

# 中子相对论唯象光学势与相对论微观光学势

申庆彪 冯大春 阜益忠

(中国原子能科学研究院, 北京 102413)

## 摘要

用计算机自动调参数方法, 通过最佳符合  $^{12}\text{C}$  到  $^{238}\text{U}$  十个核素在入射中子能量  $E_n = 20-1000 \text{ MeV}$  的全截面  $\sigma_{\text{t}}$ , 去弹截面  $\sigma_{\text{non}}$  和弹性散射角分布  $\sigma_{\text{el}}(\theta)$ , 得到了一套普适相对论唯象光学势 (RPOP)。同时, 用基于 Walecka 模型的相对论微观光学势 (RMOP) 分析了同样的数据。通过对两种相对论光学势的比较, 给出了对它们进行改进的方向。

## 一、引言

1979 年 Arnold 和 Clark 首先根据 Dirac 方程建立了核子的相对论光学模型<sup>[1,2]</sup>, 并用它分析中能质子弹性散射的实验数据。然后, 一些人为了符合实验数据利用这种理论对确定的靶核和确定的能量研究了相对论唯象光学势 (RPOP) 的形式和参数<sup>[3-5]</sup>。由于中能质子弹性散射实验数据不断增加, 最近几年有人开始在一段能量范围内对确定靶核研究质子相对论唯象光学势的参数与能量的关系<sup>[6-8]</sup>。由于中能中子实验数据比较少, 因而还很少有人研究中子的相对论唯象光学势, 我们只在参考文献[8]中看到了同时适用于质子和中子的 95—300 MeV 范围内  $^{208}\text{Pb}$  的相对论唯象光学势的势参数。至于质子或中子相对论唯象光学势随不同核素的变化至今还没有看到有人进行研究。

在相对论唯象光学势不断发展的同时, Horowitz 等人根据 Walecka 模型<sup>[9]</sup>, 从包含核子、 $\sigma$  和  $\omega$  介子的有效 Lagrangian 出发, 发展了相对论微观光学势 (RMOP)<sup>[10,11]</sup>, 在核物质中介子-核子的有效耦合常数  $g_\sigma, g_\omega$  由在 Hartree-Fock 近似下符合核物质结合能和饱和性质来确定。最近这种理论已被用来分析 200 MeV 以下的质子弹性散射实验数据<sup>[12]</sup>, 计算结果与实验符合较好。但是, 至今尚未看到有人用相对论微观光学势分析中能中子实验数据。

低能中子核反应的实验和理论已被人们广泛深入地进行了研究。近几年, 由于中能中子实验数据不断积累, 因而对于中能中子核反应的研究也开始受到人们重视<sup>[13]</sup>。特别值得提出的是, Franz 等人 1988 年发表了从 Be 到 U 的 14 个元素, 由 160 MeV 到 575 MeV

的22个能点的中子全截面 $\sigma_t$ 的测量结果<sup>[14]</sup>。中能中子实验数据的不断增加,为我们研究中子相对论光学势提供了实验依据。

本文的目的就是对于从轻核到重核一系列核素,检验相对论微观光学势在 $E_n = 20 - 1000\text{MeV}$ 能区符合实验的程度,并在此基础上,利用系统学方法,调出一套适用于从轻核到重核,中子能量范围为20—1000MeV的中子普适相对论唯象光学势。

## 二、理论公式

自由核子的 Dirac 方程为:

$$(\alpha \cdot p + \gamma^0 M) \phi = E \phi, \quad (1)$$

其中

$$\alpha = \begin{pmatrix} 0 & \sigma \\ \sigma & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma^0 = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix}, \quad (2)$$

