

# 量子纠缠态的普适远程克隆<sup>\*</sup>

李艳玲<sup>1,2)</sup> 冯 健<sup>1,2)†</sup> 於亚飞<sup>3)</sup>

1) 聊城大学物理科学与信息工程学院, 聊城 252059)

2) 聊城大学光通信研究所, 聊城 252059)

3) 华南师范大学光子信息技术实验室 广州 510006)

(2006 年 11 月 15 日收到, 2007 年 5 月 15 日收到修改稿)

提出一种任意两粒子纠缠态  $1 \rightarrow 2$  普适远程克隆方案. 此方案仅需一个特殊的四粒子纠缠态作为量子信道, 就可使处于空间不同位置的两个接收者分别以  $5/6$  的保真度得到任意输入态的近似拷贝, 该保真度远高于已有方案中的保真度. 将方案推广到任意两粒子纠缠态  $1 \rightarrow N$  ( $N > 2$ ) 普适远程克隆的情况, 可使处于不同地点的  $N$  个接收者分别以  $(2N+1)/(3N)$  的保真度得到输入态的近似拷贝. 另外, 提出一种以上述单个特殊四粒子纠缠态作为量子信道, 在多目标量子比特受控非门和附加粒子的辅助下实现任意  $n$  ( $n \geq 3$ ) 粒子 Greenberger-Horne-Zeilinger (GHZ) 态  $1 \rightarrow 2$  普适远程克隆的方案, 并把此方案也推广到任意  $n$  粒子 GHZ 态  $1 \rightarrow N$  ( $N > 2$ ) 普适远程克隆的情况. 与已有的方案相比较, 这些方案均具有节省量子信道纠缠资源、输出态保真度较高的特点.

关键词: 量子纠缠态, 普适远程克隆, 保真度

PACC: 0365

## 1. 引 言

量子纠缠作为量子态的重要特性之一, 一方面可用于检验基本量子理论的完备性; 另一方面作为物理资源的量子纠缠在量子信息领域中起着至关重要的作用. 关于量子纠缠特性<sup>[1-3]</sup>以及量子纠缠应用<sup>[4-7]</sup>的研究已成为量子信息学中的前沿课题.

量子理论禁止对未知量子态的精确克隆<sup>[8]</sup>, 因此, 量子态的非精确克隆就引起了人们的广泛兴趣, 分别提出了单粒子量子态的近似克隆<sup>[9]</sup>、概率克隆<sup>[10]</sup>、辅助克隆<sup>[11]</sup>和远程克隆<sup>[12-19]</sup>等方案. 鉴于量子纠缠的重要性, 人们在研究单粒子量子态克隆方案的基础上, 对量子纠缠态的克隆也作了深入研究<sup>[20-26]</sup>. 文献 20 研究了纠缠态的普适克隆; 文献 [21] 提出了实现非局域纠缠态对称克隆及纠缠播送的方案; 文献 22, 23 分别探讨了两粒子  $2 \times 2$  维及  $d \times d$  维 ( $d > 2$ ) 最大纠缠态的最佳普适克隆方案. 随着量子保密通信、量子远程控制、远程量子计算等领域的发展, 人们需要研究各种有效的量子信息传播、处理和存储方案, 这就要求充分利用非局域多

体量子纠缠的可操作性和可制备性, 因此, 量子纠缠态的远程播送和远程克隆就成为新的研究热点<sup>[24-26]</sup>. 文献 24, 25 分别研究了利用局域、非局域操作实现纠缠态远程播送的方案, 在上述两方案中, 由一对发送者持有的两粒子纠缠态被远程播送至两对接收者, 这两个发送者及四个接收者均处于空间不同位置. 文献 26 提出了一种两粒子纠缠态远程克隆方案. 此方案中, 传送者及接收者共享两个特殊的四粒子纠缠态作为量子信道, 通过 Bell 基测量、经典通信及单粒子么正变换, 可使处于不同地点的接收者 Bob 和 Charlie 同时得到一份原未知纠缠态的近似拷贝, 其保真度依赖于原未知量子态, 最大值为  $25/36$ . 另一方面, 文献 26 还提出了一种两粒子纠缠态普适远程克隆方案, 其保真度为  $9/16$ , 小于  $25/36$ . 这两个方案仅需对单粒子实施么正变换, 但需要两个四粒子纠缠态作为量子信道, 即量子信道所需的纠缠态较多. 因此, 这两个方案适用于多粒子纠缠态制备和保持比较容易, 但局域两粒子么正变换操作比较困难的情况. 考虑到量子纠缠是一种昂贵的资源<sup>[12]</sup>, 在许多情况下多粒子纠缠态的制备比较困难, 另一种需要研究的方案是适

