

西安-临潼高速公路递阶控制方法研究

罗方述

(国家教育委员会管理信息中心,北京)

万百五

(西安交通大学系统工程研究所)

潘文敏

(西安公路学院交通自动控制系)

摘 要

本文利用大系统最优控制理论对西安-临潼高速公路的控制方法进行研究,基于交通流模型提出了一种递阶控制方法,并对西安-临潼高速公路的控制进行仿真,获得了满意的效果.

关键词: 最优控制,大系统,高速公路.

一、引 言

高速公路在发生意外事件或车流量超过其通行能力时会发生交通拥挤现象.对因车流量超过通行能力而引起的周期性拥挤,可通过制定相应的定时控制来避免;而对因意外事件引起的非周期性拥挤则只有通过实时的控制才能消除.

高速公路的控制问题已有人进行了研究^[1,2],但从目前来看,除了能对周期性拥挤进行较好的控制外,其它用最优控制原理消除非周期性拥挤的方法多因运算量太大而很难在实际中应用.本文以西安-临潼高速公路为背景,采用一种具有实时反馈的控制新方法,减少了运算量,在实时性方面有了较大改善.

二、高速公路交通流模型

将一条高速公路分成 N 段,每一段至少包括一个入口匝道或一个出口匝道,每一段 i 又进一步分成 $n(i)$ 节(如图1所示).且定义在 k 时刻: $\rho_i^j(k)$ 为第 i 段第 j 节上车流密度; $v_i^j(k)$ 为车流速度; $q_i^j(k)$ 为车流率; $r_i(k)$ 为入口匝道车流率; $s_i(k)$ 为出口匝

