

# 二维非静力平衡深厚湿倾斜对流数值模式 设计与条件性对称不稳定数值试验\*

宋晓亮 陆汉城

(解放军理工大学气象学院, 南京 211101)

**摘要** 设计了一个宜于研究深厚湿倾斜对流运动的二维非弹性非静力平衡数值模式。模式采用非静力平衡条件、非常值湍流扩散系数,并具有最优协调分辨率,弥补了以往条件性对称不稳定数值研究中的诸多缺陷。数值试验表明:模式运行稳定可信且对深厚湿倾斜对流运动有较强的描述能力。在条件性对称不稳定条件下,扰动发展呈现为强倾斜环流特征,垂直速度场有狭窄的强倾斜上升运动,与倾斜上升运动相伴有倾斜云带发展。诊断分析表明:在扰动发展演化过程中,条件性对称不稳定演化为一种混合不稳定的形式存在。

**关键词:** 数值模式; 条件性对称不稳定; 数值试验

## 1 引言

对称不稳定作为一种纯中尺度不稳定,具有许多与雨带观测相一致的特征。诊断分析表明它可作为锋面雨带、雪暴、雷暴及飑线等多种天气的可能形成机制,因此被认为是中尺度动力学中一个有希望的突破点。由于干大气对称不稳定判据很难在100 km尺度上得到满足,湿大气条件性对称不稳定逐渐成为人们研究的重点。Bennetts和Hoskins<sup>[1]</sup>(以下简称BH79)首先应用含凝结加热函数的数值模式,研究了非线性条件性对称不稳定问题,得到了运动的倾斜环流特征。这之后,Saitoh和Tanaka<sup>[2]</sup>(以下简称ST87),Persson和Warner<sup>[3-5]</sup>(以下简称PW91、PW93、PW95),Innocentini和Caetano<sup>[6]</sup>(以下简称IC92)又陆续对该问题做了一系列研究,这大大增进了我们对于对称不稳定问题的认识与理解。但以上工作中大多采用了静力平衡近似(PW91、IC92、PW93、PW95)。研究表明<sup>[7]</sup>:静力平衡模式会产生虚假的高频重力惯性波,夸大能量传播速度,并部分歪曲低频惯性波的结构,这对于中小尺度系统的模拟是极为不利的。另外,静力平衡近似无力描述对流运动,并限制了模式对于物理问题细微结构的描述能力(静力平衡模式水平分辨率下限为10 km)。此外PW模式中未包含云、雨等微物理过程,这在一定程度上限制了其模拟能力。尽管ST87采用了包含暖云过程的非静力平衡模式,但其模式却采用了极不协调的网格分辨率(PW91)及常值湍流扩散系数,这对于正确描述条件性对称不稳定的非线性演变是极为不利的(PW93)。实际大气对称不稳定问题的进一步深入研究,需要以一个完善合理的数值模式作为基础。为此,本文设计了一个适于研究深厚湿倾斜对流运动的二维非静力平衡数

1999-11-10收到,2000-04-10收到修改稿

\* 国家自然科学基金资助项目 49875009

值模式, 并利用所设计模式对条件性对称不稳定问题做了初步数值试验。

## 2 模式设计

### 2.1 模式方程组

在大气中, 声波作为一种“气象噪音”并无重要气象意义。因此研究中通常采用非弹性(滤声波)模式, 以减少计算量并突出所研究问题的物理本质。在非弹性模型中, 使用得最广泛的是 Ogura 和 Phillips<sup>[8]</sup>由尺度分析得到的不可压缩模型和滞弹性模型。然而除非是干绝热过程, 否则其尺度分析基本假定将不能满足, 故此模型不能满足深厚湿对流过程以及重力波传播过程研究的需要<sup>[9]</sup>。为此, 有些学者<sup>[10,11]</sup>提出了改进模型, 但这些模型牺牲了方程组总能量守恒的性质。这之后, Lipps 和 Hemler<sup>[12]</sup>、Durrant<sup>[13]</sup>分别提出了既适于研究深厚湿对流过程, 又能保持总能量守恒性质的非弹性模型。由于 Lipps 模型较 Durrant 模型易于求解且针对本文所研究问题的典型二维特征, 文中采用如下 Lipps 非弹性方程组:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} - fv = -c_p \frac{\partial[\theta_s(z)\hat{\pi}]}{\partial x} + Du, \\ \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} + fu = -c_p \frac{\partial[\theta_s(z)\hat{\pi}]}{\partial y} + Dv, \\ \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -c_p \frac{\partial[\theta_s(z)\hat{\pi}]}{\partial z} + g \left[ \frac{\hat{\theta}}{\theta_s(z)} + 0.61q_v - q_c - q_r \right] \\ \quad + Dw, \\ \frac{\partial[\rho_s(z)u]}{\partial x} + \frac{\partial[\rho_s(z)v]}{\partial y} + \frac{\partial[\rho_s(z)w]}{\partial z} = 0, \\ \frac{\partial \hat{\theta}}{\partial t} + u \frac{\partial \hat{\theta}}{\partial x} + v \frac{\partial \hat{\theta}}{\partial y} + w \frac{\partial \hat{\theta}}{\partial z} + w \frac{\partial \theta_s(z)}{\partial z} = -\frac{L}{c_p \pi_s(z)} (\Delta + E_r) + D\theta, \\ \frac{\partial q_v}{\partial t} + u \frac{\partial q_v}{\partial x} + v \frac{\partial q_v}{\partial y} + w \frac{\partial q_v}{\partial z} = \Delta + E_r + Dq_v, \\ \frac{\partial q_c}{\partial t} + u \frac{\partial q_c}{\partial x} + v \frac{\partial q_c}{\partial y} + w \frac{\partial q_c}{\partial z} = -\Delta - A_r - C_r + Dq_c, \\ \frac{\partial q_r}{\partial t} + u \frac{\partial q_r}{\partial x} + v \frac{\partial q_r}{\partial y} + w \frac{\partial q_r}{\partial z} = \frac{1}{\rho_s(z)} \frac{\partial[\rho_s(z)V_T q_r]}{\partial z} - E_r + A_r + C_r + Dq_r, \end{array} \right. \quad (1)$$

