

186 kA 大型预焙阳极铝电解槽磁场的三维数值计算*

孙 阳 冯乃祥 崔建忠

(东北大学材料与冶金学院, 沈阳 110006)

摘 要 应用表面磁荷法对 186 kA 大型预焙阳极铝电解槽的磁场进行了三维数值计算. 通过计算结果与实际测量结果的比较, 可以得出, 应用表面磁荷法对铝电解槽磁场进行计算所得的结果是较为精确的, 且计算结果比较接近铝电解槽的实际磁场. 应用本计算软件对铝电解槽磁场进行三维计算可以满足铝电解槽母线设计的要求.

关键词 铝电解槽, 磁场, 表面磁荷法, 数值计算

中图分类号 O242, TF111.52

文献标识码 A

文章编号 0412-1961(2001)03-0332-05

TRIDIMENSIONAL NUMERICAL CALCULATION OF MAGNETIC FIELD IN A 186 kA LARGE PREBAKE ANODE ALUMINIUM REDUCTION CELL

SUN Yang, FENG Naixiang, CUI Jianzhong

Academy of Materials and Metallurgy, Northeastern University, Shenyang 110006

Correspondent: FENG Naixiang, professor, Tel: (024)23914881

Manuscript received 2000-07-28, in revised form 2000-11-28

ABSTRACT The surface line-charge method was firstly used to calculate the magnetic field distribution in a 186 kA large prebake anode aluminum reduction cell. By the comparison between calculating results and measuring results, it is shown that the results calculated by applying surface line-charge method is comparatively precise and near to the practical magnetic field. The software developed by the present authors can be used to calculate the tridimensional magnetic field in aluminum reduction cell, which can meet the need of designing aluminum reduction cells' bus-bar.

KEY WORDS aluminum reduction cell, magnetic field, surface line-charge method, numerical calculation

当今的铝电解工业正在向槽容量大型化发展, 铝电解槽上通过的电流会产生强大的磁场. 磁场分布的好坏对铝电解槽的生产操作和电流效率有着很大的影响^[1,2], 这使得对铝电解槽磁场的计算研究愈显重要. 国内外铝冶金工作者对铝电解槽磁场的计算已做了大量工作, 但是现有的电解槽磁场的计算方法仍不够完善, 还存在一些不足, 尤其是在计算铁磁材料对磁场的影响方面, 这使得计算结果与电解槽的实际测量结果存在较大差别, 不能完全满足电解槽母线设计的要求. 因此, 人们一直在不断地努力完善电解槽磁场的计算方法, 以便在设计铝电解槽时, 尽可能精确地计算出铝电解槽的磁场分布, 并通过优化母线配置, 使磁场的不良影响降到最低.

铝电解槽的磁场可以分为三部分: (1) 母线电流产生的磁场. (2) 阴极碳块、阳极碳块及熔体中电流产生的

磁场. (3) 铁磁材料被磁化后产生的磁场. 铝电解槽的磁场是上述三部分磁场迭加而成的. 在铝电解槽磁场的计算中, 对第 (1)、(2) 部分磁场的计算, 人们已经取得共识, 即用 Biot-Savart 定律的线积分和体积分进行计算^[3-6]. 而对第 (3) 部分磁场的计算, 人们运用了不同的计算方法, 得到的结果也有很大差异.

磁衰减系数法是由 Robl^[7] 提出的, 早期被国内外许多学者所采用. 但由于其方法本身含有近似的假设, 即认为钢壳的厚度和长度是无限的, 而实际情况并非如此, 所以用该方法计算铝电解槽的磁场会产生较大的偏差. 有限元素法^[8,9] 是计算磁场的一种比较好的方法, 且计算精度较高. 但对于象铝电解槽磁场这类开域问题, 由于边界条件处理比较困难, 使用有限元素法计算的结果误差较大. 有时在某个边界点上, 第一、二类边界条件重叠, 解的误差更大. 边界元素法^[10] 特别适用于求解开域问题, 它不用对整个场域而只需对场域的边界进行离散化处理. 边界元素法有许多种类, 其中应用磁化强度积分方法^[11] 计