\* 国家自然科学基金(批准号: 10574060, 10404007)和山东省自然科学基金(批准号: Y2004A09)资助的课题.

† 通讯联系人. E-mail: fj@leu.edu.cn

用于多粒子纠缠态制备和保持比较困难,但局域两粒子么正变换操作较易实现的情况.因此,如何减少量子态远程克隆方案中量子信道所需的纠缠量、节约纠缠资源成为很有意义的课题.

本文从节省纠缠资源的角度出发,提出一种新的未知两粒子纠缠态  $1 \rightarrow 2$  普适远程克隆方案.此方案仅需一个由发送者和接收者共享的特殊四粒子纠缠态作为量子信道,通过局域量子测量、经典通信以及相应的局域么正变换,就可使处于空间不同位置的两个接收者分别同时以  $5/6$  的保真度得到一份原未知两粒子纠缠态的拷贝.与文献[26]相比较,此方案仅用一个四粒子纠缠态作为量子信道,消耗较少的量子纠缠资源完成了未知两粒子纠缠态的普适远程克隆,其保真度( $5/6$ )远高于文献[26]所给方案中的保真度( $9/16$ ).实现本方案的关键在于构造出发送者和接收者共享的单个特殊四粒子纠缠

态作为量子信道,文中分析了此四粒子态的内在纠缠结构,并把此方案推广到未知两粒子纠缠态  $1 \rightarrow N$  ( $N > 2$ ) 普适远程克隆的情况.此外,还提出以单个特殊四粒子纠缠态作为量子信道实现  $n$  ( $n \geq 3$ ) 粒子 Greenberger-Horne-Zeilinger (GHZ) 态  $1 \rightarrow 2$  普适远程克隆的方案,并把此方案推广到  $n$  ( $n \geq 3$ ) 粒子 GHZ 态  $1 \rightarrow N$  ( $N > 2$ ) 普适远程克隆的情况.

## 2. 两粒子纠缠态的普适远程克隆

下面首先给出任意两粒子纠缠态  $1 \rightarrow 2$  普适远程克隆的方案.如图1所示,发送者 Alice 拥有粒子  $A_1$  和粒子  $A_2$ ,它们处于未知两粒子纠缠态

$$|\varphi_{A_1 A_2}\rangle = \alpha |00\rangle_{A_1 A_2} + \beta |11\rangle_{A_1 A_2} \quad (\alpha^2 + |\beta|^2 = 1). \quad (1)$$

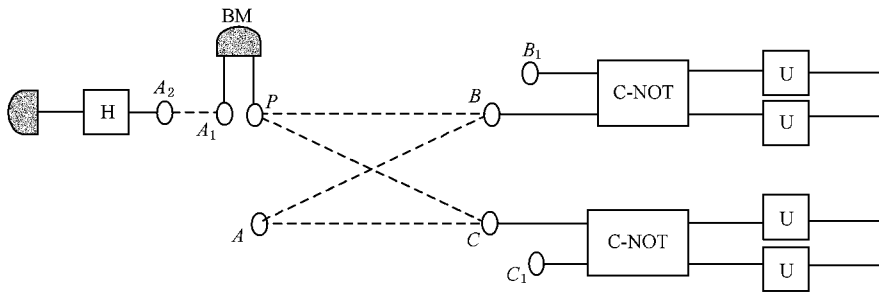


图1 任意两粒子纠缠态  $1 \rightarrow 2$  普适远程克隆线路.虚线表示初始时粒子  $P$ 、粒子  $A$ 、粒子  $B$  和粒子  $C$  处于如(2)式所示的特定四粒子纠缠态中,构成了本方案的量子信道. BM 为 Bell 基测量