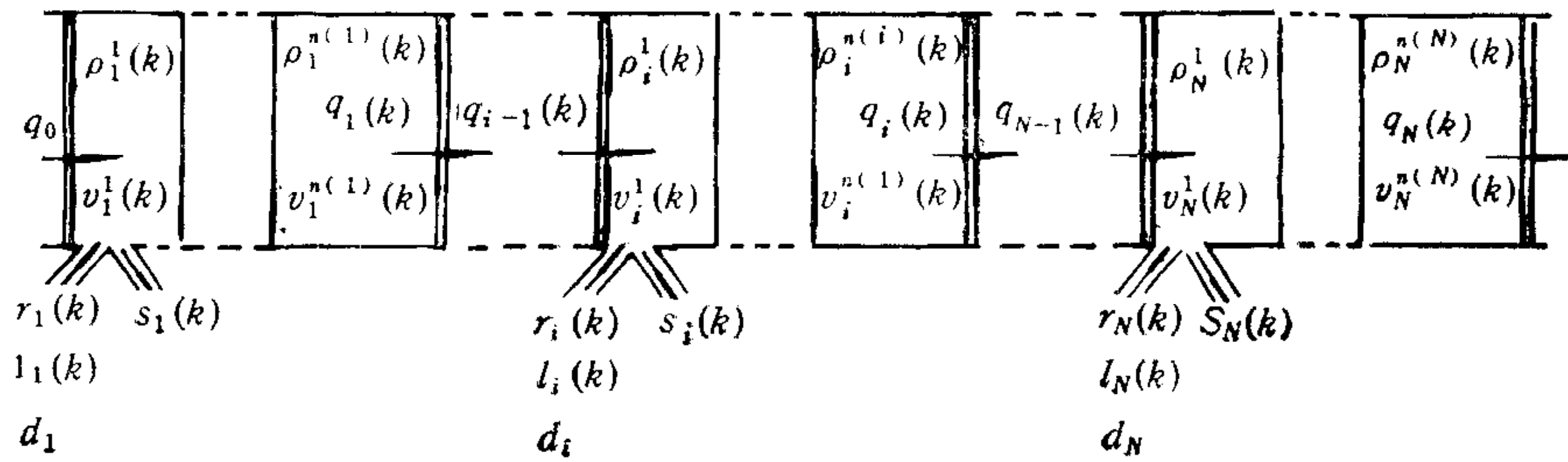


图 1 高速公路分段分节图
 ||——段分界线 |——节分界线

道车流率； Δ_i^j 为第 i 段第 j 节的长度。

根据上面的定义，可得第 i 段第 j 节上的交通流模型

$$\begin{aligned} \rho_i^j(k+1) &= \rho_i^j(k) + T[q_i^{j-1}(k) - q_i^j(k) + \sigma_i^j(k)]/\Delta_i^j, \\ v_i^j(k+1) &= v_i^j(k) + T[v(\rho_i^j(k)) - v_i^j(k)]/\tau + T[v_i^{j-1}(k) - v_i^j(k)]v_i^j(k)/\Delta_i^j \\ &\quad - Tv[\rho_i^{j+1}(k) - \rho_i^j(k)]/[\tau\Delta_i^j(\rho_i^j(k) + \beta)], \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} v(\rho_i^j(k)) &= v_j b_j^i [1 - (\rho_i^j(k)/\rho_{\max})^{(3-2b_j^i)}]^m; \quad q_i^j(k) = \rho_i^j(k)v_i^j(k); \\ s_i^j(k) &= r_i q_i^{n(i-1)}(k); \quad \sigma_i^j(k) = \begin{cases} r_i(k) - s_i(k), & \text{if } j = 1, \\ 0, & \text{else;} \end{cases} \\ l_i(k+1) &= l_i(k) + T[d_i - r_i(k)]; \quad r_i(k) \leq d_i + l_i(k)/T. \end{aligned}$$

T 为采样时间间隔； r_i 为第 i 段出口匝道车流离开率； b_j^i 为第 i 段第 j 节的限速系数； $l_i(k)$ 为第 i 段入口匝道处的车辆数； d_i 为第 i 段入口匝道处要求进入高速公路的车流量。

