V_2) 阶跃变化后, 输出在每个采样时刻的值均与给定值相等, 而采用 DCMPC 时系统是非渐近稳定的.

例 2. 被控过程为非最小相位系统

$$A = \begin{bmatrix} 0.818 & 0 \\ 0 & 0.368 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0.364 \\ 0.632 \end{bmatrix}, C = [1 \quad -1], F = \begin{bmatrix} 0.182 \\ 0.316 \end{bmatrix}.$$

由被控过程的模型可得

表 1

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$S(i)$	-0.27	-0.20	-0.05	0.12	0.27	0.40	0.51	0.60	0.67	0.73	0.78
$CA^{i-1}B$	-0.27	-0.065	0.16	0.17	0.15	0.13	0.11	0.09	0.07	0.06	0.05

由定理 2 知, $P \leq 3$ 时, 闭环系统一定不稳定; 由定理 3 及首项优势条件(30)知, 当 $P = 9$ 时, 闭环系统一定是稳定的; 由定理 3 及单调性条件(31)知, 当 $P = 5$ 时, 闭环系统稳定.

图 2 是 $P = 9$ 时系统对阶跃干扰 V 的响应. SAE 表示各采样点误差绝对值之和(下同).

例 3. 被控过程离散化状态方程

$$A = \begin{bmatrix} 0.818 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.549 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.875 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0.182 & 0 \\ 0.0 & 0.301 \\ 0.0 & 0.187 \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} 0.0 \\ 0.1504 \\ 0.0562 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1.2 & 0.0 & 1.0 \end{bmatrix}.$$

$$\det G(1) = \det[C(zI - A)^{-1}B]_{z=1} = 0.7,$$

$$C_1B = [0.182 \quad 0.3008] \neq 0, \delta_1 = 0,$$

$$C_2B = [0.2184 \quad 0.1875] \neq 0, \delta_2 = 0.$$

$$\det \begin{bmatrix} C_1B \\ C_2B \end{bmatrix} = -0.0317,$$

由定理 2, 选用 $P_1 = 1, P_2 = 1$, 闭环系统将是不稳定的. 由于被控过程是稳定的, 由定理 3, 选 $P_1 = 6, P_2 = 9$, 闭环系统稳定(此时 $\det S = 0.083$, 满足定理 1 给出的必要条件), 对阶跃干扰的响应如图 3.