Alice 想把这个态以不依赖于  $|\varphi_{A_1 A_2}\rangle$  的较高保真度同时传送给处于不同地点的接收者 Bob 和 Charlie,但粒子  $A_1$  和粒子  $A_2$  始终留在 Alice 处.另外,还应尽可能少地使用量子纠缠资源.由于作为量子信道的多粒子纠缠态结构决定了量子信息的传播和处理方式<sup>[27]</sup>,因此,寻找并构造出合适的多粒子纠缠态作为量子信道是实现本方案的关键.这个多粒子纠缠态应当由发送者和所有接收者共享,在发送者实施局域测量并通过经典信道传送其测量结果后,处于不同地点的两个接收者仅通过局域操作就能以不依赖于输入态的较高保真度分别得到如(1)式所示未知两粒子纠缠态的拷贝.我们选择 Alice, Bob 和 Charlie 共享如下式所示四粒子纠缠态作为量子信道:

$$|\psi_{PABC}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|0_P\rangle |\phi_{0ABC}\rangle + |1_P\rangle |\phi_{1ABC}\rangle), \quad (2)$$

式中

$$|\phi_{0ABC}\rangle = \sqrt{\frac{2}{3}} |0_A\rangle |0_B\rangle |0_C\rangle + \sqrt{\frac{1}{6}} (|1_A\rangle |0_B\rangle |1_C\rangle + |1_A\rangle |1_B\rangle |0_C\rangle), \quad (3)$$

$$|\phi_{1ABC}\rangle = \sqrt{\frac{2}{3}} |1_A\rangle |1_B\rangle |1_C\rangle + \sqrt{\frac{1}{6}} (|0_A\rangle |1_B\rangle |0_C\rangle + |0_A\rangle |0_B\rangle |1_C\rangle), \quad (4)$$

粒子  $P$  为发送者 Alice 持有,其作用相当于一个输入端口,粒子  $A$  相当于一个附加粒子,粒子  $B$  和粒子  $C$  分别为处于不同地点的两个接收者 Bob 和 Charlie 持有.

待传送粒子和信道粒子所构成系统的初态为

$$\begin{aligned} |\Psi_{A_1 A_1 P ABC}\rangle &= |\varphi_{A_1 A_2}\rangle |\psi_{PABC}\rangle \\ &= \frac{1}{2} [ |\phi^+_{A_1 P}\rangle (\alpha |0_{A_2}\rangle |\phi_{0ABC}\rangle + \beta |1_{A_2}\rangle |\phi_{1ABC}\rangle) \\ &\quad + |\phi^-_{A_1 P}\rangle (\alpha |0_{A_2}\rangle |\phi_{0ABC}\rangle - \beta |1_{A_2}\rangle |\phi_{1ABC}\rangle) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + |\psi^+_{A_1P}(\alpha|0_{A_2}|\phi_{1ABC} + \beta|1_{A_2}|\phi_{0ABC}) \\
 & + |\psi^-_{A_1P}(\alpha|0_{A_2}|\phi_{1ABC} - \beta|1_{A_2}|\phi_{0ABC}) \rangle, \quad (5)
 \end{aligned}$$

式中

$$\begin{aligned}
 |\phi^+_{A_1P} &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle \pm |11\rangle), \\
 |\phi^-_{A_1P} &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle \pm |10\rangle). \quad (6)
 \end{aligned}$$

Alice 对粒子  $A_1$  和粒子  $P$  进行 Bell 基测量,使粒子  $A_2$  经过 Hadamard 变换(H 变换)后对其进行计算基投影测量,并把全部测量结果通过经典信道分别传送给接收者 Bob 和 Charlie, Bob 和 Charlie 分别引入初始处于  $|0\rangle$  的附加粒子  $B_1$  和粒子  $C_1$ ,并分别让其持有的两个粒子先一起经过控制非门(C-NOT 门)<sup>[28]</sup>,再根据收到的经典信息对其进行相应的局域么正变换(U 变换),从而就可得到原未知两粒子纠缠态的近似拷贝.对应于不同的测量结果,接收者 Bob 和 Charlie 分别对其持有的两个粒子( $B, B_1$ )和( $C, C_1$ )所做的么正变换不同.其对应关系如表 1 所列.

