

# 用于特征点配准的快速聚类凸集投影算法

连伟<sup>1</sup> 梁彦<sup>1</sup> 潘泉<sup>1</sup> 程咏梅<sup>1</sup> 张洪才<sup>1</sup>

**摘要** 提出一种用于特征点配准的快速聚类凸集投影算法. 该算法首先将模板点集和目标点集的配准问题通过聚类转化为相应类集合的配准问题, 降低了算法的计算量; 进而采用基于二次规划的凸集投影来求解类配准问题, 避免了序贯凸集投影算法由于交替行列投影而引起的积累误差. 仿真表明, 相对于现有的特征点配准算法, 本文算法的配准精度和计算量均有所改善.

**关键词** 聚类, 配准, 凸集投影  
**中图分类号** TP391

## A CQPOCS Algorithm for Fast Feature Point Matching

LIAN Wei<sup>1</sup> LIANG Yan<sup>1</sup> PAN Quan<sup>1</sup> CHENG Yong-Mei<sup>1</sup> ZHANG Hong-Cai<sup>1</sup>

**Abstract** A clustering and quadratic programming based projection onto convex sets (CQPOCS) algorithm for fast feature point matching is presented in this paper. Via feature point clustering, the problem of matching model point set and target point set is converted into the problem of matching corresponding clusters, thus reducing the computational cost. Then, quadratic programming based POCS algorithm is used to solve the cluster matching problem without incurring the successive POCS algorithm's accumulating deviation due to successive projections onto row convex sets and column convex sets. Simulation results show that our CQPOCS algorithm has satisfactory matching accuracy and computational safety.

**Key words** clustering, point matching, POCS

## 1 引言

形状或图像的配准是图像处理、机器视觉和模式识别领域中经常出现的一个问题, 其目标是找到使两形状或图像的特征对应起来的空间变换或对应关系. 由于点特征普遍存在且易于获得, 该问题通常被描述成一个点配准问题. 现实中, 点配准往往由于非刚性形变, 噪声和出格点的存在而变得难以解决. 对此提出了各种不同的算法. Besl 和 McKay 的迭代最近点 (Iterated closest point, 简称 ICP) 算法<sup>[1]</sup> 属于最简单的一类算法. 它在迭代的每一步利用最近邻来确定对应关系, 然后对应关系被用于更新空间变换. 该算法具有简单、计算量小的优点, 但其粗糙的求对应关系的方法使得能量函数很容易陷入局部极小. 对此, Chui 和 Rangarajan 提出一种基于模糊指派和确定性退火的鲁棒点匹配 (Robust Point Matching, 简称 RPM) 算法<sup>[2~5]</sup>. 模糊指派用一个可以取连续值, 并且满足行列约束

的匹配矩阵来描述对应关系. 确定性退火则被用于寻优. 针对模糊指派和确定性退火比较复杂的缺点, Barend 和 Michael 提出一种梯度下降结合凸集投影 (Projection onto convex sets, 简称 POCS) 的优化算法<sup>[6]</sup>. 该算法被用于图匹配. 序贯凸集投影 (Successive POCS, 简称 SPOCS) 被用于使匹配矩阵满足行列约束. SPOCS 算法将约束凸集分解为行约束凸集和列约束凸集的交, 匹配矩阵向整个约束凸集的投影通过它交替地向行约束凸集和列约束凸集投影而逼近得到, 但这样做会产生一定的积累误差. Belongie 等提出一种形状上下文 (Shape context, 简称 SC) 的特征描述方法<sup>[7]</sup> 用于点配准. 该方法对每一点构造形状上下文, 它描述了局部区域内其它点相对于该点的位置的分布. 使所有点的形状上下文差别最小的对应关系被作为配准结果. 该方法的缺点之一是相邻的两点有可能被映射成另一形状上相距很远的两点.

本文在 Barend 和 Michael 的凸集投影算法<sup>[6]</sup>基础上提出一种快速的聚类凸集投影算法 (Clustering and quadratic programming based POCS, 简称 CQPOCS). 该算法源于如下两方面的考虑: 1) Barend 的凸集投影算法被用于图匹配, 但如果将它用于点配准, 那么空间的性质如可聚类性将被利用, 这将有可能降低计算量. 2) Barend 采用 SPOCS 算法来求解凸集投影, 但该算法会产生一定

收稿日期 2005-6-17 收修改稿日期 2006-6-7  
Received June 17, 2005; in revised form June 7, 2006  
国家自然科学基金 (60404011, 60372085) 资助  
Supported by National Natural Science Foundation of P. R. China (60404011, 60372085)  
1. 西北工业大学自动化学院 西安 710072  
1. School of Automation, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072  
DOI: 10.1360/aas-007-0240

的积累误差. 事实上, 凸集投影的定义等价为一个二次规划问题. 因此二次规划算法可用于求解该问题. 基于上述两点, 本文将聚类思想引入到凸集投影中来降低计算量, 同时采用二次规划求解凸集投影来提高配准精度. 实验结果证实了这两方面的设想.

## 2 点配准问题的优化模型

假设在  $R^d$  空间中有两点集: 模板点集  $X = \{\mathbf{x}_i, i = 1, \dots, n\}$  和目标点集  $Y = \{\mathbf{y}_j, j = 1, \dots, m\}$ . 并且假设模板点集中没有出格点.