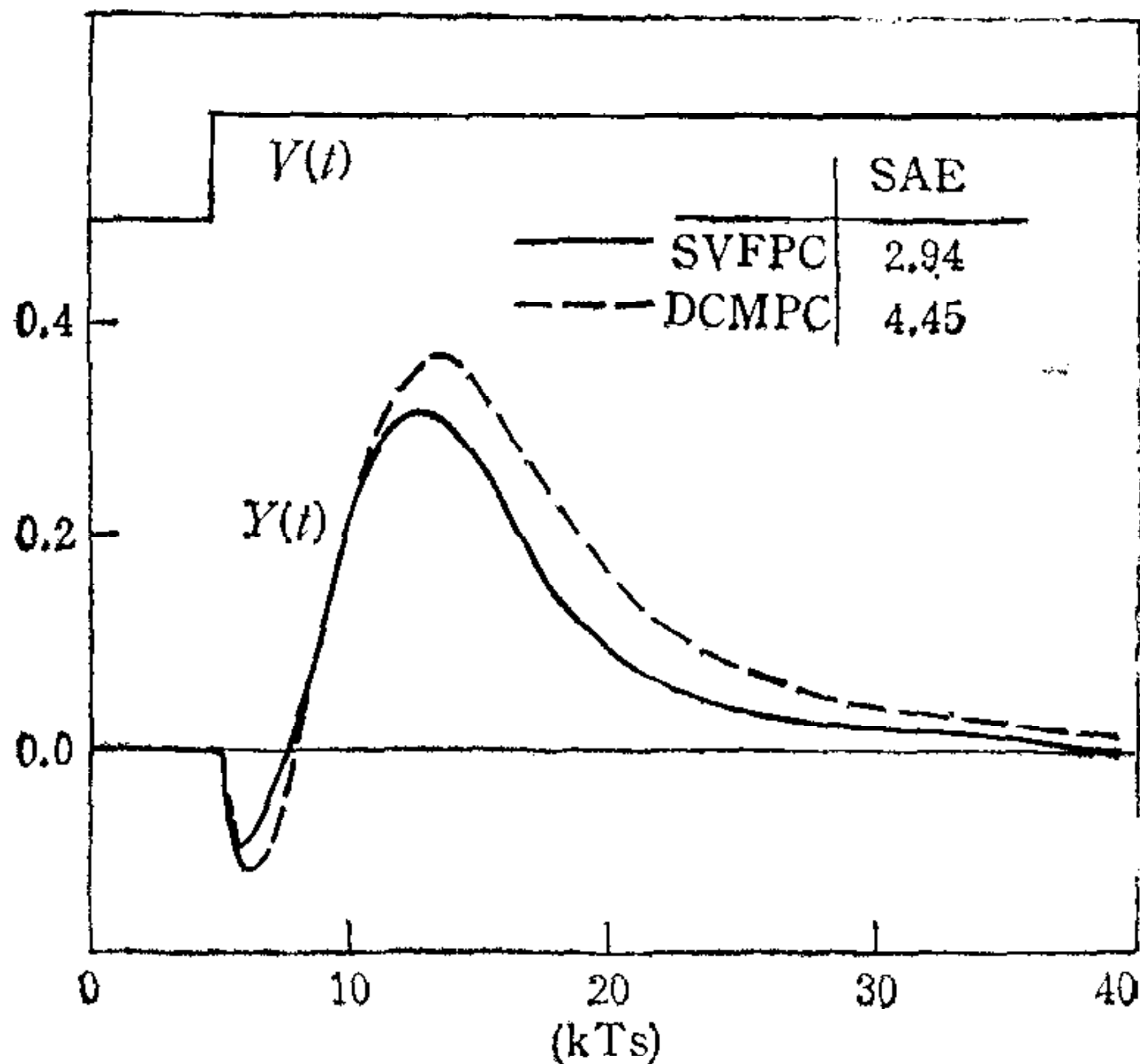


图 2

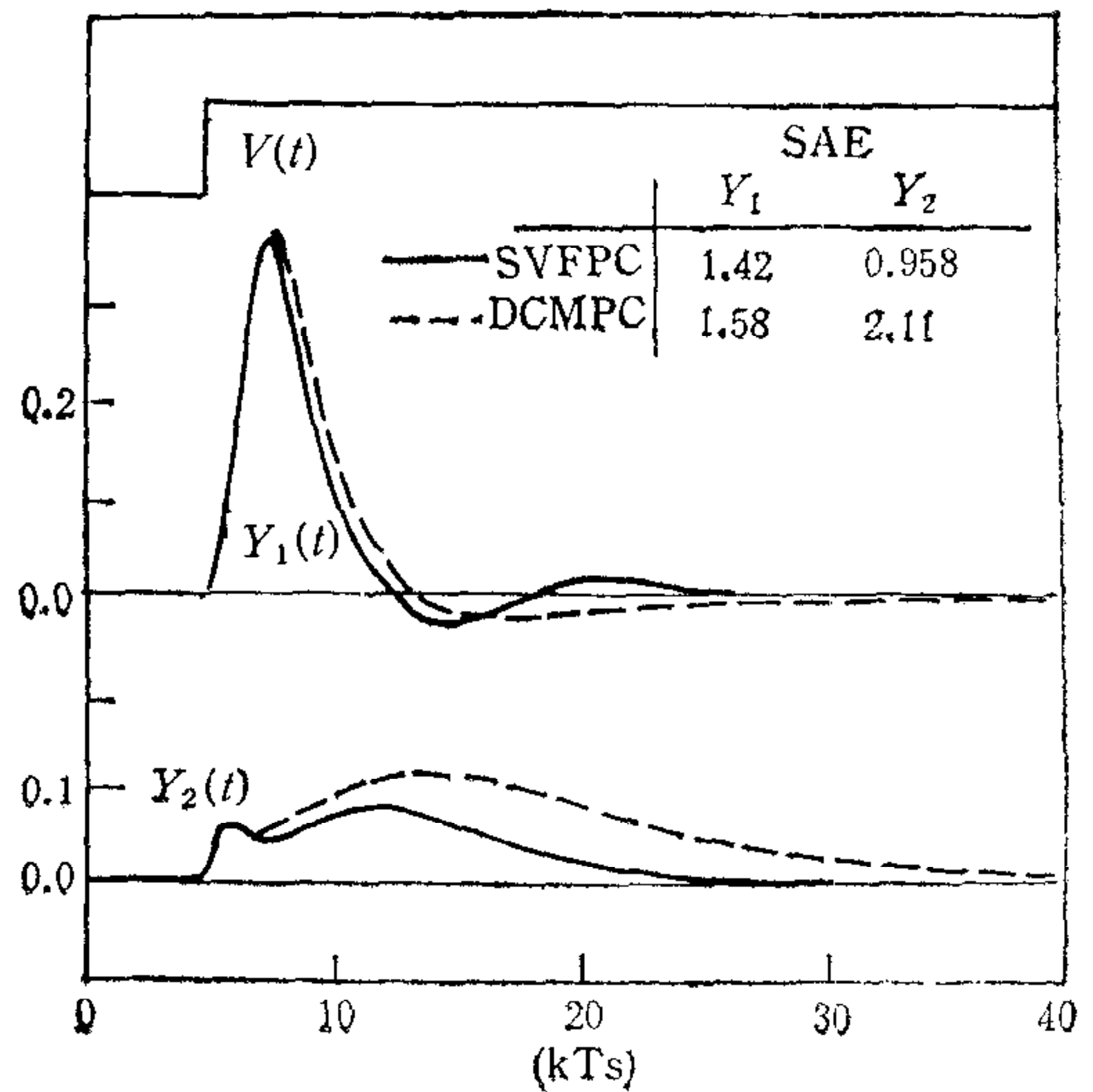


图 3

例 4. 催化裂化提升管反应温度控制^[10]

对反应温度采用 SVFPC 后, 系统具有很好的鲁棒性, 控制性能也有很大的改善, 一组实测的对给定和干扰的阶跃响应如图 4 所示.