表 1 各种可能的测量结果及两个接收者对其拥有的两个粒子所做的相应局域么正变换

BM( $A_1, P$ )	对变换后 $A_2$ 的测量	粒子 $B(C)$ 相应的变换	粒子 $B_1(C_1)$ 相应的变换
$ \phi^+_{A_1P}$	$ 0_{A_2}$	$I_{BC}$	$I_{B_1(C_1)}$
$ \phi^+_{A_1P}$	$ 1_{A_2}$	$(\sigma_z)_{BC}$	$I_{B_1(C_1)}$
$ \phi^-_{A_1P}$	$ 0_{A_2}$	$(\sigma_z)_{BC}$	$I_{B_1(C_1)}$
$ \phi^-_{A_1P}$	$ 1_{A_2}$	$I_{BC}$	$I_{B_1(C_1)}$
$ \psi^+_{A_1P}$	$ 0_{A_2}$	$(\sigma_x)_{BC}$	$(\sigma_x)_{B_1(C_1)}$
$ \psi^+_{A_1P}$	$ 1_{A_2}$	$(-i\sigma_y)_{BC}$	$(\sigma_x)_{B_1(C_1)}$
$ \psi^-_{A_1P}$	$ 0_{A_2}$	$(-i\sigma_y)_{BC}$	$(\sigma_x)_{B_1(C_1)}$
$ \psi^-_{A_1P}$	$ 1_{A_2}$	$(\sigma_x)_{BC}$	$(\sigma_x)_{B_1(C_1)}$

例如,若 Alice 对粒子  $A_1$  和粒子  $P$  的测量结果为  $|\psi^+_{A_1P}$ ,对经过 H 变换后粒子  $A_2$  的测量结果为  $|0_{A_2}$ ,并把全部测量结果通过经典信道分别传送给接收者 Bob 和 Charlie,接收者分别让其持有的两个粒子(Bob 持有的粒子  $B$  作为控制比特,附加粒子  $B_1$  作为目标比特,Charlie 持有的粒子  $C$  作为控

制比特,附加粒子  $C_1$  作为目标比特)先经过 C-NOT 变换,再根据收到的经典信息分别对其持有的粒子施加么正变换 $(\sigma_x)_B \otimes (\sigma_x)_{B_1}$ 和 $(\sigma_x)_C \otimes (\sigma_x)_{C_1}$ ,从而接收者 Bob 和 Charlie 可分别得到量子态

$$\begin{aligned}
 \rho_{BB_1} &= \rho_{CC_1} \\
 &= \frac{5}{6}|\varphi\rangle\langle\varphi| + \frac{1}{6}|\varphi^\perp\rangle\langle\varphi^\perp|, \quad (7)
 \end{aligned}$$

式中 $|\varphi^\perp\rangle = \alpha|11\rangle - \beta^*|00\rangle$ . Bob 和 Charlie 所得量子态的保真度分别为

$$\begin{aligned}
 F_B &= \langle\varphi|\rho_{BB_1}|\varphi\rangle \\
 &= F_C \\
 &= \langle\varphi|\rho_{CC_1}|\varphi\rangle \\
 &= \frac{5}{6}. \quad (8)
 \end{aligned}$$

(8)式表明,接收者 Bob 和 Charlie 分别以 5/6 的保真度得到原未知量子态的拷贝,且保真度与输入态无关,完成了形如(1)式所示的两粒子纠缠态 1→2 的普适远程克隆.