$\sigma$ 为泡利矩阵, $M$ 、 $p$ 和 $E$ 分别为核子的质量、动量和能量。在核物质中由介子交换而得到的核子的自能可以写成如下形式<sup>[10]</sup>:

$$\Sigma = \Sigma_0 + \gamma^0 \Sigma_0 + \gamma \cdot k \Sigma_v, \quad (3)$$

考虑了相互作用以后 Dirac 方程可写成:

$$[(1 + \Sigma_v) \alpha \cdot p + \gamma^0 (M + \Sigma_0) + \Sigma_0] \phi = E \phi. \quad (4)$$

若令

$$U_0 = \frac{\Sigma_0 + \Sigma_v E}{1 + \Sigma_v}, \quad U_v = \frac{\Sigma_v - \Sigma_v M}{1 + \Sigma_v}, \quad (5)$$

可把(4)式改写成:

$$[\alpha \cdot p + \gamma^0 (M + U_v) + U_0] \phi = E \phi. \quad (6)$$

其中 $U_0$ 可称为 Lorentz 4矢量势的时间分量, $U_v$ 可称为 Lorentz 标量势。利用消去 Dirac 旋量小分量的办法,并经过一定的变换和近似,对于球形核可以得到入射能量为 $\varepsilon = E - M$ 的核子波函数 $\varphi(r)$ 所满足的 Schrödinger 型的方程<sup>[2,12]</sup>:

$$\left[ \frac{p^2}{2E} + U_{\text{eff}}(r) + V_c(r) + U_{so}(r) \alpha \cdot L \right] \varphi(r) = \frac{E^2 - M^2}{2E} \varphi(r), \quad (7)$$

其中

$$U_{\text{eff}}(r) = U_0 + \frac{1}{2E} [U_v(2M + U_v) - (U_0 + V_c)^2], \quad (8)$$

$$U_{so}(r) = -\frac{1}{2ErD(r)} \frac{dD(r)}{dr}, \quad (9)$$

$$D(r) = E + M + U_v - U_0 - V_c. \quad (10)$$

在(8)式中略掉了贡献小的 Darwin 项。(7)式就是包含中心势 $U_{\text{eff}}(r)$ ,自旋-轨道耦合势 $U_{so}(r)$ 和库伦势 $V_c(r)$ 的相对论光学模型方程,其中 $U_{\text{eff}}(r)$ 和 $U_{so}(r)$ 又分为实部和虚部:

$$U_{\text{eff}}(r) = V_{\text{eff}}(r) + iW_{\text{eff}}(r), \quad (11)$$

$$U_{\text{so}}(r) = V_{\text{so}}(r) + iW_{\text{so}}(r). \quad (12)$$

在相对论微观光学势理论中,首先在核物质中用 Hartree-Fock 的实部代表质量算符的实部<sup>[10]</sup>,用能贡献虚部的最低级的四级图的虚部代表质量算符的虚部<sup>[11]</sup>,并通过定域密度近似来得到有限核的质量算符<sup>[12]</sup>。然后把所得到的质量算符  $\Sigma_1$ ,  $\Sigma_2$  和  $\Sigma_3$  代入(5)式,便可进行相对论光学模型计算。在相对论唯象光学势中,首先对  $U_0$  和  $U_s$  假设一种形式,通过在相对论光学模型计算中符合实验数据来确定相对论唯象光学势的参数。