* 收到初稿日期: 2000-07-28, 收到修改稿日期: 2000-11-28

作者简介: 孙 阳, 男, 1970 年生, 博士生

算的结果较为精确,但其主要缺点是未知数数目太多,计算量极大.采用磁标位积分方程可大大减少未知数的个数,用该方法计算磁场时,铁磁材料内部的磁位值是合理的,但在靠近表面处,磁位值存在激烈的脉振.为了克服磁标位方程法的缺点,可采用双标量位法^[10].这一方法在铁磁材料以外的区域(通常有电流存在)仍采用简化标量位法,而在铁磁材料内部则使用全标量位法,这势必又会增加未知数的个数,同时也增加了计算量.而且必须注意的是,这时在上述两种区域的交界处必须保证方程解的一致性.Sele^[12]提出的磁偶极子法的应用也受到铝电解槽槽边界形状复杂的限制,同时要解决磁偶极子如何划分和磁偶极子的大小、方向如何确定的问题,因此计算精度也受到影

响.本文首次采用表面磁荷法对铝电解槽的磁场进行了三维计算,并取得了满意的结果.表面磁荷法属于边界元素法的一种,它把场域的边界进行离散化处理,将场的区域分布问题转化成了边界问题,即先求出场的边值,然后由它们求取场域内的值.此方法特别适用于求解铝电解槽磁场这类开域问题,也适用于几何形状复杂的场域的边界问题的求解.

1 计算方法

当存在铁磁材料时,空间任一点的磁场强度 \vec{H} 可以用电流源产生的磁场强度 \vec{H}_c 和感应的磁化源,即被磁化的铁磁材料所产生的磁场强度 \vec{H}_m 之和来表示

$$\vec{H} = \vec{H}_c + \vec{H}_m \quad (1)$$

由 Biot-Savart 定律

$$\vec{H} = \frac{1}{4\pi} \int_V \int \int \frac{\vec{J} \times \vec{r}}{r^3} dV \quad (2)$$

可得

$$\vec{H}_m = \frac{1}{4\pi} \int_{V'} \int \int (\nabla \times \vec{M}) \times \nabla' \frac{1}{r} dV' \quad (3)$$

式(2)中, \vec{J} 是电流密度, \vec{r} 是位置矢量,其数值为

$$r = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2} \quad (4)$$

式(3)中, \vec{M} 是磁化强度.式(4)中, $((x', y', z'), x, y, z)$ 分别是源点坐标和场点坐标.式(3)由向量运算可得

$$\vec{H}_m = -\frac{1}{4\pi} \nabla \int_{V'} \int \int (\vec{M} \cdot \nabla' \frac{1}{r}) dV' \quad (5)$$

因此磁位

$$\begin{aligned} U_m &= \frac{1}{4\pi} \int_{V'} \int \int (\vec{M} \cdot \nabla' \frac{1}{r}) dV' \\ &= \frac{1}{4\pi} \int_{s'} \int \frac{\sigma_m}{r} ds' + \frac{1}{4\pi} \int_{V'} \int \int \frac{\rho_m}{r} dV' \quad (6) \end{aligned}$$

式(6)中, σ_m 为面磁荷密度, ρ_m 为体磁荷密度.在均匀的铁磁材料中, ρ_m 为零,所以

$$U_m = \frac{1}{4\pi} \int_{s'} \int \frac{\sigma_m ds'}{r}$$

为了计算表面磁荷密度 σ_m , 将铁磁材料的表面离散为 N 个小面元 $\Delta S'_i, i = 1, 2, \dots, N$, 则对每一小面元的中心点,可写出

$$\vec{H}_i = \vec{H}_{ci} - \frac{1}{4\pi} \sum_{j=1}^n \sigma_{mj} \int_{\Delta S'_j} \int \nabla \left(\frac{1}{r} \right) ds' \quad (7)$$

式(7)中由传导电流产生的磁场 \vec{H}_c , 可由 Biot-Savart 定律解出.上式两端都与面积 ΔS_i 的法向单位向量 \vec{n}_0 点积, 则得法向分量的关系式

$$H_{in} = H_{cin} - \frac{1}{4\pi} \sum_{j=1}^N \sigma_{mj} \int_{\Delta S'_j} \int \vec{n}_0 \cdot \nabla \left(\frac{1}{r} \right) ds' \quad (8)$$

由于电流源产生的磁场强度和其他面元的面磁荷在第 i 单元所产生的法向磁场强度在交界面两侧都连续.且第 i 单元自身面磁荷所产生的磁场在交界面两侧大小相等、方向相反,由式(8)可得