计算表明,对应于 Alice 的其他测量结果,三个接收者分别实施如表 1 所列的相应么正变换,可得到与(7)式相同的输出态,其保真度为 5/6.这样,通过选择一个如(2)式所示的特定四粒子纠缠态作为量子信道,经过局域量子测量、经典通信以及相应的局域么正变换,就实现了 1→2 的普适远程克隆,其保真度达 5/6,远高于文献[26]给出的普适远程克隆方案中的保真度 9/16.本方案仅需一个特殊四粒子纠缠态作为量子信道,达到了节省量子纠缠资源的目的.

实现此方案的关键在于构造出如(2)式所示的特定四粒子纠缠态作为量子信道,此纠缠态的特殊纠缠结构在量子信息的传播和处理过程中起到了决定性的作用.因此,很有必要分析此四粒子纠缠态的纠缠结构.粒子  $A$ 、粒子  $B$  和粒子  $C$  作为一个整体与粒子  $P$  处于最大纠缠态.下面我们主要从两粒子纠缠的角度分析其内在纠缠结构.在基 $\{|00\rangle, |01\rangle, |10\rangle, |11\rangle\}$ 下,描述粒子  $P$  和粒子  $B$  的约化密度矩阵为

$$\rho_{PB} = \frac{1}{12} \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}. \quad (9)$$

其部分转置密度矩阵的最小本征值为  $-1/4$ .由 Peres-Horodecki 判据<sup>[29,30]</sup>可得,粒子  $P$  和粒子  $B$  是

不可分离的, 经计算得其共生纠缠度 (concurrence)<sup>[31]</sup>为  $7/12$ . 同理可得粒子  $P$  与粒子  $C$ 、粒子  $A$  与粒子  $B$ 、粒子  $A$  与粒子  $C$  均是不可分离的,  $\rho_{PC}$ 、 $\rho_{AB}$ 、 $\rho_{AC}$  的共生纠缠度均为  $7/12$ , 粒子  $P$  与粒子  $A$ 、粒子  $B$  与粒子  $C$  均是可分离的. 由此可知, 粒子  $P$ 、粒子  $A$ 、粒子  $B$ 、粒子  $C$  形成对称纠缠结构. 因此, 我们亦可选择粒子  $A$ 、粒子  $B$ 、粒子  $C$  中的任意一个作为输入端口, 利用图 1 所示的线路实现两粒子纠缠态的普适远程克隆.

上述方案可以推广到任意两粒子纠缠态  $1 \rightarrow N$  ( $N > 2$ ) 普适远程克隆的情况. 类似于上述  $1 \rightarrow 2$  普适远程克隆的分析, 我们选择传送者和  $N$  个处于空间不同位置的接收者共享如下式所示的单个特殊  $2N$  粒子纠缠态作为量子信道:

$$|\psi_{PFR}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0_P\rangle|\phi_{0FR}\rangle + |1_P\rangle|\phi_{1FR}\rangle), \quad (10)$$

式中

$$|\phi_{0FR}\rangle = \sum_{j=0}^{N-1} \alpha_j |\{0, N-1-j\}_F \{1, j\}_R\rangle, \quad (11)$$

$$|\phi_{1FR}\rangle = \sum_{j=0}^{N-1} \alpha_j |\{0, j\}_F \{1, N-1-j\}_R\rangle.$$

这里粒子  $P$  为发送者持有,  $F$  相当于附加粒子,  $R$  表示由处于空间不同位置的  $N$  个接收者分别持有的  $N$  个粒子的状态,

$$\alpha_j = \sqrt{\frac{\chi(N-j)}{N(N+1)}}.$$

推导表明, 在每个接收者都有 C-NOT 门和附加粒子辅助的条件下, 通过局域量子测量、经典通信以及相应的局域么正变换, 即可实现两粒子纠缠态  $1 \rightarrow N$  ( $N > 2$ ) 的普适远程克隆, 各个接收者所得量子态的保真度均为  $(2N+1)/(3N)$ . 利用此方案实现两粒子纠缠态  $1 \rightarrow N$  ( $N \geq 2$ ) 的远程克隆所需的量子纠缠信道与文献 [12] 提出的单粒子量子态  $1 \rightarrow N$  ( $N \geq 2$ ) 远程克隆方案中所需的量子纠缠信道相同, 仅消耗一个  $2N$  粒子纠缠态, 达到了节省纠缠资源的目的.