现代催化裂化装置中, 大多采用提升管式反应器, 它是一个典型的分布参数系统, 且

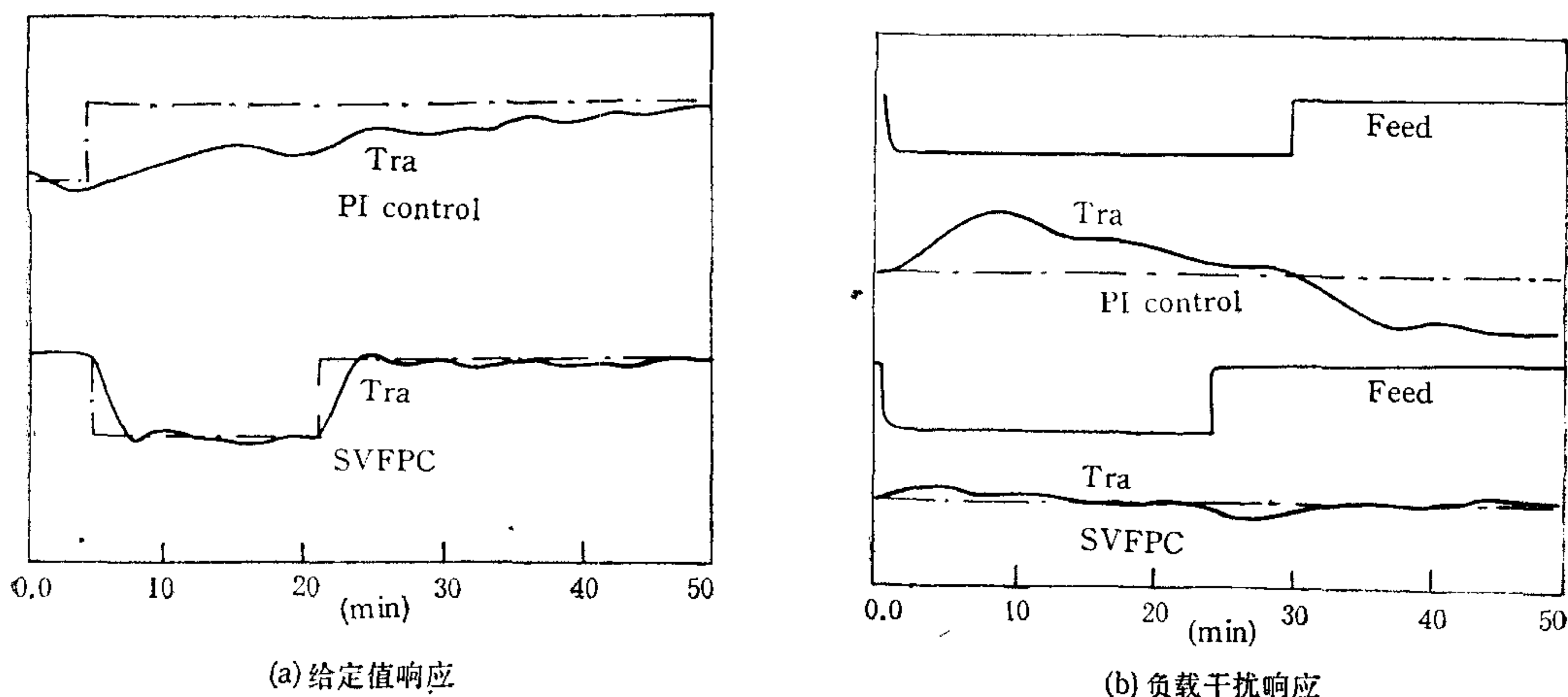


图 4

与再生器紧密相关, 形成一个复杂的多变量系统. 为实时计算控制作用, 采用了在空间和时间上离散化, 并作线性化处理后的仅包含提升管反应器部分的简化模型^[11]. 实际应用表明, 对鲁棒性和抗干扰能力较强的状态反馈预估控制, 这种简化处理是合适的.

为避免实际生产过程中很难确定的稳态值的影响, 采用下述增量算法

$$\text{令 } \Delta U(k) = U(k) - U(k-1), \tag{32}$$

由(4), (12)式可得下述增量形式的预估控制

$$\Delta U(k) = S^{-1}[Y^s(k) - Y(k) - \Delta X - \Delta SU], \tag{33}$$

其中

$$\Delta X = \begin{bmatrix} C_1 A^{P_1} [X(k) - X(k-1)] \\ \vdots \\ C_r A^{P_r} [X(k) - X(k-P_r)] \end{bmatrix},$$

$$\Delta SU = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{P_1} [S_1(P_1) - S_1(i)] \Delta U(k-i) \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^{P_r} [S_r(P_r) - S_r(i)] \Delta U(k-i) \end{bmatrix}.$$

在(33)式中, 被控输出 $Y(k)$ 仍为其绝对值(实测值)而不是增量, 在 ΔX 和 ΔSU 的表达式中, $X(k)$ 和 ΔU 不论用相对稳态值的摄动量还是实测值, 都不受稳态值变化的影响, 并且可以避免测量信号中的零点误差.