定义  $n \times m$  的匹配矩阵  $P = [p_{i,j}]$  来描述点对对应关系, 其中  $p_{i,j}$  表示  $X$  中的点  $\mathbf{x}_i$  同  $Y$  中的点  $\mathbf{y}_j$  之间的对应程度. 定义约束集  $C_P$  来描述点对对应关系的一一对应性.

$$C_P = \left\{ P : \begin{cases} \sum_{j=1}^m p_{i,j} = 1, & i = 1, \dots, n \\ \sum_{i=1}^n p_{i,j} \leq 1, & j = 1, \dots, m \\ p_{i,j} \geq 0, & \forall i, j \end{cases} \right. \quad (1)$$

采用 [3] 的点配准模型, 配准问题可以描述成找到最佳的空间变换  $\Omega$  和匹配矩阵  $P \in C_P$ , 使能量函数

$$E(\Omega, P) = \sum_{i,j} p_{i,j} \|\mathbf{y}_j - \Omega(\mathbf{x}_i)\|^2 + \Phi(\Omega) \quad (2)$$

取最小. 其中,  $\|\cdot\|$  表示欧几里得 2 范数,  $\Phi(\Omega)$  表示加在  $\Omega$  上的约束. 固定  $\Omega$ , 则该问题等价为一个线性指派问题; 固定  $P$ , 则该问题等价为一个加权最小二乘问题. 如果  $\Omega$  是一个参数变换, 并且  $E$  是  $\Omega$  的凸函数, 通过将方程  $\frac{\partial E}{\partial \Omega} = 0$  的解  $\Omega_0$  代入  $E$ , 我们可得到一个只含  $P$  的能量函数:

$$\tilde{E}(P) = E(\Omega_0, P) \quad (3)$$

然后就可以用 [6] 的基于凸集投影的优化算法来最小化  $\tilde{E}(P)$ :

REPEAT

$$\tilde{P}^{w+1} = P^w - \eta \left[ \frac{\nabla \tilde{E}(P^w)}{\|\nabla \tilde{E}(P^w)\|} \right] \quad // \text{梯度下降}$$

$$P^{w+1} = T_P(\tilde{P}^{w+1}) \quad // \text{凸集投影}$$

$w \leftarrow w + 1$

UNTIL  $P^w$  收敛

其中,  $\nabla \tilde{E}(P^w)$  表示式 (3) 的梯度矩阵,  $T_P(P^w)$  表示  $P^w$  到凸集  $C_P$  的投影,  $\eta$  表示步长.

## 3 基于聚类和二次规划的凸集投影

凸集投影是上述算法的关键, 这是因为  $T_P(P^w)$  没有闭形式解. 文献 [6] 的 SPOCS 方法是将  $C_P$  分解为行约束凸集

$$C_P^r = \left\{ P : \begin{cases} \sum_{j=1}^m p_{i,j} = 1, & \forall i \\ p_{i,j} \geq 0, & \forall i, j \end{cases} \right.$$

和列约束凸集

$$C_P^c = \left\{ P : \begin{cases} \sum_{i=1}^n p_{i,j} \leq 1, & \forall j \\ p_{i,j} \geq 0, & \forall i, j \end{cases} \right.$$

的交, 而  $P^w$  到两约束集的投影都有闭形式解. 然后  $T_P(P^w)$  可通过交替地将  $P^w$  向集合  $C_P^r$  和  $C_P^c$  投影而逼近得到. 但这样做不可避免地会带来一定的积累误差. 事实上,  $T_P(P^w)$  的定义等价为一个二次规划问题: 找到最佳的  $P \in C_P$  使  $\|P - P^w\|$  最小, 因此  $T_P(P^w)$  可通过运用二次规划解出. 凸集投影的计算量是另一个需要考虑的问题, 如果点集的势比较大, 直接进行凸集投影, 计算量会比较大. 基于上述两点考虑, 本文将聚类的思想引入到凸集投影中来减少计算量, 同时采用二次规划来提高配准精度.

首先, 对点集  $X$  聚类得到类标号集  $\{\Gamma_k^x, k = 1, \dots, n_q\}$ , 其中  $\Gamma_k^x$  表示类  $k$  中点的序号所构成的集合. 同样地, 对  $Y$  聚类以得到类标号集  $\{\Gamma_l^y, l = 1, \dots, m_q\}$ .

定义  $n_q \times m_q$  的类匹配矩阵  $Q = [q_{k,l}]$  来描述类对应关系, 其中  $q_{k,l}$  表示  $X$  中的类  $\Gamma_k^x$  同  $Y$  中的类  $\Gamma_l^y$  之间的对应程度. 定义约束集  $C_Q$  来描述类对应关系所具有的约束.

$$C_Q = \left\{ q_{k,l} : \begin{cases} \sum_{l=1}^{m_q} |\Gamma_l^y| q_{k,l} = 1, & k = 1, \dots, n_q \\ \sum_{k=1}^{n_q} |\Gamma_k^x| q_{k,l} \leq 1, & l = 1, \dots, m_q \\ q_{k,l} \geq 0, & \forall k, l \end{cases} \right. \quad (4)$$

其中,  $|\cdot|$  表示一个集合的势.  $C_Q$  显然是凸的. 下述定理描述了集合  $C_P$  和  $C_Q$  之间的转换关系.

定理 1.

$$P \in C_P \Rightarrow \left[ q_{k,l} \leftarrow \frac{\sum_{i \in \Gamma_k^x, j \in \Gamma_l^y} p_{i,j}}{|\Gamma_k^x| |\Gamma_l^y|} \right] \in C_Q$$

$$Q \in C_Q \Rightarrow \left[ p_{i,j} \leftarrow q_{k,l} \Big|_{i \in \Gamma_k^x, j \in \Gamma_l^y} \right] \in C_P$$

□

参考  $n \times m$  的矩阵  $P^w$  到点约束凸集  $C_P$  投影的定义, 我们类似地可以定义  $n \times m$  的矩阵  $P^w$  到类约束凸集  $C_Q$  的投影为

$$T_Q(P^w) \triangleq \arg \min_{Q \in C_Q} \sum_{k,l} \sum_{i \in \Gamma_k^x, j \in \Gamma_l^y} (q_{k,l} - p_{i,j}^w)^2$$

略去常数项, 则该定义等价于

$$T_Q(P^w) \triangleq \arg \min_{Q \in C_Q} \sum_{k,l} |\Gamma_k^x| |\Gamma_l^y| (q_{k,l} - \bar{p}_{k,l}^w)^2 \quad (5)$$

其中  $\bar{p}_{k,l}^w \triangleq \frac{\sum_{i \in \Gamma_k^x, j \in \Gamma_l^y} p_{i,j}^w}{|\Gamma_k^x| |\Gamma_l^y|}$  为距矩阵的类内元素的平均值.