### 3. $n$ 粒子 GHZ 态的普适远程克隆

首先给出任意  $n$  ( $n \geq 3$ ) 粒子 GHZ 态  $1 \rightarrow 2$  的普适远程克隆方案. 假设发送者 Alice 拥有未知  $n$  粒

子 GHZ 态

$$|\varphi_{A_1 A_2 A_3 \dots A_n}\rangle = \alpha |0000\dots_{A_1 A_2 A_3 \dots A_n}\rangle + \beta |1111\dots_{A_1 A_2 A_3 \dots A_n}\rangle, \quad (\alpha^2 + |\beta|^2 = 1, n \geq 3), \quad (13)$$

她想把此态以不依赖于  $|\varphi_{A_1 A_2 A_3 \dots A_n}\rangle$  的较高保真度同时传送给处于不同地点的接收者 Bob 和 Charlie, 但粒子  $A_1$ 、粒子  $A_2$ 、...、粒子  $A_n$  始终留在 Alice 处, 并且尽可能少地使用量子纠缠资源. 我们选择让 Alice、Bob 和 Charlie 共享如 (2)–(4) 式所示的单个四粒子纠缠态作为量子信道. 粒子  $P$  为发送者 Alice 持有, 粒子  $A$  相当于一个附加粒子, 粒子  $B$  和粒子  $C$  分别为处于不同地点的两个接收者 Bob 和 Charlie 持有.

Alice 对粒子  $A_1$  和粒子  $P$  进行 Bell 基测量, 对剩下的粒子也进行相应的量子测量 (若  $n$  为偶数, 则需使粒子  $A_2$ 、粒子  $A_3$ 、...、粒子  $A_n$  中的一个经过 H 变换后再对其进行投影测量, 剩下的  $(n-2)$  个粒子两两组合进行 Bell 基测量; 若  $n$  为奇数, 则只需对剩下的  $(n-1)$  个粒子两两组合进行 Bell 基测量), 并把所有测量结果通过经典信道传送给接收者 Bob 和 Charlie, 两个接收者根据收到的经典信息分别对其拥有的粒子  $B$ 、粒子  $C$  进行相应的么正变换得到

$$\begin{aligned} \rho_B = \rho_C = & \left(\frac{2}{3}\alpha^2 + \frac{1}{6}\right) |0\rangle\langle 0| \\ & + \left(\frac{2}{3}|\beta|^2 + \frac{1}{6}\right) |1\rangle\langle 1| \\ & + \frac{2}{3}\alpha\beta^* |0\rangle\langle 1| + \frac{2}{3}\alpha\beta |1\rangle\langle 0|. \end{aligned} \quad (14)$$

接收者 Bob 和 Charlie 各自引入多目标量子比特受控非门<sup>[28]</sup>和  $(n-1)$  个初始处于  $|0\rangle$  的粒子, 使粒子  $B$ 、粒子  $C$  分别作为控制比特, 各自引入的  $(n-1)$  个处于  $|0\rangle$  的附加粒子作为目标比特进行多目标量子比特控制非变换, 接收者 Bob、Charlie 就可分别以较高的保真度  $5/6$  得到原未知  $n$  粒子 GHZ 态的近似拷贝.

当传送者和接收者共享如 (10) 式所示的单个  $2N$  粒子纠缠态作为量子信道时, 在各个接收者有多目标量子比特受控非门和附加粒子辅助的条件下, 通过量子测量、经典通信和与上述方案相似的局域么正变换, 亦可使  $N$  个接收者分别以  $(2N+1)/(3N)$  的保真度得到原未知量子态的拷贝, 实现任意  $n$  粒子 GHZ 态  $1 \rightarrow N$  ( $N > 2$ ) 的普适远程克隆.

上述分析表明,本节提出的  $n$  粒子 GHZ 态  $1 \rightarrow N$  ( $N \geq 2$ ) 普适远程克隆方案同样具有节约量子纠缠资源、输出态保真度较高的特点.