### 三、中子相对论唯象光学势参数

为了检验相对论微观光学势和研究可适用于从轻核到重核的入射中子能量为 20—1000 MeV 的普适相对论唯象光学势,我们选择了中能中子实验数据比较多的  $^{12}\text{C}$ ,  $^{16}\text{O}$ ,  $^{27}\text{Al}$ ,  $^{56}\text{Fe}$ ,  $^{63}\text{Cu}$ ,  $^{107}\text{Ag}$ ,  $^{181}\text{Ta}$ ,  $^{208}\text{Pb}$ ,  $^{209}\text{Bi}$  和  $^{238}\text{U}$  十个核素,其全截面  $\sigma_{\text{t}}$  的实验数据取自参考文献[13—16],对上述核素其全截面的实验点在 20—1000 MeV 能区大体上可以连起来。在 20—200 MeV 能区对一些核素还查到了少数去弹截面  $\sigma_{\text{n}on}$  的实验数据<sup>[15]</sup>。对于  $^{12}\text{C}$ ,  $^{16}\text{O}$ ,  $^{27}\text{Al}$ ,  $^{56}\text{Fe}$ ,  $^{208}\text{Pb}$  和  $^{209}\text{Bi}$  可在 20—40 MeV 能区查到一些弹性散射角分布实验数据<sup>[17—21]</sup>,此外还查到了  $^{12}\text{C}$  的 96 MeV<sup>[23]</sup> 及  $^{12}\text{C}$ ,  $^{27}\text{Al}$ ,  $^{63}\text{Cu}$  和  $^{208}\text{Pb}$  的 155 MeV<sup>[24]</sup> 小角度的弹性散射角分布实验数据。

首先我们用相对论微观光学势对上述核素在 20—1000 MeV 能区进行了相对论光学模型计算,在计算中选用了  $k_F = 1.42$  未加形状因子的参数<sup>[12]</sup>。然后我们再把 Lorentz 4 矢量势时间分量  $U_0(r)$  和 Lorentz 标量势  $U_s(r)$  取为与能量  $E$ 、质量数  $A$  和电荷数  $Z$  有关的 Woods-Saxon 势形式,采用能促使最佳符合实验数据的计算机自动调参数方法,使由相对论光学模型计算出来的  $\sigma_{\text{t}}$ ,  $\sigma_{\text{n}on}$  和  $\sigma_{\text{el}}(\theta)$  和实验值达到最佳符合。最后我们得到了一套适用于  $A \geq 12$ ,  $E_n = 20—1000 \text{ MeV}$  的中子普适相对论唯象光学势,其形式和参数如下:

$$U_0(r) = V_0 f_0(r) + iW_0 g(r), \quad (13)$$

$$U_s(r) = V_s f_s(r) + iW_s g(r), \quad (14)$$

$$V_0 = 304.08 - 0.1103 E^{0.8451+0.000634A} - 0.0000922 E^{1.968-0.000787A} \quad (15)$$

$$- 2.295\alpha - 5.666\beta, \quad (15)$$

$$V_s = -379.66 - (0.05492 + 0.0000241A)E - 3.637\alpha + 13.328\beta, \quad (16)$$

$$W_0 = -5.090 - (0.2146 + 0.0000464A)E^{0.8945-0.000283A} \\ + 0.00000562\beta E^2 + 23.692\alpha + 1.982\beta, \quad (17)$$

$$W_s = -14.21 + (0.2820 - 0.000395A)E^{0.8934-0.000285A} + 18.895\alpha - 1.189\beta, \quad (18)$$

$$\alpha = \frac{N-Z}{A}, \quad \beta = \left| \frac{A-64}{A+16} \right|^{1.278}, \quad (19)$$

