

螺线管而现在都作为整体中一部分的螺线管内的磁感应强度仍为 μNI_1 , 即串接对每一个螺线管磁通无影响, 翻译为数学语言即为 $k = 0$, 但由于串接后总匝数翻番, 总自感为原单个螺线管的两倍, 用以下公式也可论证此结果:

$$L_{\text{串}} = \mu n^2 V_{\text{串}} = \mu n^2 (V_1 + V_2) = \mu n^2 2V_1 = 2L_1.$$

(3) 有观点^[5]认为: 把顺接螺线管的耦合系数看作0是忽略端头效应(原文称漏磁)时所得出的, 应对不同参数条件进行具体讨论, 并得出结论: 线圈越细越长, 相对误差越小, 越短越粗, 相对误差越大, 所以粗而短的螺线管串接时要讨论耦合系数的大小, 这种观点无疑是对的, 但对粗而短的螺线管, 其本身的自感系数已无法用精确的数学公式表达, 当然其耦合系数也难以用解析式表示, 于是串接值不用理论计算而用实测值了, 粗短细长是相对的, 我们还是用相对误差讨论这个问题, 设 L_0 为理想模型自感, ΔL 为线圈每一端因 B 减少而引起的自感减少, 其实际自感为:

$$L = L_0 - 2\Delta L.$$

用理论模型代替后, 产生的相对误差为

$$\eta = \frac{2\Delta L}{L_0}.$$

当说到这个长螺线管的自感值为 L_0 时, 我们就默认上述误差是允许的, 当两长螺线管顺接后, 由于耦合作用, 接口处 $2\Delta L$ 的误差消除了, 此时总自感的相对误差为:

$$\eta_{\text{串}} = \frac{2\Delta L}{2L_0} = \frac{\Delta L}{L_0} = \frac{\eta}{2}.$$

由此可见, 串接后, 用理想模型代替实物后的相对误差为接前的一半, 无论接后相对误差, 或者接后相对误差的改变都在默认范围内, 结论是: 两长直螺线管顺接后, 虽然相互间有耦合, 但可以忽略不计, 甚至可以说耦合系数为0, 反而更简洁明了.

参考文献:

- [1] 程守洙, 江之永. 普通物理学[M]. 北京: 高等教育出版社, 1982.
- [2] 华东师大普通物理教研组. 普通物理思考题解[M]. 上海: 上海科学技术文献出版社.
- [3] 梁灿彬, 等. 电磁学[M]. 北京: 高等教育出版社, 1980.
- [4] 赵凯华, 陈熙谋. 电磁学(上册)[M]. 北京: 人民教育出版社, 1978.
- [5] 徐志和. 耦合系数到底是多少[J]. 物理通报, 2000(12).

A Discussion to the Definitions of Self Inductance and Mutual Inductance and the Coefficient of Coupling

ZHU Shun-quan, ZHENG Ren-rong

(Mathematical and Science College, Shanghai Teachers University, Shanghai 200234, China)

Abstract: New self and mutual inductance definitions that benefit to understand the relationship between their static and dynamic definitions are given. The causes of some usual mistakes pertained to coupling are discussed.

Key words: self inductance ; mutual inductance ; coefficient of coupling

电磁感应与开关电路的结合

沈德滋

(上海师范大学, 上海 200234)

摘要: 利用电磁感应与开关电路的结合, 可获得较为广泛的运用. 作者对该电路的特性进行了实验测定.

关键词: 电磁感应; 开关电路; 线圈; 微电机

中图分类号: O441 **文献标识码:** C **文章编号:** 1000-5137(2002)01-0091-03

利用电磁感应与开关电路相结合(简称电磁感应结合电路), 可获得较为广泛的应用. 现先把该电路的特性进行实验测定如下.

图1为开关电路, 电阻都改为电磁感应线圈, B线圈为6000圈 400Ω . 为了便于与电源相接, 把双线改接发射极, 单线接电源. 如图2所示, 先用晶体管2SA207 ($I_C = 200\text{mA}$) 做实验. 在线圈中插入软铁棒. 用磁铁很快吸出时, 在B线圈中产生感应电流 I_B . 由于 I_B 从0变到 I_B , 就会引起 I_C 的较大变化. 在电压为6V, C线圈不同圈数时测得的瞬时感应电流见表1.