由此, 求解  $T_P(P^w)$  的问题现在被转化成求解  $T_Q(P^w)$  的问题. 解出  $T_Q(P^w)$  后,  $T_P(P^w)$  可根据定理 1 从  $T_Q(P^w)$  中估计出来.

$$p_{i,j} \leftarrow q_{k,l} \Big|_{i \in \Gamma_k^x, j \in \Gamma_l^y}$$

整个配准算法结束后, 对类匹配距阵  $Q$  进行二值化处理就得到点集  $X$  和点集  $Y$  之间的类对应关系.

### 3.1 聚类凸集投影的求解

对于定义 (5) 右端的函数

$$J(Q) = \sum_{k=1}^{n_q} \sum_{l=1}^{m_q} |\Gamma_k^x| |\Gamma_l^y| (q_{k,l} - \bar{p}_{k,l}^w)^2 \quad (6)$$

在约束 (4) 下的最优解  $\hat{Q}$ , 有下述定理成立.

定理 2. 若已知在最优解  $\hat{Q} = \{\hat{q}_{k,l}\}$  处的集合  $S_1 = \{(k,l) : \hat{q}_{k,l} > 0\}$ ,  $\bar{S}_1 = \{(k,l) : \hat{q}_{k,l} = 0\}$ , 以及  $S_2 = \{l : \sum_{k=1}^{n_q} |\Gamma_k^x| \hat{q}_{k,l} < 1\}$ ,  $\bar{S}_2 = \{l : \sum_{k=1}^{n_q} |\Gamma_k^x| \hat{q}_{k,l} = 1\}$ , 则最优解  $\hat{Q}$  为:

$$\hat{q}_{k,l} = \begin{cases} \frac{-\hat{\lambda}_k |\Gamma_l^y| - \hat{\mu}_l |\Gamma_k^x| + 2|\Gamma_k^x| |\Gamma_l^y| \bar{p}_{k,l}^w}{2|\Gamma_k^x| |\Gamma_l^y|}, & (k,l) \in S_1 \\ 0, & (k,l) \in \bar{S}_1 \end{cases} \quad (7)$$

其中  $\hat{\lambda}_k, \hat{\mu}_l$  满足方程

$$\hat{\mu}_l = 0, l \in S_2 \quad (8)$$

$$-\sum_{k=1}^{n_q} \delta_{k,l} \hat{\lambda}_k - \left( \sum_{k=1}^{n_q} \frac{\delta_{k,l} |\Gamma_k^x|}{|\Gamma_l^y|} \right) \hat{\mu}_l + 2 \sum_{k=1}^{n_q} \delta_{k,l} |\Gamma_k^x| \bar{p}_{k,l}^w = 2, l \in \bar{S}_2 \quad (9)$$

$$-\left( \sum_{l=1}^{m_q} \frac{\delta_{k,l} |\Gamma_l^y|}{|\Gamma_k^x|} \right) \hat{\lambda}_k - \sum_{l \in \bar{S}_2} \delta_{k,l} \hat{\mu}_l + 2 \sum_{l=1}^{m_q} \delta_{k,l} |\Gamma_l^y| \bar{p}_{k,l}^w = 2, k = 1, \dots, n_q \quad (10)$$

$$\delta_{k,l} = 1, (k,l) \in S_1 \quad (11)$$

$$\delta_{k,l} = 0, (k,l) \in \bar{S}_1 \quad (12)$$

证明. 为极小化 (6), 同时满足约束 (4), 我们采用 Lagrange 乘子, 于是函数  $J(Q)$  变成

$$J(q_{k,l}, \lambda_k, \mu_l, \gamma_{k,l}) = \sum_{k=1}^{n_q} \sum_{l=1}^{m_q} |\Gamma_k^x| |\Gamma_l^y| (q_{k,l} - \bar{p}_{k,l}^w)^2 + \sum_{k=1}^{n_q} \lambda_k \left( \sum_{l=1}^{m_q} |\Gamma_l^y| q_{k,l} - 1 \right) + \sum_{l=1}^{m_q} \mu_l \left( \sum_{k=1}^{n_q} |\Gamma_k^x| q_{k,l} - 1 \right) - \sum_{k=1}^{n_q} \sum_{l=1}^{m_q} \gamma_{k,l} q_{k,l} \quad (13)$$

其中  $\lambda_k, \mu_l$  和  $\gamma_{k,l}$  为 Lagrange 乘子用来处理约束. 最优解  $\hat{Q}$  满足 Karush-Kuhn-Tucker 条件

$$\frac{\partial J}{\partial \hat{q}_{k,l}} = 0 \quad (14)$$

$$\hat{\mu}_l \geq 0 \quad (15)$$

$$\hat{\gamma}_{k,l} \geq 0 \quad (16)$$

$$\hat{\mu}_l \left( \sum_{k=1}^{n_q} |\Gamma_k^x| \hat{q}_{k,l} - 1 \right) = 0 \quad (17)$$

$$\hat{\gamma}_{k,l} \hat{q}_{k,l} = 0 \quad (18)$$

其中条件 (17), (18) 称为互补松弛条件.

由 (14) 式得

$$\hat{q}_{k,l} = \frac{-\hat{\lambda}_k |\Gamma_l^y| - \hat{\mu}_l |\Gamma_k^x| + \hat{\gamma}_{k,l} + 2|\Gamma_k^x| |\Gamma_l^y| \bar{p}_{k,l}^w}{2|\Gamma_k^x| |\Gamma_l^y|}, \quad k = 1, \dots, n_q; l = 1, \dots, m_q \quad (19)$$

再利用 (18), 可将此式表示成分段函数的形式, 即 (7).