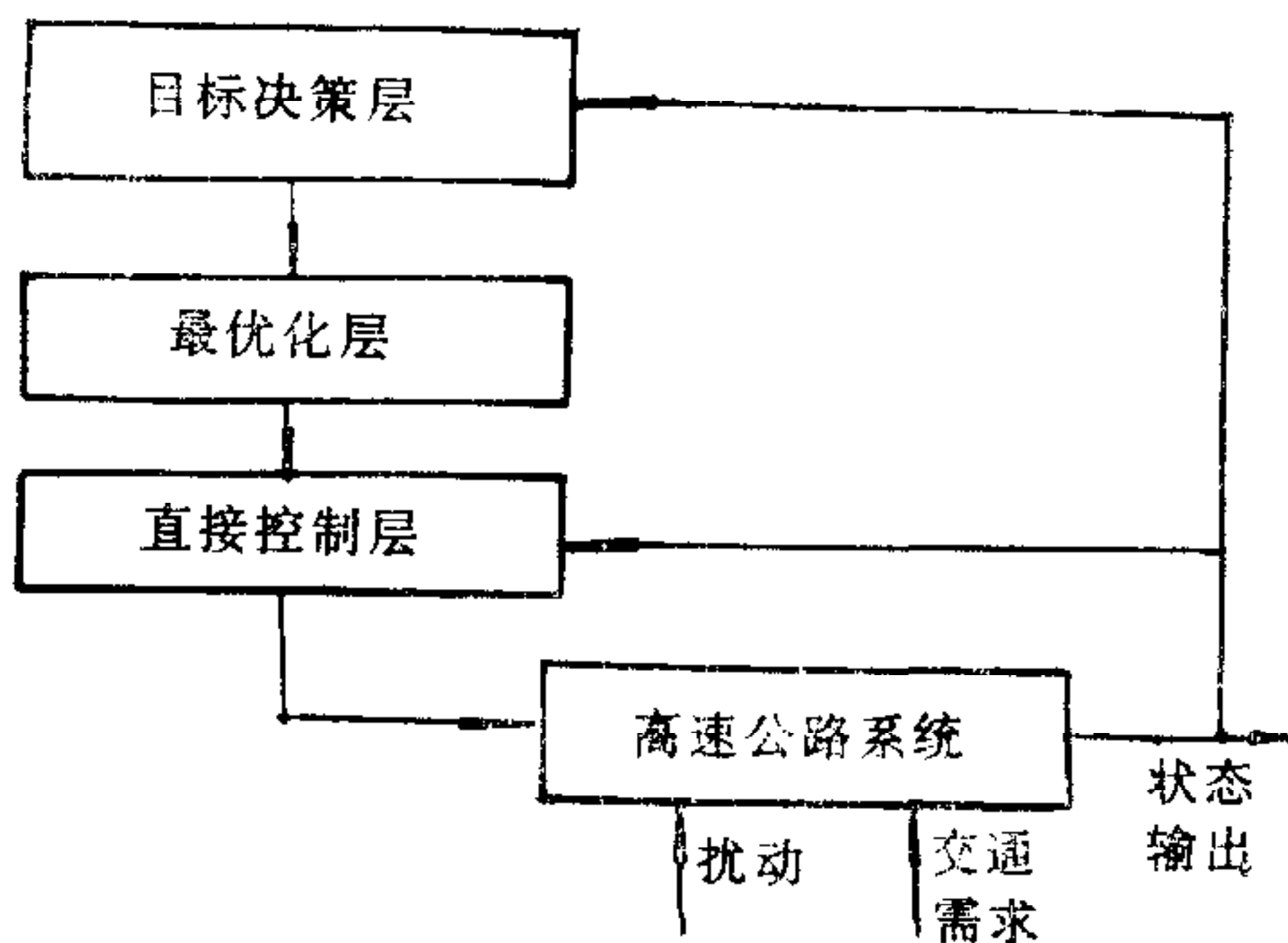


图 2 控制方法结构图

三、控制方法

本文采用一种三层结构的控制方法，如图 2 所示。各层的设计如下：

1. 目标决策层设计

在选择总控制目标时主要考虑两个方面：即使高速公路服务流率最大和使车辆在高速公路上总停留时间最小。对一条分成 N 段的高速公路，选择高峰和

非高峰两种情况，其控制总目标为：高峰期时 $\max_{r_i} J = \sum_{i=1}^N \rho_i v_i$ ；非高峰期时 $\max_{r_i} J =$

$$\sum_{i=1}^N [\alpha \rho_i v_i - (1 - \alpha) l_i^2 \rho_i / v_i]. \quad \text{其中 } 0 < \alpha < 1, l_i \text{ 为第 } i \text{ 段长度.}$$

2. 最优化层设计

设相对于某一级服务水平的最大服务流率为 c_i ，可建立稳态最优化问题：

$\max_{r_i} J$ (J 由目标决策层选择)

$$\begin{aligned} s.t. \quad & \rho_i v_i = (1 - \gamma_i) \rho_{i-1} v_{i-1} + r_i, \\ & v_i = v_i b_i [1 - (\rho_i / \rho_{\max})^{l(3-2b_i)}]^m, \\ & \rho_i v_i \leq c_i, \quad 0 \leq r_i \leq d_i, \quad q_0 = \rho_0 v_0, \quad i = 1, 2, \dots, N. \end{aligned}$$

上面的最优化问题可用非线性规划算法求解。

3. 直接控制层设计

设 $\mathbf{X}^T = [l_1, \rho_1^1, v_1^1, \rho_1^2, v_1^2, \dots, \rho_N^{n(N)}, v_N^{n(N)}]$; $\mathbf{U}^T = [r_1, r_2, \dots, r_N]$; $\mathbf{Q} = \text{diag}(Q_l, Q_\rho, Q_v, \dots, Q_\rho, Q_v)$; $\mathbf{R} = r\mathbf{E}$; $\bar{\mathbf{X}}, \bar{\mathbf{U}}$ 为最优化层得出的标称状态和标称控制。直接控制层问题可表示为

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{U}(k)} J &= \frac{1}{2} \sum_{k=0}^K (\|\mathbf{X}(k+1) - \bar{\mathbf{X}}\|_0^2 + \|\mathbf{U}(k) - \bar{\mathbf{U}}\|_R^2), \\ s.t. \quad & \mathbf{X}(k+1) = \mathbf{F}(\mathbf{X}(k)) + \mathbf{B}\mathbf{U}(k), \\ & \mathbf{U}(k) \leq \mathbf{G}(\mathbf{X}(k)), \quad \mathbf{X}(0) \text{ 已知}. \end{aligned}$$