## 4. 结 论

本文从节约量子信道纠缠资源的角度出发,提出了任意两粒子纠缠态  $1 \rightarrow 2$  普适远程克隆的方案. 在此方案中,处于空间不同位置的两个接收者可分别以较高的保真度 ( $5/6$ ) 同时得到原未知量子态的拷贝,其输出态保真度不依赖于输入态. 实现此方案的关键在于构造出发送者和接收者共享的单个特殊四粒子纠缠态作为量子信道,本文对此量子态的纠缠结构作了深入分析. 还把此方案推广到了任意两粒子纠缠态  $1 \rightarrow N$  ( $N > 2$ ) 普适远程克隆的情况,传送者和接收者只需共享一个特殊  $2N$  粒子纠缠态作为量子信道,就可使处于不同地点的  $N$  个接收者分别以  $(2N+1)/(3N)$  的保真度得到原未知量子态的拷贝. 通过此方案实现两粒子纠缠态的普适远程克隆时,量子信道所需的纠缠资源和单粒子量子态远程克隆方案中量子信道所需的纠缠资源相同,

达到了节省纠缠资源的目的. 此外,还提出了实现任意  $n$  ( $n \geq 3$ ) 粒子 GHZ 态  $1 \rightarrow 2$  远程克隆的方案,并推广到了任意  $n$  粒子 GHZ 态  $1 \rightarrow N$  ( $N > 2$ ) 普适远程克隆的情况. 利用此方案远程克隆任意  $n$  粒子 GHZ 态时,量子信道所需纠缠资源也与单粒子量子态的远程克隆方案中量子信道所需的纠缠资源相同,亦达到了节省纠缠资源的目的. 处于空间不同位置的各个接收者所得输出态的保真度达  $(2N+1)/(3N)$ ,且不依赖于输入态.

总之,与已有的方案相比,本文提出的方案具有如下特点:可用较少的量子纠缠资源完成量子纠缠态的普适远程克隆,达到了节省纠缠资源的目的,并且输出态的保真度较高. 此方案对于量子信息非局域多方分发、量子通信等领域的研究具有积极意义.

关于量子信息非局域多方分发的研究还有许多尚未解决的问题,如是否存在更有效的实现量子纠缠态普适远程克隆的方案、实现多粒子  $W$  态普适远程克隆的方案又是怎样的,这些问题有待于更深入的研究.