定义

$$\delta_{k,l} = \begin{cases} 1, & \text{如果}(k,l) \in S_1 \\ 0, & \text{如果}(k,l) \in \bar{S}_1 \end{cases}$$

于是约束  $C_Q$  的前两项的等式部分可写为  $\sum_{k=1}^{n_q} \delta_{k,l} |\Gamma_k^x| \hat{q}_{k,l} = 1, l \in \bar{S}_2$ , 以及  $\sum_{l=1}^{m_q} \delta_{k,l} |\Gamma_l^y| \hat{q}_{k,l} = 1, k = 1, \dots, n_q$ , 将 (19) 代入, 得到

$$\begin{aligned} & -\sum_{k=1}^{n_q} \delta_{k,l} \hat{\lambda}_k - \left( \sum_{k=1}^{n_q} \frac{\delta_{k,l} |\Gamma_k^x|}{|\Gamma_l^y|} \right) \hat{\mu}_l + \sum_{k=1}^{n_q} \frac{\delta_{k,l}}{|\Gamma_l^y|} \hat{\gamma}_{k,l} \\ & + 2 \sum_{k=1}^{n_q} \delta_{k,l} |\Gamma_k^x| \bar{p}_{k,l}^w = 2, l \in \bar{S}_2 \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} & -\left( \sum_{l=1}^{m_q} \frac{\delta_{k,l} |\Gamma_l^y|}{|\Gamma_k^x|} \right) \hat{\lambda}_k - \sum_{l=1}^{m_q} \delta_{k,l} \hat{\mu}_l + \sum_{l=1}^{m_q} \frac{\delta_{k,l}}{|\Gamma_k^x|} \hat{\gamma}_{k,l} \\ & + 2 \sum_{l=1}^{m_q} \delta_{k,l} |\Gamma_l^y| \bar{p}_{k,l}^w = 2, k = 1, \dots, n_q \end{aligned} \quad (21)$$

因为  $\delta_{k,l} \hat{\gamma}_{k,l} = 0$ , 所以方程组 (20)、(21) 中的第三项可以略去, 又因为  $\forall l \in S_2, \hat{\mu}_l = 0$ , 所以方程组 (21) 的第 2 项成为  $\sum_{l \in \bar{S}_2} \delta_{k,l} \hat{\mu}_l$ . 所以得方程组 (9)、(10).

由 (17), 可知 (8) 成立.  $\square$

下面对方程组 (9)、(10) 进行数值求解. 方程组 (9)、(10) 可以写成

$$\begin{bmatrix} R^T & L & t \\ K & R & s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\lambda} \\ \hat{\mu} \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{2} \quad (22)$$

其中,  $\hat{\lambda} \triangleq [\hat{\lambda}_k]_{k=1, \dots, n_q}$ ,  $\hat{\mu} \triangleq [\hat{\mu}_l]_{l \in \bar{S}_2}$

$$R \triangleq - \left[ \delta_{k,l} \right]_{k=1, \dots, n_q; l \in \bar{S}_2}$$

$$L \triangleq -\text{diag} \left[ \sum_{k=1}^{n_q} \frac{\delta_{k,l} |\Gamma_k^x|}{|\Gamma_l^y|} \right]_{l \in \bar{S}_2}$$

$$K \triangleq -\text{diag} \left[ \sum_{l=1}^{m_q} \frac{\delta_{k,l} |\Gamma_l^y|}{|\Gamma_k^x|} \right]_{k=1, \dots, n_q}$$

$$t \triangleq 2 \left[ \sum_{k=1}^{n_q} \delta_{k,l} |\Gamma_k^x| \bar{p}_{k,l}^w \right]_{l \in \bar{S}_2}$$

$$s \triangleq 2 \left[ \sum_{l=1}^{m_q} \delta_{k,l} |\Gamma_l^y| \bar{p}_{k,l}^w \right]_{k=1, \dots, n_q}$$

其中  $\text{diag}$  表示将向量转换成对角阵.

由于集合  $\bar{S}_1$  和  $\bar{S}_2$  未知, 若任给  $\bar{S}_1$  和  $\bar{S}_2$ , 方程组 (22) 有可能存在多解且/或是矛盾的, 因此我们采用 QR 分解来对 (22) 进行求解. 定义矩阵

$$B = \begin{bmatrix} R^T & L \\ K & R \end{bmatrix}, \text{ 对 } B \text{ 进行选主列的 QR 分解, 可得}$$

$$B\Pi = \begin{bmatrix} Q_1 & Q_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = Q_1 \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} \end{bmatrix},$$

其中  $\Pi$  是一个置换矩阵,  $\begin{bmatrix} Q_1 & Q_2 \end{bmatrix}$  是一个正交阵,  $R_{11}$  是一个上三角可逆阵. 考虑到互补松弛条件 (17), 我们取  $\hat{\lambda}$  和  $\hat{\mu}$  的解为最小二乘基本解

$$\begin{bmatrix} \hat{\lambda} \\ \hat{\mu} \end{bmatrix} = \Pi \begin{bmatrix} R_{11}^{-1} Q_1^T \left\{ 2 - \begin{bmatrix} t \\ s \end{bmatrix} \right\} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (23)$$

如果集合  $\bar{S}_1, \bar{S}_2$  已知, 我们就可以通过 (23)、(7) 解出  $T_Q(P^w)$ . 文献 [7] 给出一种迭代估计  $\bar{S}_1, \bar{S}_2$  的方法, 这里采用其算法思想从而得到对  $T_Q(P^w)$  的估计算法: 首先假定  $\bar{S}_1, \bar{S}_2$  为空集, 采用上述方法解出  $Q$ , 如果发现它不满足一些不等式约束, 就将对应的标号加入到  $\bar{S}_1, \bar{S}_2$  中; 重新求解  $Q$ , 再检查是否有不等式约束不满足, 如果有, 就将其对应的标号加入到  $\bar{S}_1, \bar{S}_2$  中, 重复以上步骤, 直到所有的不等式约束均满足为止. 计算步骤描述如下.

$$\bar{S}_1 \leftarrow \emptyset, \bar{S}_2 \leftarrow \emptyset$$

REPEAT

由 (23) 式解出 Lagrange 系数  $\hat{\lambda}$  和  $\hat{\mu}$

由 (7) 式解出  $\hat{q}_{k,l}$ ;