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{\chi} + \frac{1}{2} \right) \sigma_{mi} + \sum_{j=1, j \neq i}^N \frac{\sigma_{mj}}{4\pi} \int_{\Delta S'_j} \int \vec{n}_{i0} \cdot \nabla \left(\frac{1}{r} \right) ds' \\ = H_{cin} \quad (9) \end{aligned}$$

式(9)中 χ 为磁化系数, H_{cin} 为电流源在第 i 单元所产生的法向磁场强度.式(9)写成矩阵形式为

$$[C_{ij}] \{ \sigma_{mj} \} = \{ H_{cin} \} \quad (10)$$

求解式(10), 解得表面磁荷密度 σ_{mj} , 再代入式(7), 便可计算出空间任一点的磁场强度了.

2 计算步骤

用表面磁荷法计算铝电解槽内磁场分布的步骤如下:

(1) 数据准备: 选定坐标原点, 把铁磁材料表面划分成 N 个小单元, 并给出每个小单元 i 中心点的坐标. 确定导体的结构参数、坐标位置及电流大小, 选择要计算的场点, 并给出场点 p 的坐标位置.

(2) 输入原始数据.

(3) 计算传导电流在每个小单元 i 中心点处产生的磁场强度 \vec{H}_{ci} , 并由铁磁材料的 $B-H$ 曲线确定该点的磁化系数 χ_i .

(4) 计算系数矩阵 $[C_{ij}]$ 和传导电流在每个小单元外法线方向上产生的磁场强度 H_{cin} .

(5) 求解方程组 (10), 解得每个小单元的表面磁荷 $\sigma_{mj}, j = 1, 2, \dots, N$.

(6) 由 σ_{mj} 求出铁磁材料在每个小单元中心点产生的磁场强度 \vec{H}_{mj} , 并计算出小单元中心点处的总磁场强度: $\vec{H}_i = \vec{H}_{ci} + \vec{H}_{mj}$. 由 \vec{H}_i 及铁磁材料的 $B-H$ 曲线确定该点的新磁化系数 λ_i , 再返回到第四步, 直到 \vec{H}_i 的变化小于给定的误差则终止循环, 并最终确定 σ_{mj} .

(7) 由第六步确定的 σ_{mj} 可以计算出铁磁材料在场点 p 处产生的磁场强度 \vec{H}_{mp} , 再计算出传导电流在 p 点处产生的磁场强度 \vec{H}_{cp} , 并最终求出场点 p 处的磁场强度 $\vec{H}_p = \vec{H}_{cp} + \vec{H}_{mp}$.

3 计算软件的验证

根据表面磁荷法计算磁场的原理和步骤, 编制了铝电解槽磁场的三维计算软件. 为了验证该计算软件的正确性和可靠性, 对贵州铝厂 160 kA 大型预焙阳极铝电解槽的磁场进行了计算和测量. 该电解槽的槽壳长为 9.824 m, 宽为 4.374 m, 高为 1.360 m, 母线配置为左右对称分布, 计算时将坐标原点选定在槽壳的右上角, 如图 1 所示, 图中箭头方向为导体内电流方向. 测量磁场的仪器采用美国 BELL 公司生产的 SERIES9950 GAUSS/TESLA METER. 并将计算结果与测量结果进行了比较, 见表 1.

由表 1 中测量结果与计算结果的比较, 可以看出, 应用本计算软件计算出的铝电解槽的磁场分布, 由于考虑了铁磁材料的影响, 所以, 计算值与测量值比较接近. 在电

解槽的端部, 测量值与计算值相差相对较大, 在电解槽中部区域的测量点, 其测量值与计算值很接近, 如 4, 5, 13 和 14 号. 总的来说, 本计算结果与实际测量结果的误差较小, 比较接近电解槽的实际磁场, 因此, 可以认为本磁场计算软件是先进的, 计算结果是令人满意的, 可以应用本计算软件对铝电解槽的磁场进行三维数值计算.