$$f_i(r) = \{1 + \exp[(r - r_i A^{1/3})/a_i]\}^{-1}, \quad i = 0, s \quad (20)$$

$$g(r) = \{1 + \exp[(r - r_w A^{1/3})/a_w]\}^{-1}, \quad (21)$$

$$r_0 = 1.164, r_s = 1.159, r_w = 1.239,$$

$$a_0 = 0.5746, a_s = 0.5923, a_w = 0.4378.$$

#### 四、计算结果和分析

图1(a) 和(b)给出了用 RMOP 和 RPOP 计算的上述 10 个核素的全截面  $\sigma_t$ ，并与

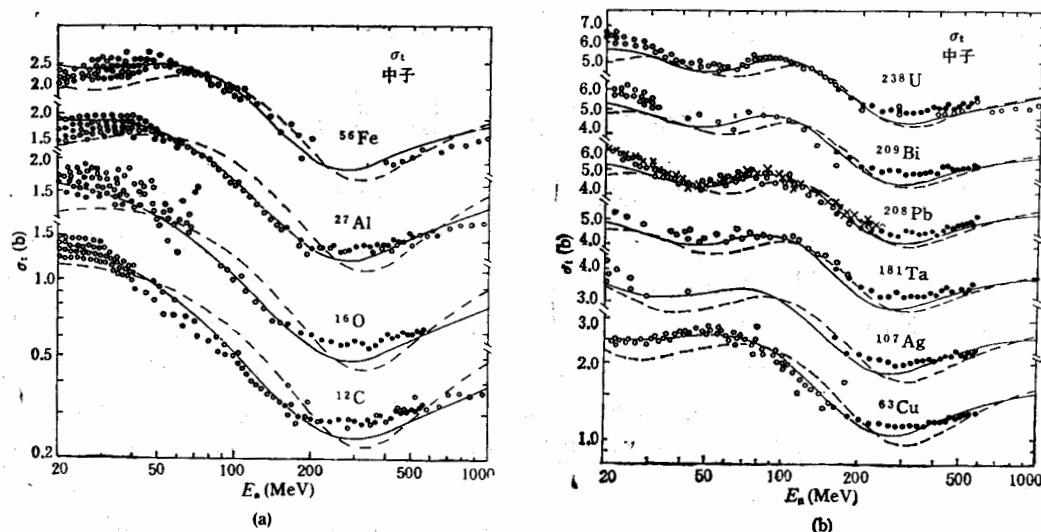


图1 中能中子全截面理论与实验比较

实验数据○取自[13,15]，●取自[14]，×取自[16]，理论曲线——和  
---分别由 RPOP 和 RMOP 计算

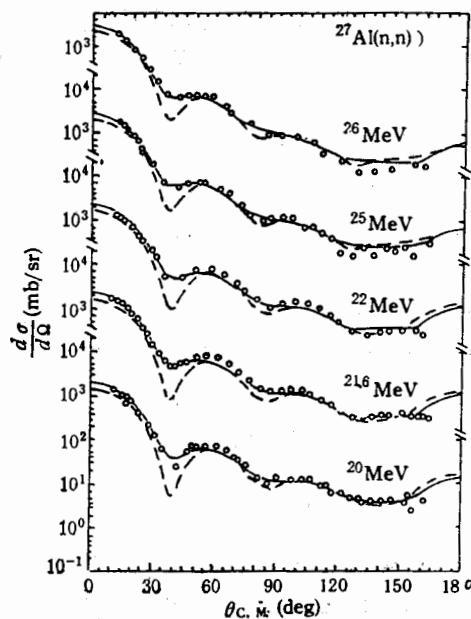


图2  $^{27}\text{Al}$  中子弹性散射角分布理论与实验比较

实验数据○取自[17,19]，理论曲线——和---分别由 RPOP 和 RMOP 计算

实验数据进行了比较。用没有自由参数的 RMOP 所计算的全截面一般来说其数值和走向与实验符合较好, 只有三个轻核  $^{12}\text{C}$ ,  $^{16}\text{O}$  和  $^{27}\text{Al}$  符合实验略差一些。而用 RPOP 所计算的  $\sigma_t$  对上述 10 个核素在 20—1000 MeV 能区都穿过或非常接近实验点分布区域。 $\sigma_{\text{n}n}$  的实验数据比较少, 用 RMOP 和 RPOP 计算的  $\sigma_{\text{n}n}$  和实验值比较也是 RPOP 略好于 RMOP。用 RMOP 和 RPOP 对  $^{12}\text{C}$ ,  $^{16}\text{O}$ ,  $^{27}\text{Al}$ ,  $^{56}\text{Fe}$ ,  $^{208}\text{Pb}$  和  $^{209}\text{Bi}$  在 20—40 MeV 能区所计算的弹性散射角分布与实验数据的比较, 一般来说理论和实验都符合较好(见图 2), 只有用 RMOP 所计算的  $^{208}\text{Pb}$  和  $^{209}\text{Bi}$  两个重核的弹性散射角分布有些低于实验值的深谷。图 3 给出了  $^{12}\text{C}$  的 96 MeV 和  $^{12}\text{C}$ ,  $^{27}\text{Al}$ ,  $^{63}\text{Cu}$  和  $^{208}\text{Pb}$  的 155 MeV 的弹性散射角分布理论值和实验值的比较, 可以看出除去个别实验点以外, 两种势都能较好地符合实验。