更新  $\bar{S}_1, \bar{S}_2$ :

$$\bar{S}_1 \leftarrow \bar{S}_1 \cup \{(k,l) : \hat{q}_{k,l} \leq 0\};$$

$$\bar{S}_2 \leftarrow \bar{S}_2 \cup \{l : \sum_{k=1}^{n_q} |\Gamma_k^x| \hat{q}_{k,l} \geq 1\}$$

UNTIL  $\hat{q}_{k,l} \geq 0, \forall (k,l)$  且  $\sum_{k=1}^{n_q} |\Gamma_k^x| \hat{q}_{k,l} \leq$

$1, \forall l$

### 3.2 计算复杂度分析

不妨假设  $n = m$  及  $n_q = m_q$ , 则上述数值二次规划的计算复杂度<sup>[7]</sup>为  $O(n^3)$ , 引入聚类之后, 计算复杂度降为  $O(n_q^3)$ . 而 SPOCS 算法计算复杂度<sup>[6]</sup>为  $O(n^4)$ .

## 4 实验

本节中, 我们首先定量比较 CQPOCS 和 SPOCS, RPM, SC 算法在存在形变, 噪声和出格点情况下的鲁棒性; 继而通过一些实例比较它们的配准效果; 最后测试 CQPOCS 算法选不同聚类半径, 不同聚类方法时的性能差别.

为做算法之间的统一比较, RPM 算法被修改成模板点集中有虚点, 目标点集没有虚点. 对于 CQPOCS, SPOCS 和 RPM 算法, 空间变换  $\Omega$  取成仿射变换,  $\Phi(\Omega)$  取成仿射变换的线性部分到单位阵之间的均方距离,  $\Phi(\Omega)$  的权重取成同<sup>[3]</sup>. CQPOCS, SPOCS 涉及优化的参数取成同<sup>[6]</sup>. RPM 涉及优化的参数取成同<sup>[3]</sup>.

#### 4.1 CQPOCS 同 SPOCS, RPM, SC 算法的定量比较

采用 Chui-Rangarajan 的测试点集<sup>[5,8,9]</sup> 对 4 种算法进行测试. 算法分 3 项: 1) 模板点集经受不同程度的非刚性形变 (通过径向基函数产生, 其系数服从期望为 0 的高斯分布, 标准方差取 0.02 到 0.08 的数) 生成目标点集. 目的是测试算法抗形变的能力. 2) 不同标准方差的高斯白噪声 (标准方差取 0.01 到 0.05 的数) 被加给经过中等形变的模板点集来生成目标点集. 目的是测试算法抗噪声的能力. 3) 不同数量的随机出格点 (出格点个数同模板点个数的比率取 0.5 到 2.5 的数) 被加给经过中等形变的模板点集来生成目标点集. 目的是测试算法抗出格点的能力. 两种形状 (鱼形状和福字形状) 被用作模板点集. 每项实验进行 100 次. 图 1 (见下页) 给出了两模板点集以及用于形变, 噪声和出格点测试的目标点集的例子. 各算法被用于寻找两点集之间的对应关系, 估计出的对应关系被用于求解仿射变换. 误差定义为应用算法得到的变形模板上的每一点到实际的目标对应点的距离的均方值. 对于 CQPOCS 算法, 我们采用简单的最远点聚类法<sup>[10]</sup> 对点进行聚类, 类半径取为模板点集宽度的 1/10.

采用 Matlab 语言, 在 Pentium 4 2.6-GHz 处理器, 256MB 内存的 PC 机上进行实验. 得到 4 种算法配准的平均误差及标准方差如图 2 (见下页) 所示, 由图可知, 对于形变和噪声测试, CQPOCS 算法的配准误差接近于 SC 算法, 一定程度上好于 SPOCS 算法, 较大程度上好于 RPM 算法; 对于出格点测试, 随着出格点个数的增加, SC 算法的误差增长很快. 这主要是因为 SC 算法的上下文特征受出格点的影响而导致估计的仿射变换不再准确. 其它 3 种算法的误差增长较慢. CQPOCS 算法的误差接近 RPM 算法, 比 SPOCS 算法略好. 从计算量来看, CQPOCS 算法的平均计算时间为 2.8806 秒, SPOCS 算法为 4.4006 秒, RPM 算法为 4.0753 秒, SC 算法为 5.1418 秒. 因此, CQPOCS 算法的计算量最少. 综上可知, CQPOCS 算法性能最优.

#### 4.2 配准实例

首先, 我们采用<sup>[9]</sup> 给出的例子来测试 4 种算法对对应关系的能力. 由于 CQPOCS 算法结果为类

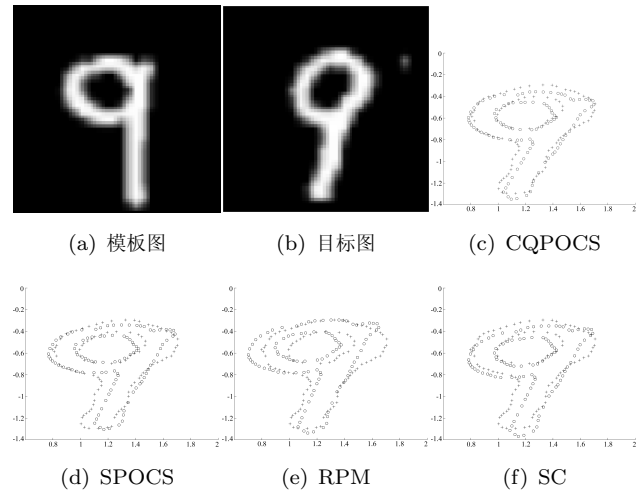


图 4 数字图像的配准

Fig. 4 Matching of feature points extracted from images

对应关系, 而其它算法结果为点对应关系, 因此需要将它们统一到同一的度量上进行比较. 这里采用类对应关系正确率作为度量: 对于除 CQPOCS 算法的其它算法得到的点对应关系结果, 假设模板点集类  $\Gamma_k^x$  有  $q_{k,l}$  个点对应到目标点集类  $\Gamma_l^y$  中去, 则认为在目标点集中具有最大对应点数的类  $\Gamma_l^y$  为模板点集类  $\Gamma_k^x$  的对应类. 这样就将点对应关系转化成类对应关系. 最后得到 4 种算法的类对应结果如图 3 (见 246 页) 所示. 由图可知, CQPOCS 算法的配准效果略好于 SPOCS 算法, 较好地保持了点的连续及顺序性. RPM 算法效果差一些. SC 算法的结果中, 存在相邻两点被映射到另一形状上相距很远的两点的情况.