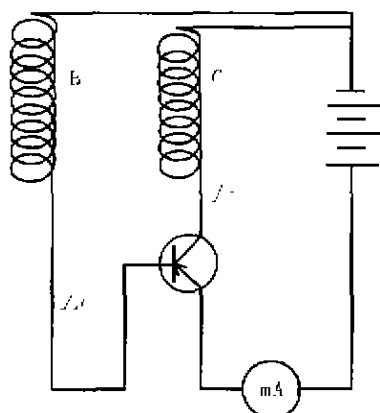


图1 在磁感应线圈开关电路

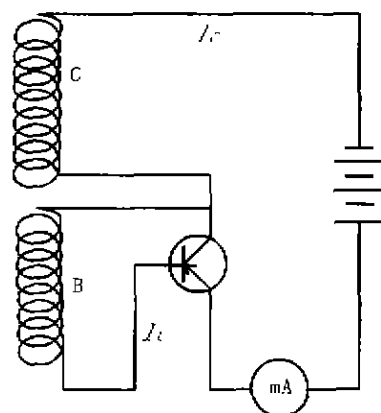


图2 发射极开关电路

表1 配合物颜色、化学组成和摩尔电导

C 圈数	电流	电阻
1800	20mA	160 Ω
1200	30mA	100 Ω
800	40mA	80 Ω
600	50mA	60 Ω

收稿日期: 2001-11-01

作者简介: 沈德滋(1906-), 上海师范大学教授.

后用晶体管 S9014, 2SA406 ($I_C = 200\text{mA}$), 3DD204 大功率管, 在相同的条件下测得的电流相同, 与晶体管的 I_C 无关. 最后, 在 C 线圈为 800 圈. 在不同的电压下, 测得电流见表 2. 从表 2 得知, 电流与电压成正比. 故欲得更大的电流, 可增加电压, 但所用晶体管的 I_C 必须大于或等于所需的电流.

表 2 电压、电流表

电压	电流
6V	40mA
4.5V	30mA
3V	20mA
1.5V	10mA

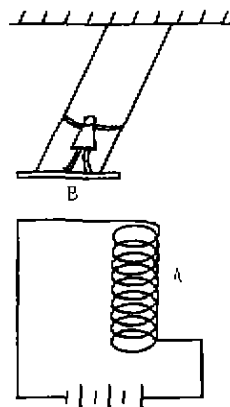


图 3 应用实例 1

应用实例 1 秋千架玩具

如图 3 所示, 在秋千下端固定一小磁棒或磁性玩具小孩 B, 并使秋千下端接近电磁感应结合电路 A 的上端. 当秋千摆向 A 时, 由于 B 的磁场相对于 A 正在不断增强, 根据楞次定律, 在线圈 A 的上端的磁性与 B 的磁性相反, 因而吸引 B. 当秋千 B 端离开 A 时, 则 B 的磁场正在减弱, 因而 A 的磁性与它相同, 互相排斥, 把 B 向前推去, 如此往复来回, 秋千的振幅不断增大, 直至 B 的重力沿摆动方向的分力和 A 的磁力达到平衡时, 振幅才保持稳定.

应用实例 2 微电机

根据秋千玩具的设计原理和方法, 按图 4 的装置, 可设计成微电机. 图中 A 为电磁感应结合电路, B 为条形磁铁.

应用实例 3 小孩打锣玩具

把磁性玩具小孩吊在架上代替秋千玩具的 B, 并在两侧挂两面小锣, 当磁性小孩摆动时, 就能来回打锣.