我们还比较了 RMOP 和 RPOP 对于  $^{56}\text{Fe}$  在  $r = 0$  点的  $U_0(r)$  和  $U_s(r)$  实部和虚部在  $E_n = 20$ —1000 MeV 范围内的变化曲线, 结果是两种势的  $\text{Re}U_0(0)$  很接近, 在 200 MeV 以下两种势的  $\text{Re}U_s(0)$  也很接近, 而在 200—1000 MeV 范围内两种势逐渐分开。但是对于虚部来说, RMOP 的  $\text{Im}U_0(0)$  和  $\text{Im}U_s(0)$  都随能量变化过快, 而 RPOP 的  $\text{Im}U_0(0)$  和  $\text{Im}U_s(0)$  随能量变化速率明显低于 RMOP, 二者有较大的差别。图 4 给出了两种势对  $^{56}\text{Fe}$  的一些能点所得到的等效中心势实部  $V_{\text{eff}}(r)$  随径向半径  $r$  的变化关系, 可以看出当  $E_n < 500$  MeV 时二者比较接近,

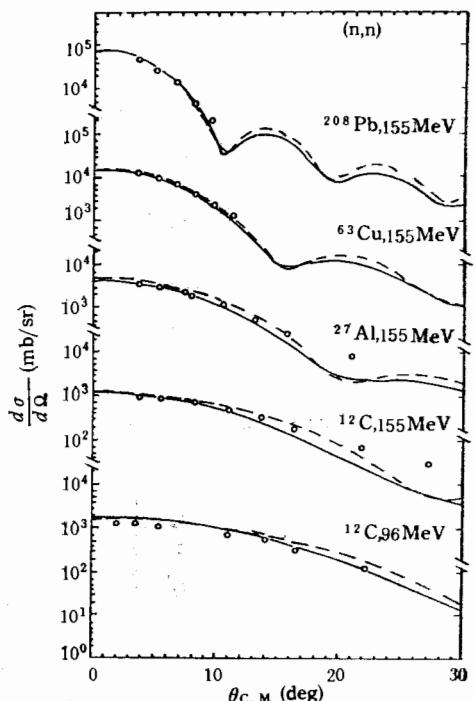


图 3 96 MeV 和 155 MeV 中子弹性散射角分布理论与实验比较

实验数据○取自 [23,24], 理论曲线——和  
---- 分别由 RPOP 和 RMOP 计算

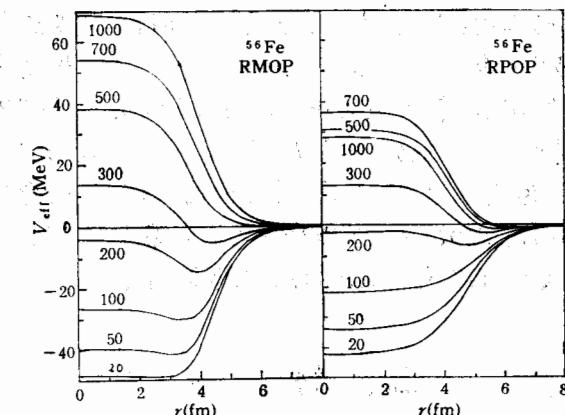


图 4 20—1000 MeV 中子  $^{56}\text{Fe}$  的 Schrödinger 等效势实部的径向关系

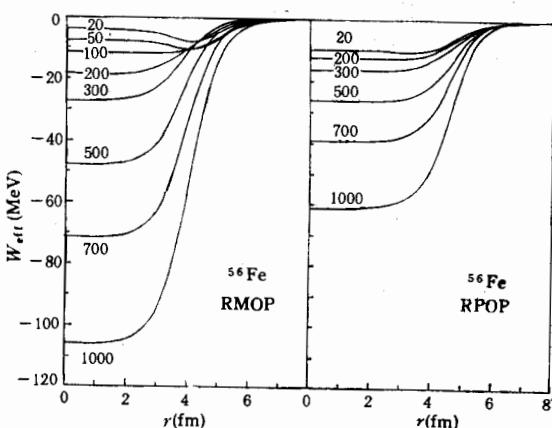


图 5 20—1000 MeV 中子  $^{56}\text{Fe}$  的 Schrödinger 等效势虚部的径向关系

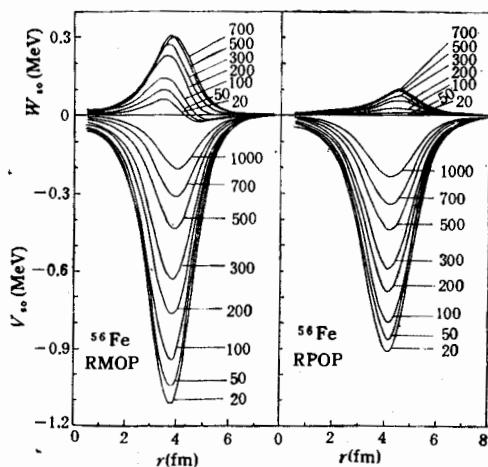


图 6 20—1000 MeV 中子  $^{56}\text{Fe}$  的 Schrödinger 等效自旋-轨道耦合势的径向关系