其次, 我们将 4 种算法用于估计图 4 中的两图像的仿射变换. 特征点通过边缘提取出来. 结果表明 CQPOCS 算法效果最好, 点之间的对应更紧密.

#### 4.3 CQPOCS 算法选不同聚类半径, 不同聚类方法的性能比较

首先采用 4.1 节实验的福字数据来测试 CQPOCS 算法选不同聚类半径的性能, 得到结果如图 5 (见 246 页) 所示. 由图可知, 算法在各项实验中, 随半径的增加, 误差稳定增加. 因此算法对于半径的变化具有较好的鲁棒性. 且可以看出对于半径  $R \leq 1.5$  倍点集宽度的两种情况, 误差相差不大. 从计算量来看,  $R = 0.1$  倍点集宽度时的计算时间为 2.8440 秒,  $R = 0.15$  倍点集宽度时为 1.1226 秒,  $R = 0.2$  倍点集宽度时为 0.5504 秒,  $R = 0.25$  倍点集宽度时为 0.3272 秒. 可见计算量随着半径的增加而降低很快.

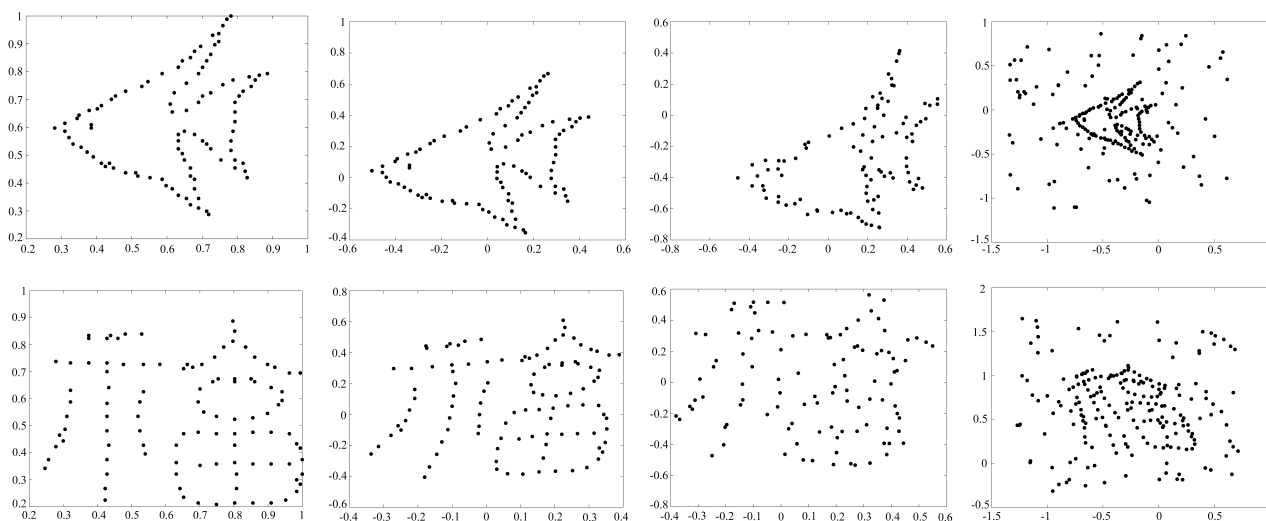


图 1 Chui-Rangarajan 的测试点集：模板点集 (第 1 列) 和用于形变，噪声和出格点测试的目标点集例子 (第 2 到 4 列)  
 Fig. 1 Chui-Rangarajan synthesized data sets: template point sets (column 1) and examples of target point sets for deformation, noise, and outlier tests (columns 2-4)