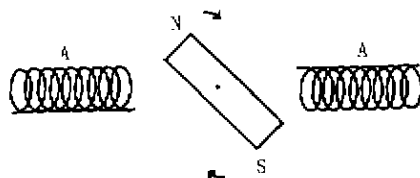


图 4 应用实例 2

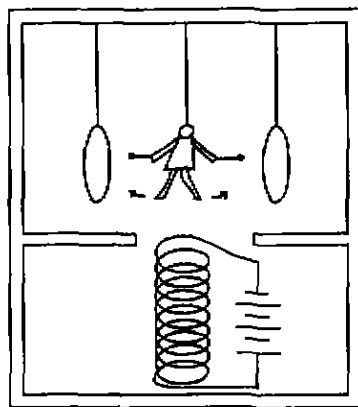


图 5 应用实例 3

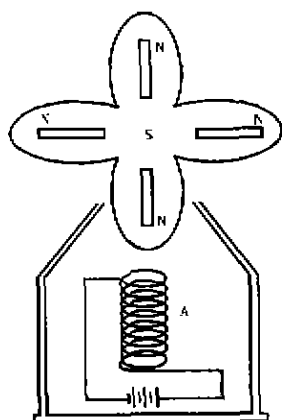


图 6 应用实例4

应用实例4 小风扇

图6中 A 为电磁感应结合电路. 在风扇翼子上装置4片薄磁条. 拨动扇翼. 风扇就能启动.

上述应用实例中的磁铁运动速度是有极限的. 所以晶体管的 I_C 电流是最大电流.

利用电磁感应结合电路. 可设计成许多小玩具. 市上有些小玩具. 就是应用这个电路制成的. 作者保留应用实例的专利权.

Electromagnetic Influence Combined with Switch Circuits

SHEN De-zi

(Shanghai Teachers University, Shanghai 200234, China)

Abstract: Electromagnetic influence combined with switch circuits can be of widespread applications. The features about the circuits have been experimentally tested by the author himself.

Key words: electromagnetic influence; switch circuit; coil; micro electric motor

从一个实例分析电磁场的角动量

刘艳秋, 朱炯明

(上海师范大学数理信息学院, 上海 200234)

摘要: 通过对处于变化外磁场中的圆柱形电容器的定性讨论和定量计算, 把电磁场的角动量这一较为抽象的概念具体化, 分析并论证了电磁场确具有角动量, 且可与机械角动量相互转换, 在转换过程中遵循守恒定律。

关键词: 电磁场; 角动量; 圆柱形电容器

中图分类号: O441.3 **文献标识码:** C **文章编号:** 1000-5137(2002)01-0094-04

0 引言

电磁场作为物质存在的一种形式, 它具有能量、动量和角动量, 并且可以与其他形式的能量、动量和角动量相互转换, 在转换过程中遵循各自的守恒定律, 这是电磁场的重要属性, 也是电磁场理论在众多领域获得广泛应用的原因之一。但在教学过程中, 由于场的概念较为抽象, 而且电磁场的能量、动量和角动量又很难直接观测, 学生往往觉得较难理解, 尤其对于电磁场的角动量, 更是如此。本文以一个处于变化外磁场中的圆柱形电容器为具体例子, 通过定性研究和定量计算, 根据角动量守恒定律来论证电磁场角动量的存在以及它和其他形式的角动量之间的联系, 这样能让初学者对电磁场的角动量有一个直观的感受, 从而能更好地理解电磁场的这一重要属性。

1 变化外磁场中的圆柱形电容器^[1]

圆柱形电容器由长为 L , 半径分别为 R_1 和 R_2 ($R_1 < R_2$) 的内外两个同轴薄圆筒构成, 整个电容器绕轴的转动惯量为 I , 充电后内、外圆筒间的电压为 V , 开始时, 电容器内(在 $r < R_2$ 的区域)有一均匀外磁场 B_0 , 磁场方向与圆筒轴线平行, 现在, 慢慢撤去磁场 B_0 , 结果发现电容器由静止开始绕轴转动起来, 在撤去磁场的过程中没有任何机械的外力矩作用在电容器上, 那么电容器是会发生转动的? 它转动的角动量是哪里来的呢?

2 电磁力的冲量矩

收稿日期: 2001-10-30

基金项目: 上海市教委课程建设项目(K200135)

作者简介: 刘艳秋(1976-), 女, 上海师范大学课程与教学论硕士研究生; 朱炯明(1948-), 男, 上海师范大学数理信息学院副教授。

在撤去磁场的过程中, 变化的轴向磁场会产生沿切向的感生电场, 电容器内外筒壁因带有电荷而受到感生电场力的作用, 在合力矩的作用下, 电容器发生转动. 当电容器内外筒壁所带的电荷随电容器一起转动时, 就在内外筒壁上形成了方向相反的电流, 因而又受到磁场力的作用. 据此可以计算出电磁力的冲量矩, 及在这一冲量矩的作用下电容器所获得的角动量和角速度.