都有“酒瓶底”现象出现,而当  $E_n > 500\text{ MeV}$  时, RMOP 的  $V_{\text{eff}}(r)$  随能量仍然上升较快,而 RPOP 的  $V_{\text{eff}}(r)$  随能量上升变缓,然后开始下降。图 5 给出了两种势对  $^{56}\text{Fe}$  的一些能点所得到的等效中心势虚部  $W_{\text{eff}}(r)$  随径向半径  $r$  的变化关系,可以看出  $W_{\text{eff}}(r)$  均为负值,而 RMOP 的  $W_{\text{eff}}(r)$  的数值随能量增加大大快于 RPOP。图 6 给出了两种势对  $^{56}\text{Fe}$  一些能点所得到的自旋-轨道耦合势  $V_{\text{so}}(r)$  和  $W_{\text{so}}(r)$  随径向半径  $r$  的变化关系,一般来说  $V_{\text{so}}(r)$  为负值,  $W_{\text{so}}(r)$  为正值,但是  $V_{\text{so}}(r)$  的绝对值随能量增加而减小,而  $W_{\text{so}}(r)$  随能量增加而增大,对于低能来说可以忽略虚部  $W_{\text{so}}(r)$ ,但是对于较高能量来说,  $V_{\text{so}}(r)$  和  $W_{\text{so}}(r)$  的绝对值比较接近,必须同时考虑。

## 五、结 论

从以上理论和实验的比较可以看出,用没有自由参数的相对论微观光学势 RMOP 对

$^{12}\text{C}$  到  $^{238}\text{U}$  的十个核素, 在入射中子能量为 20—1000 MeV 能区, 用相对论光学模型所计算的  $\sigma_t$ ,  $\sigma_{\text{non}}$  和  $\sigma_{\text{el}}(\theta)$  一般来说与实验符合较好, 这是对该理论的一种很好的检验, 说明这种理论具有预言性。而用我们通过计算机自动调参数方法所得到的一套中子相对论唯象光学势, 对上述核素和能区进行的相对论光学模型计算结果表明理论符合实验相当好, 说明这套参数具有很大的使用价值。而且通过对两种势的比较可以看出, 在相对论微观光学势的理论中应想法减缓  $U_0$  和  $U$ , 虚部的数值随能量上升过快的现象。