应用状态反馈预估控制的另一个问题是状态不都是可以测量的. 综上述分析可知, 既使全部采用计算状态, 仍是一个内模控制结构的预估控制系统, 只是抑制干扰能力下降, 适用范围较窄. 若要求全部状态变量反馈, 可采用状态观测器观测状态. 若主要状态变量可测, 个别不可测状态用计算结果, 对控制效果不会有多大影响, 算法也简单. 在本例中, 提升管原有反应温度 PI 调节器中积分输出是一个不可测状态, 由于积分作用影响较小, 实用时采用计算结果.

状态反馈预估控制突破了 IMC 的框架,它充分利用了过程信息,可以得到更好的控制效果,在大多数情况下,计算所需内存量也比 DMC 少。由于算法提供的较强的鲁棒性,用简化模型可得到较满意的控制效果,建模工作并不困难,为其工业应用提供了广阔前景。

本文工作得到中国石化总公司发展部,兰州炼油化工总厂的支持,石油大学还有不少同志参加了这项工作,在此表示衷心的感谢!

参 考 文 献

- [1] Richalet, J. et al., Model Predictive Heuristic Control: Application to Industrial Processes, *Automatica*, 14(1978), 413—428.
- [2] Cutler, C. R. and Remaker, B. L., Dynamic Matrix Control—A Computer Control Algorithm, *Proceedings JACC* (1980), WP5-B, San Francisco.
- [3] Garcia, C. E. and Morari, M., Internal Model Control 1—An Unifying Review and Some New Results, *I&EC Process Des. Dev.*, 21(1982), 308.
- [4] 袁璞,单值预估控制,石油大学学报,1992.(5).
- [5] 丛松波、袁璞,基于状态方程的预估控制,工业过程模型化与控制,2(1988),159—165.
- [6] Marchetti, J. L. et al., Predictive Control Based On Discrete Convolution Model, *I&EC Process Des. Dev.*, 22(1983), 488—495.
- [7] Yuan, P. et al., Predictive Control With State Feedback Applied To Reaction Severity Control of FCCU *Proceedings of PCPI'89*(1989), IFAC PS2-1-6, Osaka, Japan.
- [8] Clarke, D. W. et al., Generalized Predictive Control, *Automatica*, 23(1987), (2), 137—160.
- [9] Xi, Y. G. and Schmidt, G., *IEEE Trans. AC-30*(1985), (1), 78—80.
- [10] 郑远扬、高少立、袁璞,催化裂化装置动态数学模型,石油炼制,2(1986),23—30.
- [11] 袁璞等,催化裂化装置提升管反应器的控制,工业过程模型化与控制,3(1989),144—150.

STATE VARIABLE FEEDBACK PREDICTIVE CONTROL

YUAN PU ZOU XIN ZHENG HAITAO

(University of Petroleum, P. O. Box 902 Beijing, 100083)

ABSTRACT

In this paper, an algorithm of state variable feedback predictive control is given, it makes the structure of the system different from the IMC framework, this algorithm may be used to stabilize an unstable controlled process, unknown disturbance rejection is also improved. The properties of the predictive control system was analyzed, some necessary and sufficient conditions of stability are presented. All of these are demonstrated by simulation results and application to a commercial Fluidized Catalytic Cracking Unit.

Key words: State space model; predictive control; state variable feedback; stability.



袁 璞 1956年毕业于北京石油学院,1958年毕业于清华大学自动化班,现为石油大学(北京)教授,多年来一直从事生产过程自动化的教学和科研工作。



左 信 1984年毕业于华东石油学院,留校工作三年,1990年毕业于石油大学研究生部,获工学硕士学位,现为石油大学(北京)讲师。



郑海涛 1989年毕业于清华大学,1992年毕业于石油大学研究生院,获工学硕士学位,现在中国石化总公司抚顺石油化工研究院工作。