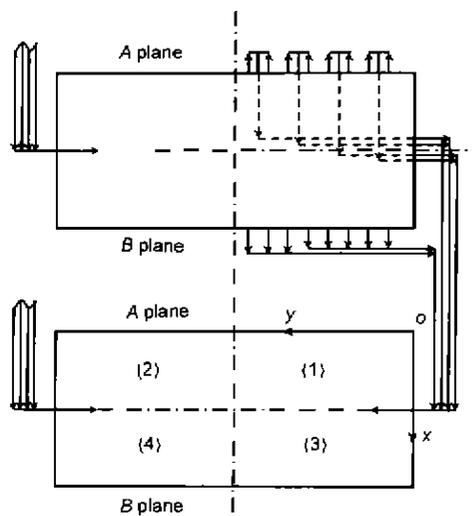


图 1 160 kA 大型预焙阳极铝电解槽母线配置示意图

Fig.1 General view of bus bar configuration of 160 kA pre-bake anode aluminum reduction cells

表 1 测量点位置坐标和磁场测量与计算的结果

Table 1 Coordinates of measured points, measured and calculated magnetic induction

No.	Coordinate, m			Measured magnetic induction, 10^{-4} T			Calculated magnetic induction, 10^{-4} T		
	X	Y	Z	B_x	B_y	B_z	B_x	B_y	B_z
1	0.679	0.600	0.965	-33.34	126.15	-62.56	-29.69	134.12	-68.40
2	1.059	0.600	0.965	-37.82	112.91	-59.34	-34.05	118.69	-57.13
3	2.449	0.600	0.965	-48.52	63.22	-33.80	-44.97	69.69	-29.73
4	3.849	0.625	0.965	-39.41	31.10	-10.16	-41.14	29.21	-8.97
5	5.239	0.600	0.965	-33.50	-5.04	2.14	-34.29	-3.42	1.16
6	6.629	0.630	0.965	-56.74	-51.33	-1.03	-53.86	-49.18	-0.20
7	8.049	0.615	0.965	-46.42	-97.67	39.32	-43.19	-106.44	38.58
8	8.754	0.630	0.965	-44.05	-135.37	43.01	-38.66	-139.78	46.82
9	9.134	0.630	0.965	-37.74	-147.87	49.68	-31.78	-156.47	57.23
10	0.664	3.754	0.965	40.75	95.51	21.12	46.75	103.95	27.62
11	1.044	3.754	0.965	68.31	92.97	21.46	61.62	97.82	18.87
12	2.454	3.734	0.965	64.20	69.91	13.06	62.39	66.77	11.60
13	3.834	3.734	0.965	67.07	31.34	14.09	66.19	31.58	14.79
14	5.264	3.714	0.965	68.41	-11.28	7.19	68.98	-9.34	8.88
15	6.659	3.724	0.965	91.82	-61.91	4.03	100.56	-57.61	1.95
16	8.059	3.724	0.965	75.38	-108.29	-16.96	77.63	-107.66	-18.79
17	8.769	3.724	0.965	72.38	-114.69	-15.11	67.16	-120.53	-13.72
18	9.149	3.724	0.965	59.41	-118.94	-12.32	52.97	-125.02	-11.92

4 贵州铝厂 186kA 大型预焙阳极铝电解槽磁场的计算

应用本计算软件,对贵州铝厂 186 kA 大型预焙阳极铝电解槽内的三维磁场分布进行了计算.该电解槽的槽壳长为 10.942 m,宽为 4.174 m,高为 1.384 m,母线配置为左右对称分布.与图 1 相仿,计算时将坐标原点选定在槽壳的右上角,并将电解槽划分为四个区域.计算时考虑了铁磁物质和相邻电解槽的影响,计算了铝液高度为 9 cm 处的磁场分布.

4.1 计算结果

在考虑铁磁物质和相邻电解槽影响的情况下,应用计算软件对贵州铝厂 186 kA 大型预焙阳极铝电解槽的磁场分布进行了计算,并将计算结果绘制成图形.图 2 是铝电解槽磁场在 x 方向上的磁感应强度 B_x 的分布;图 3 是铝电解槽磁场在 y 方向上的磁感应强度 B_y 的分布;图 4 是铝电解槽磁场在 z 方向上的磁感应强度 B_z 的分布;图 5 是铝电解槽磁场的总磁感应强度 B 的分布,即 B_x 、 B_y 和 B_z 的矢量和.计算结果如下

$$|B_x|_{\max} = 165.863 \times 10^{-4} \text{T}, |B_x|_{\text{ave}} = 64.3844 \times 10^{-4} \text{T}$$