对于上面最优控制问题,可用如下三级协调算法求解,见图 3。各级任务如下:

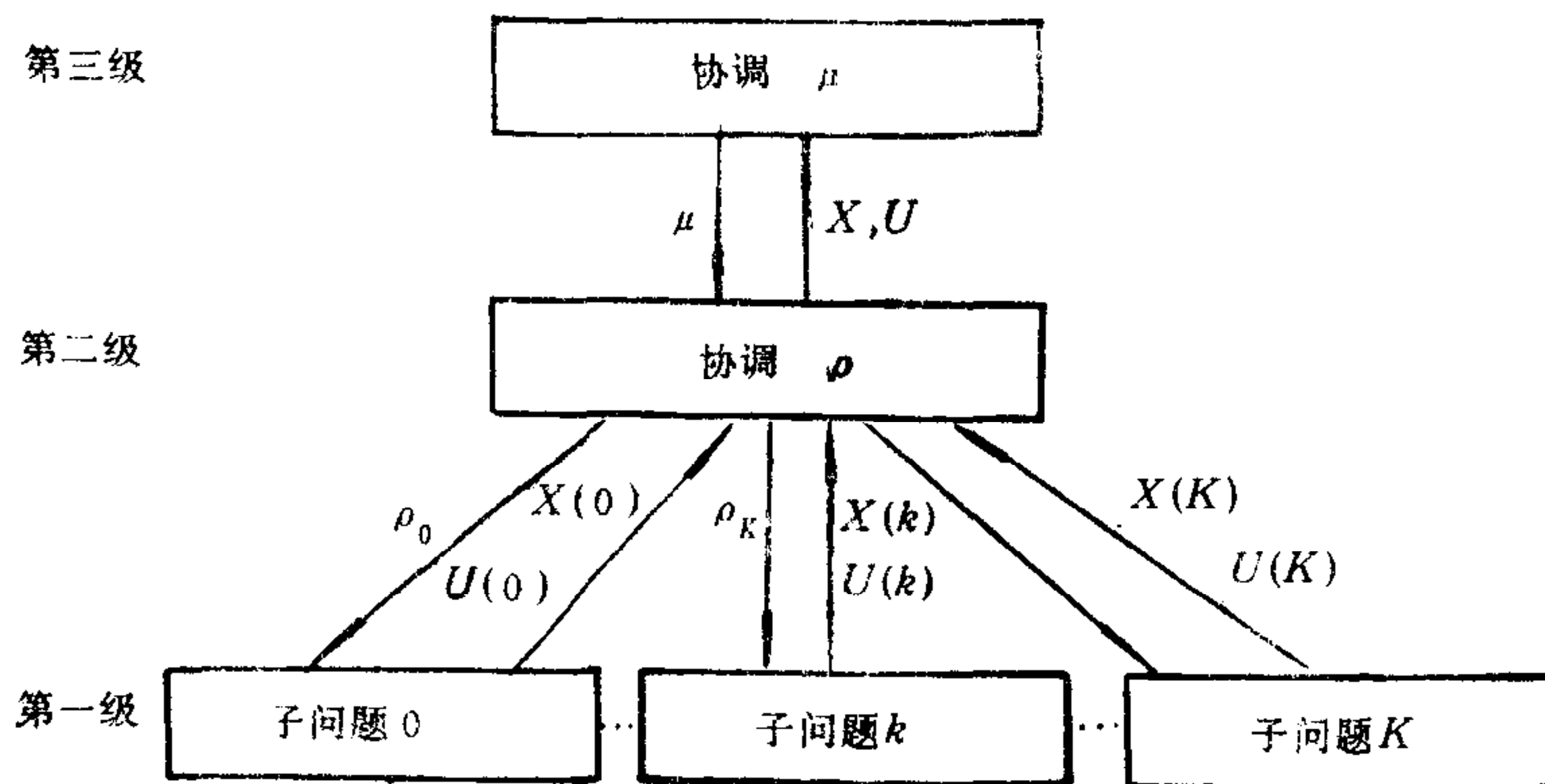


图 3 三级协调算法结构图

第一级。求子问题 k 得 $\mathbf{U}(k)$ 和 $\mathbf{X}(k)$, ($k = 0, 1, \dots, K$), 公式为

$$\mathbf{U}(k) = \bar{\mathbf{U}} - \frac{1}{2} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{Q} [\mathbf{X}(k) - \bar{\mathbf{X}}] - \mathbf{R}^{-1} \rho_k$$