- [1] Li C F, Guo G C 2000 *Prog. Phys.* **20** 407 (in Chinese) [李传锋、郭光灿 2000 物理学进展 **20** 407]
- [2] Feng J, Wang J S, Gao Y F, Zhan M S 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 2083 (in Chinese) [冯 健、王继锁、高云峰、詹明生 2001 物理学报 **50** 2083]
- [3] Feng J, Wang J S, Gao Y F, Zhan M S 2001 *Phys. Lett. A* **288** 125
- [4] Cola M M, Paris M G A 2005 *Phys. Lett. A* **337** 10
- [5] Yang Y G, Wen Q Y, Zhu F C 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 5544 (in Chinese) [杨宇光、温巧燕、朱甫臣 2005 物理学报 **54** 5544]
- [6] Chen L B, Lu H 2004 *Chin. Phys. Lett.* **13** 14
- [7] Chen W W, Huang Y X, Liu T K, Li H 2007 *Chin. Phys. Lett.* **16** 38
- [8] Wootters W K, Zurek W H 1982 *Nature* **299** 802
- [9] Scarani V, Iblisdir S, Gisin N 2005 *Rev. Mod. Phys.* **77** 1225
- [10] Duan L M, Guo G C 1998 *Phys. Lett. A* **243** 261
- [11] Pati A K 2000 *Phys. Rev. A* **61** 022303
- [12] Murao M, Jonathan D, Plenio M B, Vedral V 1999 *Phys. Rev. A* **59** 156
- [13] Zhao Z, Zhang A N, Zhou X Q, Chen Y A, Lu C Y, Karlsson A, Pan J W 2005 *Phys. Rev. Lett.* **95** 030502
- [14] Zhang J, Xie C D, Peng K C 2006 *Phys. Rev. A* **73** 042315
- [15] Zhang W H, Ye L 2006 *Phys. Lett. A* **353** 130
- [16] Zhang W H, Ye L 2006 *Phys. Lett. A* **354** 344
- [17] Gu Y J, Zheng Y Z 2002 *Chin. Phys. Lett.* **19** 752
- [18] Zheng S B 2003 *Chin. Phys. Lett.* **20** 325
- [19] Tan J, Fang M F 2006 *Chin. Phys. Lett.* **23** 283
- [20] Bužek V, Hillery M 1998 *Phys. Rev. Lett.* **81** 5003
- [21] Bandyopadhyay S, Kar G 1999 *Phys. Rev. A* **60** 3296
- [22] Lamoureaux L P, Navez P, Fiurásek J, Cerf N J 2004 *Phys. Rev. A* **69** 040301
- [23] Karpow E, Navez P, Cerf N J 2005 *Phys. Rev. A* **72** 042314
- [24] Ghiu I 2003 *Phys. Rev. A* **67** 012323
- [25] Ghiu I, Karlsson A 2005 *Phys. Rev. A* **72** 032331
- [26] Wen H D, Li C F, Guo G C 2001 *Chin. Phys. Lett.* **18** 1159
- [27] Murao M, Plenio M B, Vedral V 2000 *Phys. Rev. A* **61** 032311
- [28] Nielsen M A, Chuang I L 2000 *Quantum Computation and Quantum Information* (Cambridge: Cambridge University Press) pp177—186
- [29] Peres A 1996 *Phys. Rev. Lett.* **77** 1413
- [30] Horodecki M, Horodecki P, Horodecki R 1996 *Phys. Lett. A* **233** 1
- [31] Wootters W K 1998 *Phys. Rev. Lett.* **80** 2245

# Universal telecloning of quantum entangled states<sup>\*</sup>

Li Yan-Ling<sup>1,2)</sup> Feng Jian<sup>1,2)†</sup> Yu Ya-Fei<sup>3)</sup>

<sup>1</sup> *School of Physics Science and Information Engineering, Liaocheng University, Liaocheng 252059, China*

<sup>2</sup> *Institute of Optical Communication, Liaocheng University, Liaocheng 252059, China*

<sup>3</sup> *Laboratory of Photonic Information Technology, South China Normal University, Guangzhou 510006, China*

(Received 15 November 2006; revised manuscript received 15 May 2007)

## Abstract

A scheme for  $1 \rightarrow 2$  universal telecloning of an arbitrary two-particle entangled state using a single, particular four-particle entangled state as quantum information channel is proposed. The spatially separated two receivers respectively receive one copy of the original unknown state with the fidelity of  $5/6$  which is independent of the original state and is greater than the one in the currently existing schemes. Our scheme has been generalized to the case of  $1 \rightarrow N$  ( $N > 2$ ) universal telecloning of an arbitrary two-particle entangled state. Using this scheme, the spatially separated  $N$  receivers respectively obtain one copy with the fidelity of  $(2N+1)/(3N)$  which is independent of the original state. Furthermore, we also proposed a scheme using the same four-particle entangled state as quantum information channel with the assistance of multi-target-qubit Control-Not gate and additional qubits, for  $1 \rightarrow 2$  universal telecloning of an arbitrary  $n$ -particle ( $n \geq 3$ ) Greenberger-Horne-Zeilinger (GHZ) state. This scheme is also generalized into the situation of  $1 \rightarrow N$  ( $N > 2$ ) telecloning of an arbitrary  $n$ -particle GHZ state. Compared with previous proposals, our schemes require a reduced amount of entangled states as quantum channels to accomplish the task of universal telecloning of entangled state with better fidelity.

**Keywords** : quantum entangled state, universal telecloning, fidelity

**PACC** : 0365

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 10574060, 10404007) and the Natural Science Foundation of Shandong Province, China (Grant No. Y2004A09).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: fj@lcu.edu.cn