$$|B_y|_{\max} = 34.7683 \times 10^{-4} \text{T}, |B_y|_{\text{ave}} = 11.4113 \times 10^{-4} \text{T}$$

$$|B_z|_{\max} = 34.1931 \times 10^{-4} \text{T}, |B_z|_{\text{ave}} = 6.4894 \times 10^{-4} \text{T}$$

$$|B_z|_{\text{ave1}} = 5.6871 \times 10^{-4} \text{T}, |B_z|_{\text{ave2}} = 5.6871 \times 10^{-4} \text{T}$$

$$|B_z|_{\text{ave3}} = 7.2917 \times 10^{-4} \text{T}, |B_z|_{\text{ave4}} = 7.2917 \times 10^{-4} \text{T}$$

$|B_x|_{\max}$ 、 $|B_y|_{\max}$ 和 $|B_z|_{\max}$ 分别为 x 、 y 和 z 方向上的最大磁感应强度; $|B_x|_{\text{ave}}$ 、 $|B_y|_{\text{ave}}$ 和 $|B_z|_{\text{ave}}$ 分别为 x 、 y 和 z 方向上的平均磁感应强度; $|B_z|_{\text{ave1}}$ 、 $|B_z|_{\text{ave2}}$ 、 $|B_z|_{\text{ave3}}$ 和 $|B_z|_{\text{ave4}}$ 分别为 z 方向在 (1)、(2)、(3) 和 (4) 区域(见图 1)的平均磁感应强度.

4.2 计算结果分析

(1) 由图 2 可以看出, x 方向上的磁感应强度呈左

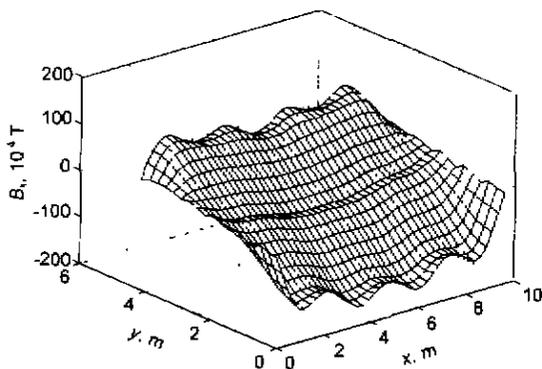


图 2 x 方向上的磁感应强度 B_x 的分布
Fig.2 Distribution of magnetic flux density in x direction

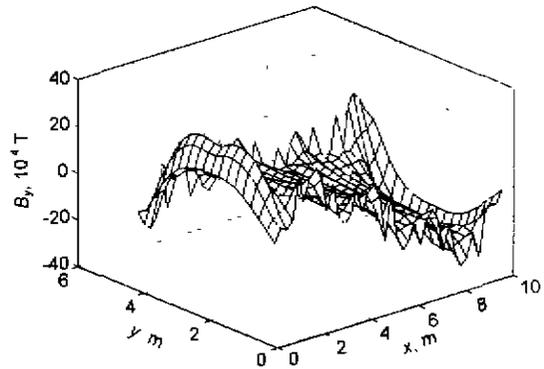


图 3 y 方向上的磁感应强度 B_y 的分布
Fig.3 Distribution of magnetic flux density in y direction

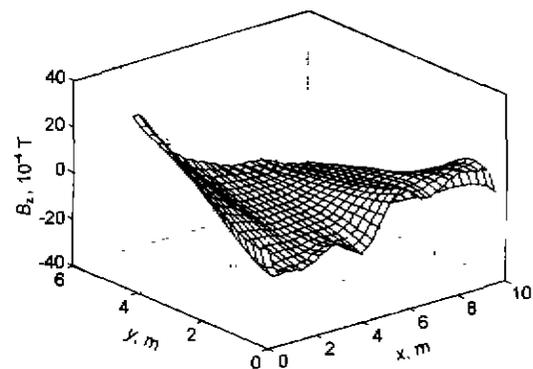


图 4 z 方向上的磁感应强度 B_z 的分布
Fig.4 Distribution of magnetic flux density in z direction