和

$$\mathbf{X}(k+1) = \mathbf{F}(\mathbf{X}(k)) + \mathbf{B}\mathbf{U}(k).$$

第二级。协调 ρ_k , 用公式

$$\mathbf{W}_k = \tilde{\mathbf{F}}_X^T(k+1) \{ \mathbf{W}_{k+1} + \mathbf{Q} [\mathbf{X}(k+2) - \bar{\mathbf{X}}] \} - \frac{1}{2} \mathbf{Q}\mathbf{B} [\mathbf{U}(k+1) - \bar{\mathbf{U}}],$$

$$\mathbf{W}_K = \mathbf{0},$$

$$\mathbf{Z}_k = \tilde{\mathbf{F}}_X^T(k+1) \mathbf{Z}_{k+1} - \left[\mathbf{G}_X^T(\mathbf{X}(k+1)) + \frac{1}{2} \mathbf{Q}\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1} \right] \mu(k+1),$$

$$\mathbf{Z}_K = \mathbf{0},$$

$$\rho_k = \mathbf{B}^T \left\{ \mathbf{W}_k + \mathbf{Q} \left[\mathbf{X}(k+1) - \frac{1}{2} \mathbf{X}(k) - \frac{1}{2} \bar{\mathbf{X}} \right] \right\} + \mathbf{B}^T \mathbf{Z}_k + \mu(k)$$

来计算 ρ_k , 上式中 $\tilde{\mathbf{F}}_X^T(k) = \partial \mathbf{X}^T(k+1) / \partial \mathbf{X}(k)$. 且令 $\rho_k^{(c+\frac{1}{2})} = \rho_k$, 利用公式 $\rho_k^{(c+1)} = \mathbf{Q} \rho_k^{(c+\frac{1}{2})} + (1 - \mathbf{Q}) \rho_k^{(c)}$ 进行协调, 其中 $0 \leq \mathbf{Q} \leq 1$, c 为迭代次数.

第三级. 利用公式 $\mu^{(i+1)}(k) = \max\{0, \mu^{(i)}(k) + khH(\mathbf{X}^{(i)}(k), \mathbf{U}^{(i)}(k))\}$ 协调 $\mu^{(i)}(k)$, i 为迭代次数, kh 为迭代步长.

该算法求解最优控制时只需进行矩阵乘或一些递推运算, 运算量较小. 控制量中包括有实时反馈部分, 提高了控制的实时性.

四、仿 真

将上面的控制方法应用到西安—临潼高速公路的控制中, 对高峰期西安到临潼方向的控制进行仿真.

将西安到临潼方向的高速公路分成 3 段共计 21 节, 且已知高峰期时: $\gamma_1 = 0.0$; $\gamma_2 = 0.47$; $\gamma_3 = 0.322$; $q_0 = 59 \text{ veh/h}$; $d_1 = 2981 \text{ veh/h}$; $d_2 = 210 \text{ veh/h}$; $d_3 = 110 \text{ veh/h}$. 各节长度为 $\Delta_1^1 = 1.16 \text{ km}$; $\Delta_1^2 = \Delta_1^3 = \Delta_1^4 = 1.05 \text{ km}$; $\Delta_1^5 = \Delta_1^6 = 1 \text{ km}$; $\Delta_2^1 = 1.1 \text{ km}$; $\Delta_2^2 = \Delta_2^3 = \Delta_2^4 = \Delta_2^5 = \Delta_2^6 = 1.05 \text{ km}$; $\Delta_2^7 = \Delta_2^8 = 1.0 \text{ km}$; $\Delta_3^1 = 1.15 \text{ km}$; $\Delta_3^2 = \Delta_3^3 = \Delta_3^4 = \Delta_3^5 = \Delta_3^6 = \Delta_3^7 = 1.05 \text{ km}$.