电磁场对电容器的作用力为^[2]

$$dF = (\rho E + j \times B) d\tau. \quad (1)$$

式中 ρ 和 j 分别为导体圆筒上的电荷密度与电流密度, B 为沿轴向的磁场, 电场 E 包括静电场 E_1 和感生电场 E_2 , 其中沿半径方向的静电场为^[3]

$$E_1 = -\frac{V}{\ln(\frac{R_2}{R_1})r} \hat{e}_r. \quad (2)$$

沿切向的感生电场 E_2 可由法拉第定律算得^[3]

$$E_2 = -\frac{r}{2} \frac{dB_z}{dt} \hat{e}_\theta. \quad (3)$$

电磁场作用于电容器的力矩为, $dM = r \times dF$, 考虑到 $r \times E_1 = 0$ 和 $r \times (j \times B) = 0$, 即有

$$dM = r \times E_2 dq. \quad (4)$$

将该式分别对内、外筒壁上的电荷积分, 便得到圆柱形电容器的两个圆筒所受的力矩

$$M_1 = -\frac{\pi \epsilon_0 LV R_1^2}{\ln(\frac{R_2}{R_1})} \frac{dB_z}{dt} \hat{e}_z. \quad (5)$$

$$M_2 = \frac{\pi \epsilon_0 LV R_2^2}{\ln(\frac{R_2}{R_1})} \frac{dB_z}{dt} \hat{e}_z. \quad (6)$$

当外磁场完全撤去时, 整个电容器所受的电磁力的冲量矩为

$$\int (M_1 + M_2) dt = -\frac{B_0 \pi \epsilon_0 LV (R_2^2 - R_1^2)}{\ln(\frac{R_2}{R_1})} \hat{e}_z. \quad (7)$$

这一冲量矩使电容器获得了角动量

$$L_m = -\frac{B_0 \pi \epsilon_0 LV (R_2^2 - R_1^2)}{\ln(\frac{R_2}{R_1})} \hat{e}_z. \quad (8)$$

而电容器的转动的角速度为

$$\omega = \frac{L_m}{I} = \frac{B_0 \pi \epsilon_0 LV (R_2^2 - R_1^2)}{I \ln(\frac{R_2}{R_1})} \hat{e}_z. \quad (9)$$

电容器由静止变为转动, 获得了角动量, 在这过程中, 虽然没有受到外界施加的任何机械力矩, 但受到电磁场作用于它的力矩, 正是这一电磁力的冲量矩, 使得电容器转动起来.

3 电磁场的角动量

当电磁场对电容器施加力矩使得电容器转动起来时, 电磁场自身发生了什么变化呢? 电磁场的角动量发生了改变, 电磁场角动量可表示为^[2]

$$L_{em} = \int_V r \times (E \times B) d\tau. \quad (10)$$

开始时 $E = E_1$, 见(2)式, $B = B_0 \hat{e}_z$, 代入(10)式得电磁场角动量

$$L_{em} = - \frac{B_0 \pi \epsilon_0 L V (R_2^2 - R_1^2)}{\ln(\frac{R_2}{R_1})} \hat{e}_z. \quad (11)$$

磁场完全撤去后, $B = 0$, 由 (10) 式直接可知电磁场角动量变为零. 在撤去磁场过程中, 电磁场的角动量减少了 L_{em} , 比较 (8) 式和 (11) 式得 $L_{em} = L_m$, 这表明电容器所获得的转动角动量确实是由电磁场所减少的角动量转化而来. 这一转化是通过电磁力作用于电容器的冲量矩来实现的. 如果将电磁场和电容器视为一个系统, 那么在转化过程中, 由于没有外力矩的作用, 整个系统的角动量是守恒的.

4 建立电磁场过程中外力的冲量矩

从以上分析可以看出电磁场确实具有角动量, 而且可以转化为机械角动量, 还可以进一步分析, 电磁场的角动量又是哪里来的呢? 是不是可以在电磁场的建立过程中由其他形式的角动量转化而来呢?