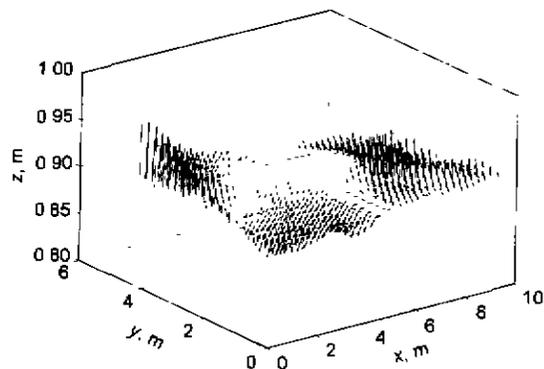


图 5 磁感应强度 B 的分布
Fig.5 Distribution of magnetic flux density B

右对称分布,从 A 面到 B 面(见图 1)变化幅度很大,极值出现在大面(A 面和 B 面)靠近槽壳处.

(2) 由图 3 可以看出, y 方向上的磁感应强度呈左右反对称分布,极值出现在电解槽的四个角部.

(3) 由图 4 可以看出, z 方向上的磁感应强度也呈左右反对称分布, 极值出现在电解槽的四个角部, 且靠近电解槽出电侧 (B 面) 的角部具有更大的极值.

(4) 由图 5 可以看出总的磁场分布, 中心部分的磁场分布较为均匀, 且值较小, 在四个角部磁感应强度变大, 且靠近电解槽出电侧 (B 面) 的角部具有更大的极值.

(5) 由计算得到各四分之一区域 z 方向的平均磁感应强度分别为: $|B_z|_{ave1} = 5.6871 \times 10^{-4} \text{T}$, $|B_z|_{ave2} = 5.6871 \times 10^{-4} \text{T}$, $|B_z|_{ave3} = 7.2917 \times 10^{-4} \text{T}$, $|B_z|_{ave4} = 7.2917 \times 10^{-4} \text{T}$, 可以看出, (1)、(2)、(3) 和 (4) 四个区域 z 方向的平均磁感应强度值比较接近, 说明 z 方向的磁场分布较为均匀.

5 结论

(1) 首次应用表面磁荷法对铝电解槽的磁场进行了三维计算. 通过计算结果与实际测量结果比较, 可以看出, 应用本计算软件对铝电解槽磁场进行计算所得的结果是较为精确的, 比较接近于铝电解槽的实际磁场. 应用本软件对铝电解槽磁场进行计算可满足铝电解槽母线设计的要求.

(2) 对贵州铝厂 186 kA 大型预焙阳极铝电解槽磁场的计算结果表明, 在该电解槽的大面靠近槽壳处, 存在着很大的 x 方向的磁场, 且 x 方向的磁场的平均值也很大. 在电解槽的四个角部, 存在着 y 方向和 z 方向磁场的极

值. 总体来说, 该电解槽磁场分布较为均匀, y 方向和 z 方向磁场的变化幅度相对较小. 只是 x 方向的磁场很大. 可通过对母线的位置和方向以及进电比做一些调整, 来改善电解槽的磁场分布, 使磁场分布更加均匀, 达到提高电流效率的目的.

参考文献

- [1] Grjotheim K, Kvande H, Qiu Z X. *Light Met*, 1995; (11): 23
(Grjotheim K, Kvande H, 邱 贤. 轻金属, 1995: (11). 23)
- [2] Grjotheim K, Kvande H. *Understanding the Hall-Heroult Process for Production of Aluminum*, Dusseldorf: Aluminum-Verlag Press, 1986: 26
- [3] Furman A. *Nonferrous Processes*, 1979; 2: 215
- [4] Urata N, Arita Y, Ikeuchi H. *Light Met*, 1975; 1: 233
- [5] Tarapore E D. *Light Met*, 1979; 1: 541
- [6] Evans J W, Zundelevich Y, Sharma D. *Metall Trans*, 1981, 12B: 353
- [7] Robl R F. *Light Met*, 1978; 1: 1
- [8] Donald P, Ziegler, Robert L, Kozarek. *Light Met*, 1991: 381
- [9] Sief I, Meregalli A. *Light Met*, 1977; 1: 35
- [10] Chu X W, Xie Z X. *Numeric Analysis of Electromagnetic Field and Electric Ion Optics System*, Hangzhou: Zhejiang University Press, 1991: 214
- [11] Segatz M, Vogelsang D. *Light Met*, 1991: 393
- [12] Th. Sele. *Light Met*, 1973: 119