选择 C 级服务水平: $c_1 = c_2 = c_3 = 1550 \text{ veh/h}$. 模型中的参数值见表 1, 并选择 $b_1 = 0.8$, $b_2 = 0.9$, $b_3 = 1.0$, 求解前面的最优化问题可得标称状态和标称控制如下:

表 1 模型中未知参数

| v_j (km/h) | m | ρ_{\max} (veh/km) | l | β (veh/km) | γ (km ² /h) | τ (sec) | T (sec) |
|-----------------|-------|---------------------------|-------|---------------------|----------------------------------|-----------------|--------------|
| 120 | 0.504 | 167 | 0.125 | 30.78 | 11.41 | 101 | 15 |

$$\bar{\rho}_1^j = 32 \text{ veh/km} (j = 1, 2, \dots, 6); \quad \bar{\rho}_2^j = 18 \text{ veh/km} (j = 1, 2, \dots, 8);$$

$$\bar{\rho}_3^j = 12 \text{ veh/km} (j = 1, 2, \dots, 7); \quad \bar{v}_1^j = 47 \text{ km/h} (j = 1, 2, \dots, 6);$$

$$\bar{v}_2^j = 57 \text{ km/h} (j = 1, 2, \dots, 8); \quad \bar{v}_3^j = 62 \text{ km/h} (j = 1, 2, \dots, 7);$$

$$\bar{r}_1 = 1491 \text{ veh/h}; \quad \bar{r}_2 = 210 \text{ veh/h}; \quad \bar{r}_3 = 110 \text{ veh/h}.$$

设 $\mathbf{X}^T = [l_1, \rho_1^1, v_1^1, \rho_1^2, v_1^2, \dots, \rho_3^7, v_3^7]$; $\mathbf{U}^T = [r_1, r_2, r_3]$; $\mathbf{R} = r\mathbf{E}$; $\mathbf{Q} = \text{diag}(Q_l, Q_\rho, Q_v, \dots, Q_\rho, Q_v)$, 取 $r = 0.01$; $Q_l = 0.0$; $Q_\rho = 1.0$, $Q_v = 0.3$. 假设 $k = 0$ 时因外界的影响使第二段第二节的的状态变为 $\rho_2^2(0) = 160 \text{ veh/km}$, $v_2^2(0) = 0.0001 \text{ km/h}$, 其它节的状态仍为标称状态.

对上述情况利用所设计的控制方法进行仿真研究, 只需经过 20 分钟即可完全消除交通拥挤.

五、讨 论

文中提出的控制方法能较好地消除发生意外事件后引起的交通拥挤。在直接控制层中采用的控制算法运算量小,对于上面的仿真,在 Honeywell 计算机上只需 3 分钟左右即可获得相应的控制量。

参 考 文 献

- [1] Isaksen, L. and Payne, H. J. Freeway Traffic Surveillance and Control, Proceedings of the *IEEE*, **61**(1973), 5, 526—536.
- [2] Papageorgiou, M., Multiplayer Control System Design Applied to Freeway Traffic. *IEEE Tran. AC-29*(1984), 6, 482—489.

A STUDY ON THE HIERARCHICAL CONTROL OF XI'AN-LINGTONG FREEWAY

Luo Fangshu

(Education Management Information Centre, The State Education Commission)

Wan Baiwu

(Institute of Systems Engineering, Xi'an Jiaotong University)

Pan Wenmin

(Dept. of Traffic Automatic Control, Xi'an Institute of Highway)

ABSTRACT

This paper presents a study on the control method for Xi'an-Lingtong freeway by using optimal control theory of large scale systems. A three layer hierarchical control method is proposed based on the traffic flow model. A simulation of the freeway system is studied, and the result of the proposed control is satisfactory.

Key words : Optimal control; large scale systems; freeway.