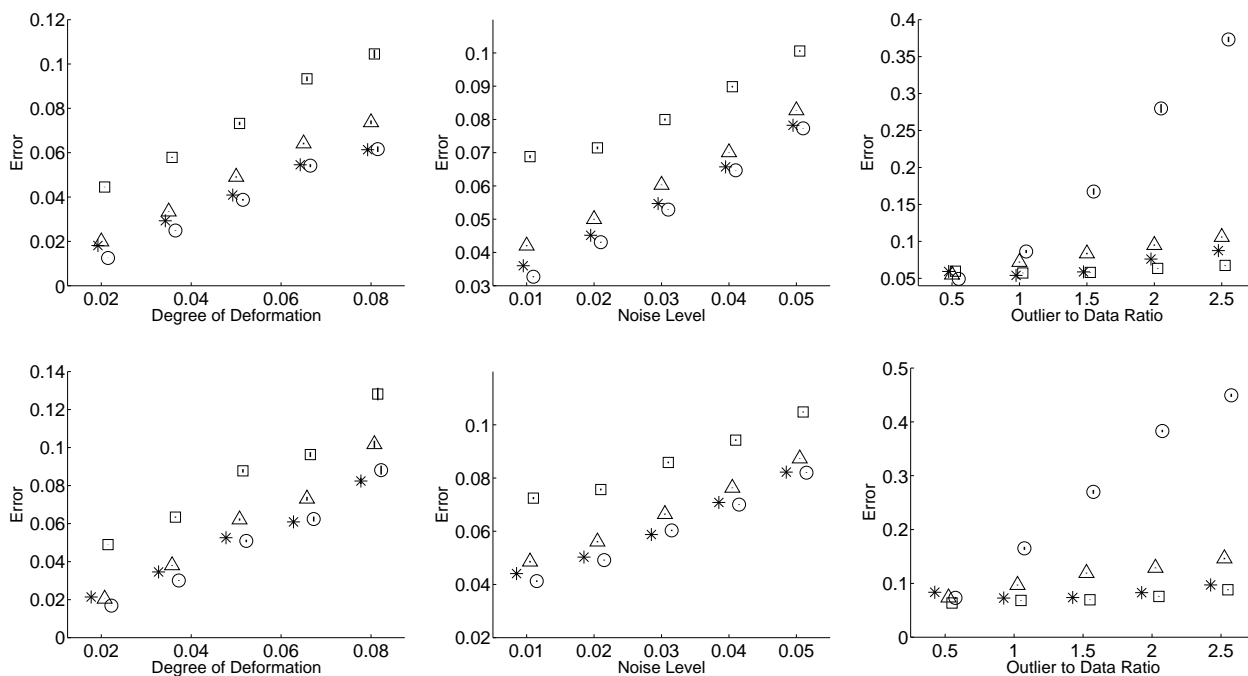


图 2 CQPOCS(\*), SPOCS( $\Delta$ ), RPM( $\square$ ), SC( $\circ$ ) 算法作用于 Chui-Rangarajan 测试数据得到的平均误差及方差 (由误差条的长度表示). 第 1 行: 鱼形状测试. 第 2 行: 福字形状测试.  
 Fig. 2 Results of the CQPOCS(\*), SPOCS( $\Delta$ ), RPM( $\square$ ) and SC( $\circ$ ) algorithms on the Chui-Rangarajan synthesized data sets. The error bars indicate the standard deviation of the error. Top row: the shape of fish. Bottom row: the shape of a Chinese character

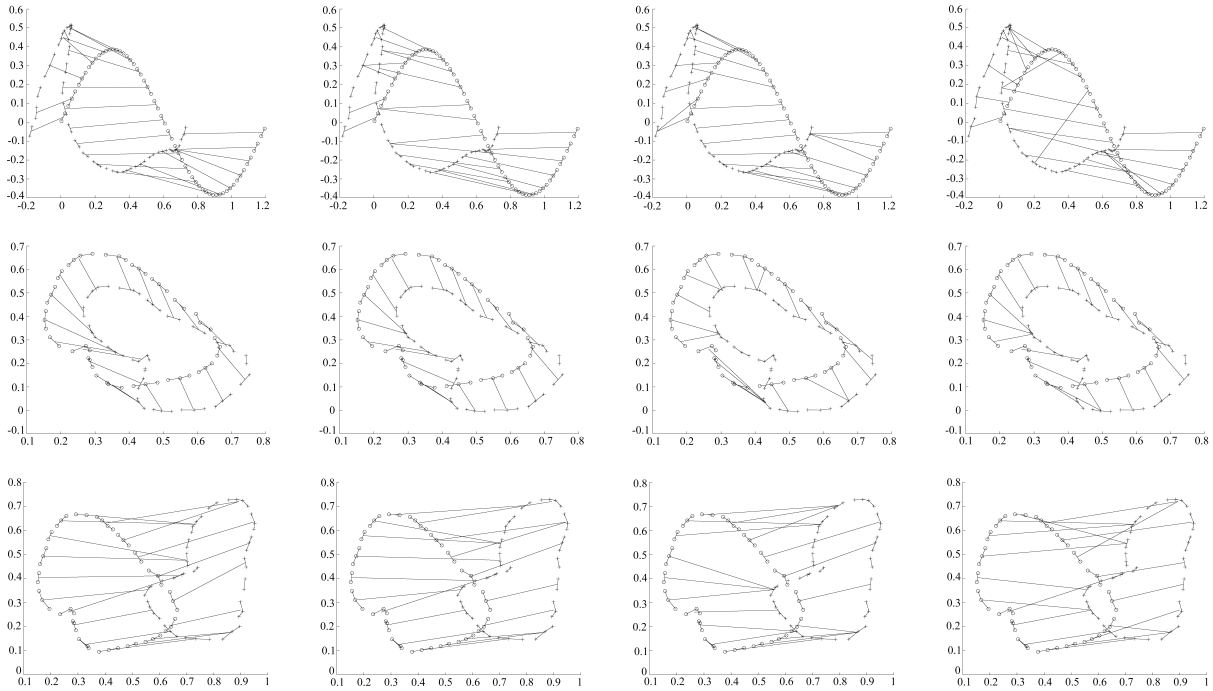


图 3 CQPOCS (第 1 列), SPOCS (第 2 列), RPM (第 3 列) 和 SC (第 4 列) 对于曲线求对应关系的结果  
 Fig. 3 Point matching results of the CQPOCS (column 1), SPOCS (column 2), RPM (column 3), and SC (column 4) algorithms on curves

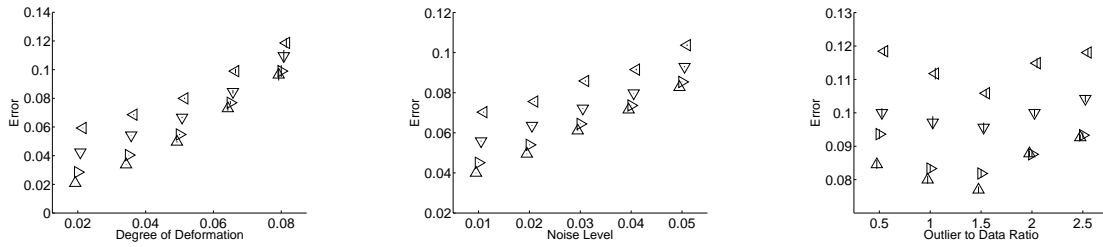


图 5 对于福字形状, CQPOCS 算法对应不同聚类半径 ( $R = 0.1(\Delta)$ ,  $R = 0.15(\triangleright)$ ,  $R = 0.2(\nabla)$ ,  $R = 0.25(\triangleleft)$  倍点集宽度) 的平均误差及方差 (由误差条的长度表示).  
 Fig. 5 Results of the CQPOCS algorithm with respect to different clustering radii ( $R = 0.1(\Delta)$ ,  $R = 0.15(\triangleright)$ ,  $R = 0.2(\nabla)$  and  $R = 0.25(\triangleleft)$  times of the width of points sets) on the Chui-Rangarajan synthesized data sets of a Chinese character. The error bars indicate the standard deviation of the error