最后作者感谢马中玉、顾英圻和朱萍所提供的相对论微观光学势程序和所进行的一些有益的讨论。

### 参 考 文 献

- [1] L. G. Arnold and B. C. Clark, *Phys. Lett.*, **84B**(1979), 46.
- [2] L. G. Arnold, B. C. Clark and R. L. Mercer, *Phys. Rev.*, **C19**(1979), 917.
- [3] L. G. Arnold et al., *Phys. Rev.*, **C23**(1981), 1949.
- [4] B. C. Clark et al., *Phys. Lett.*, **122B**(1983), 211.
- [5] A. M. Kobos et al., *Nucl. Phys.*, **A445**(1985), 605.
- [6] E. D. Cooper et al., *Phys. Rev.*, **C36**(1987), 2170.
- [7] E. D. Cooper et al., *Phys. Lett.*, **B206**(1988), 588.
- [8] R. Kozack et al., *Phys. Rev.*, **C39**(1989), 1461.
- [9] B. D. Serot and J. D. Walecka, *Adv. in Nucl. Phys.*, **16**(1985), 1, Plenum Press.
- [10] C. J. Horowitz and B. D. Serot, *Nucl. Phys.*, **A399**(1983), 529.
- [11] C. J. Horowitz, *Nucl. Phys.*, **A412**(1984), 228.
- [12] Ma Zhong-yu, Zhu Ping, Gu Ying-qi and Zhuo Yi-zhong, *Nucl. Phys.*, **A490**(1988), 619.
- [13] S. Pearlstein, Nucl. Data for Science and Technology, Proc. Inter. Conf., 1988, Mito, Japan, p. 1115.
- [14] J. Franz et al., *Nucl. Phys.*, **A490**(1988), 667.
- [15] V. McLANE et al., Neutron Cross Sections, BNL-325, Vol. 2, Academic Press, 1988.
- [16] R. L. Schutt et al., *Phys. Lett.*, **B203**(1988), 22.
- [17] J. S. Petler et al., *Phys. Rev.*, **C32**(1985), 673.
- [18] J. P. Delaroche et al., *Phys. Rev.*, **C33**(1986), 1826.
- [19] N. Olsson et al., Nucl. Data for Basic and Applied Science, Proc. Inter. Conf., Santa Fe, New Mexico, USA, 1985, p. 963.
- [20] S. Mellema et al., *Phys. Rev.*, **C28**(1983), 2267.
- [21] C. H. Johnson et al., *Phys. Rev.*, **C36**(1987), 2252.
- [22] R. L. Walter et al., Nucl. Data for Basic and Applied Science, Proc. Inter. Conf., Santa Fe, New Mexico, USA, 1985, p. 1079.
- [23] G. L. Salmon, *Nucl. Phys.*, **21**(1960), 15.
- [24] R. S. Harding, *Phys. Rev.*, **111**(1958), 1164.

## Neutron Relativistic Phenomenological and Microscopic Optical Potentials

SHEN QINGBIAO FENG DACHUN ZHUO YIZHONG

(Institute of Atomic Energy, Beijing 102413)

### ABSTRACT

The experimental data of the neutron total cross section  $\sigma_t$ , nonelastic cross section  $\sigma_{n\alpha}$  and elastic scattering angular distribution  $\sigma_{el}(\theta)$  for ten target nuclei ranging from  $^{12}\text{C}$  to  $^{238}\text{U}$  with incident energies  $E_n=20-1000 \text{ MeV}$  were used to optimize the relativistic phenomenological optical potential (RPOP) through automatic search of the best parameters by computer. In addition, a relativistic microscopic optical potential (RMOP) based on Walecka model were also used to analyze the same data and compare with the RPOP.

Through comparison between these two kinds of relativistic optical potential hints in improving both the RMOP and RPOP is indicated.