由于电磁场的角动量只取决于电磁场的分布状况, 而与电磁场建立的过程无关, 不妨设想这样一个过程: 开始时电容器的内筒与外筒重合在一起(半径为 R_2), 正负电荷抵消, 因而没有电场; 圆筒内有均匀磁场 B_0 . 然后沿径向均匀地将带正电的内筒从 R_2 处缓慢向内压缩(假设电容器筒壁可以随意压缩), 一直压缩到 R_1 处为止, 这样, 内筒带正电, 外筒带负电, 两圆筒间有一径向的电场 E , [见 (2) 式], 在压缩过程中, 电容器的内筒受到洛伦兹力的作用

$$f_L = q(E + v \times B), \quad (12)$$

式中 q 为内筒所带的电量; v 为内筒壁的运动速度, 沿圆筒径向向内. 由圆柱形电容器的对称性和电荷分布的均匀性知, 电场 E 不会对力矩 T 有所贡献, 所以洛伦兹力的力矩为

$$T = qr \times (v \times B). \quad (13)$$

为了不让内筒转动, 在压缩过程中必须施加一个与 T 方向相反的外力矩, 到压缩过程结束时, 这一外力的冲量矩所产生的且被储存在电磁场中的角动量为

$$L = - \int qr \times (v \times B) dt = - \frac{B_0 \pi \epsilon_0 L V (R_2^2 - R_1^2)}{\ln(\frac{R_2}{R_1})} \hat{e}_z. \quad (14)$$

将 (14) 式与 (11) 式比较, 可以看出这正是电磁场的角动量.

由此可见, 在建立电磁场的过程中, 外力矩作用于电容器的冲量矩转化为电磁场的角动量; 而在撤去磁场的过程中电磁场的角动量又转化成了电容器的机械角动量, 这又一次说明电磁场确实具有角动量.

5 结 论

通过对处于变化外磁场中的电容器运动状态变化的分析, 从一个侧面论证了电磁场确实具有角动量并且可以与其他形式的角动量相互转换, 在转换过程中遵循守恒定律. 与其类似的还有关于费曼圆盘佯谬的讨论^[4,5], 它也是关于电磁场角动量及其守恒的实例. 本文的方法使得原本抽象的概念变得具体化, 有利于初学者对电磁场的这一重要属性的理解. 当然, 此方法只是运用了一个实例来说明问题, 并不具有普适性. 要更深入地处理电磁场的角动量问题, 还应该采用系统的场论处理方法^[2].

需要指出的是, 为了使计算显得简捷明了, 在以上分析中均未计及电容器开始转动后, 由于圆

筒上的电荷随之转动而在圆筒内产生的附加磁场. 如果电容器的转动惯量较大, 因而其转动角速度很小, 那么这一附加磁场可以忽略. 如果不是这样, 则只要在第2节的计算中将磁场视为外磁场与附加磁场的合磁场. 在第3节的计算中外磁场完全撤去后的总磁场并不为零. 同样可以得到满意的结果. 但在这种情况下, 电磁场的角动量只有一部分转换成了电容器的转动角动量, 其余部分仍然被储存在电磁场中. 计算结果的表达式也会变得相当复杂.

参考文献:

- [1] 蔡圣善. 经典电动力学 [M]. 上海: 复旦大学出版社, 1985.
- [2] 郭硕鸿. 电动力学 (第二版) [M]. 北京: 高等教育出版社, 1997.
- [3] 贾启民, 郑永令, 陈暨耀. 电磁学 (第二版) [M]. 北京: 高等教育出版社, 2001.
- [4] 贾兆平, 等. Feynman 圆盘详译与角动量守恒[J]. 大学物理, 1983 (4).
- [4] 陈熙谋. 能流密度概念不适用于静声情形吗[J]. 大学物理, 1982 (4).

Analyzing Angular Momentum of Electromagnetic Field with a Concrete Example

LIU Yan-qiu, ZHU Jiong-ming

(Mathematical and Science College, Shanghai Teachers University, Shanghai 200234, China)

Abstract: The abstraction of angular momentum of electromagnetic fields is concretized through qualitative analysis and quantitative calculation for a cylindrical capacity in a varying electromagnetic field. It has been shown that angular momentum exists indeed in an electromagnetic field and can be transformed mutually with mechanical angular momentum. And the conservation law is obeyed in process of transformation.

Key words: electromagnetic field; angular momentum; cylindrical capacitor