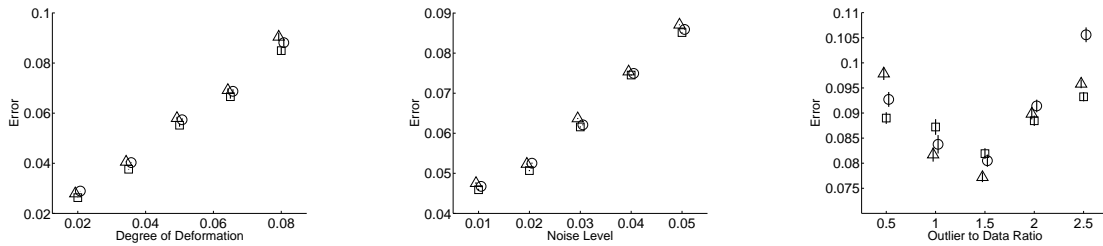


图 6 对于福字形状, CQPOCS 算法对应不同聚类方法 (最远点聚类 (\$\Delta\$), 模糊 C 均值 (\$\square\$), K 均值 (\$\circ\$)) 的平均误差及方差 (由误差条的长度表示).  
 Fig. 6 Results of the CQPOCS algorithm with respect to different clustering algorithms (farthest point clustering (\$\Delta\$), C mean clustering (\$\square\$) and K mean clustering (\$\circ\$)) on the Chui-Rangarajan synthesized data sets of a Chinese character. The error bars indicate the standard deviation of the error

其次采用 4.1 节实验的福字数据来测试 CQPOCS 算法选不同聚类方法的性能. 对于每种聚类方法, 类的数目选为点集势的 1/4. 得到结果如图 6 所示. 由图可知, 三种聚类方法的误差相差不大. 采用模糊 C 均值的 CQPOCS 算法的整体性能略好于采用其它两种聚类方法的 CQPOCS 算法.

## 5 结论

本文给出一种用于特征点配准的快速聚类凸集投影算法. 点聚类和数值二次规划被用于求解凸集投影, 从而既降低了计算量, 又提高了配准精度. 仿真比较了本文算法和其它三种典型算法的性能, 结果表明本文算法在配准精度和计算量上均有所改善. 仿真并给出算法性能受不同聚类半径, 不同聚类方法的影响情况.

## References

- 1 Besl P J, McKay N D. A method for registration of 3-D shapes. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1992, **14**(4): 239~256
- 2 Chui H, Rambo J, Duncan J, Schultz R, Rangarajan A. Registration of cortical anatomical structures via robust 3D point matching. *Proceedings of Information Processing in Medical Imaging*, Berlin: Springer, 1999, 168~181
- 3 Gold S, Rangarajan A, Lu C P, Pappu S, Mjolsness E. New algorithms for 2-D and 3-D point matching: pose estimation and correspondence. *Pattern Recognition*, 1998, **31**(8): 1019~1031
- 4 Rangarajan A, Chui H, Bookstein F. The softassign procrustes matching algorithm. In: *Proceedings of Information Processing in Medical Imaging*. Berlin: Springer, 1997. 29~42
- 5 Chui H, Rangarajan A. A new point matching algorithm for non-rigid registration. *Computer Vision and Image Understanding*, 2003, 89: 114~141
- 6 Barend J V W, Michael A V W. A POCS-based graph matching algorithm. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2004, **26**(11): 1526~1530
- 7 Medasani S, Krishnapuram R, YoungSik C. Graph matching by relaxation of fuzzy assignments. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2001, **9**(1): 173~182
- 8 Belongie S, Malik J, Puzicha J. Shape matching and object recognition using shape contexts. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2002, **24**(4): 509~522
- 9 Zheng Y F, Doermann D. Robust point matching for non-rigid shapes by preserving local neighborhood structures. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2006, **28**(4): 643~649
- 10 Gonzalez T. Clustering to minimize the maximum inter-cluster distance. *Theoretical Computer Science*, 1985, 38: 293~306



paper.)

连 玮 西北工业大学博士研究生. 研究方向为静态、序列图像的配准与镶嵌, 机器视觉. 本文通信作者.

E-mail: lianwei3@gmail.com

(LIAN Wei Ph.D. candidate. His research interest covers image, video registration and mosaic and computer vision. Corresponding author of this



tion, sensing and control and image understanding. )

梁 彦 清华大学博士后, 副教授. 研究方向为复杂动态大系统建模、估计、控制与仿真. 信息融合, 信息感知与控制, 图像理解.

(LIANG Yan Assistant Professor. His research interest covers complex dynamic system modeling, estimation, control and simulation, information fusion,



潘 泉 西北工业大学教授. 研究方向为控制理论与应用, 多目标跟踪与识别, 信息融合, 图像处理, 智能信息处理.

(PAN Quan Professor. His research interest covers control theory and application, multi-target tracking and recognition, information fusion, image process and intelligent information processing.)



程咏梅 西北工业大学副教授. 研究方向为信息融合, 主/被动跟踪, 信号与信息处理, 认知计算.

(CHENG Yong-Mei Assistant Professor. Her research interest covers information fusion, active/passive target tracking, signal and information processing, and cognition computation.)



张洪才 西北工业大学教授. 研究方向为控制理论与应用, 多目标跟踪与识别, 信息融合, 动态系统建模、估计与控制, 智能信息处理.

(ZHANG Hong-Cai Professor. His research interest covers control theory and application, multi-target tracking and recognition, information fusion, dynamic system modeling, estimation and control and intelligent information processing.)