其中 $\theta_s(z)$ 、 $\pi_s(z)$ 、 $\rho_s(z)$ 分别表示静止干大气中位温、无量纲气压与密度的分布,  $\hat{\theta}$ 、 $\hat{\pi}$ 分别表示位温及无量纲气压相对于静止干大气参考状态的偏差,  $c_p$ 为干空气定压比热,  $q_v$ 、 $q_c$ 、 $q_r$ 分别表示水汽、云水和雨水的混合比,  $\Delta$ 表示云水的蒸发(凝结)率,  $E_r$ 表示雨水的蒸发率,  $A_r$ 表示云水向雨水的自动转换率,  $C_r$ 表示雨水对云水的收集率,  $V_T$ 是雨水的下降末速度,  $D\varphi$ ( $\varphi = u, v, w, \theta, q_v, q_c, q_r$ )表示湍流扩散项。

对 Lipps 方程组进行尺度分离, 即设

$$\begin{cases} u = \bar{u} + u', & v = \bar{v} + v', & w = \bar{w} + w', & \hat{\pi} = \bar{\pi} + \pi', \\ \hat{\theta} = \bar{\theta} + \theta', & q_v = \bar{q}_v + q'_v, & q_c = \bar{q}_c + q'_c, & q_r = \bar{q}_r + q'_r, \end{cases} \quad (2)$$

其中“-”表示大尺度基本场，“'”表示中尺度扰动场，所有变量均为 $(x, y, z, t)$ 的函数。不考虑大尺度凝结（即令 $\bar{q}_c = \bar{q}_r = 0$ ），将（2）式代入（1）式，并对（1）式求平均可得到平均运动方程组，方程组（1）减去平均运动方程组便可得到中尺度扰动方程组。对上述方程组取二维近似，即令 $\partial/\partial x = 0$ ，设大尺度基本场定常无摩擦且恒满足地转平衡、静力平衡关系。不考虑大尺度水汽场强迫，并设基本场 $\bar{v} = \bar{w} = 0$ ，则可得到适于讨论条件性对称不稳定问题的控制方程组：

$$\begin{cases} \frac{\partial u'}{\partial t} + v' \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + v' \frac{\partial u'}{\partial y} + w' \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + w' \frac{\partial u'}{\partial z} - fv' = Du', \\ \frac{\partial \eta}{\partial t} + v' \frac{\partial \eta}{\partial y} + w' \frac{\partial \eta}{\partial z} - \frac{w'}{\rho_s} \frac{\partial \rho_s}{\partial z} \eta - f \frac{\partial u'}{\partial z} = g \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\theta'}{\theta_s} + 0.61 q_v - q_c - q_r \right) \\ \quad + \frac{\partial Dw'}{\partial y} - \frac{\partial Dv'}{\partial z}, \\ \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} - \frac{1}{\rho_s} \frac{\partial \rho_s}{\partial z} \frac{\partial \psi}{\partial z} = \rho_s \eta, \\ v' = -\frac{1}{\rho_s} \frac{\partial \psi}{\partial z}, \\ w' = \frac{1}{\rho_s} \frac{\partial \psi}{\partial y}, \\ \frac{\partial \theta'}{\partial t} + v' \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial y} + v' \frac{\partial \theta'}{\partial y} + w' \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} + w' \frac{\partial \theta'}{\partial z} + w' \frac{\partial \theta_s}{\partial z} = -\frac{L}{c_p \pi_s} (\Delta + E_r) + D\theta', \\ \frac{\partial q_v}{\partial t} + v' \frac{\partial q_v}{\partial y} + w' \frac{\partial q_v}{\partial z} = \Delta + E_r + Dq_v, \\ \frac{\partial q_c}{\partial t} + v' \frac{\partial q_c}{\partial y} + w' \frac{\partial q_c}{\partial z} = -\Delta - A_r - C_r + Dq_c, \\ \frac{\partial q_r}{\partial t} + v' \frac{\partial q_r}{\partial y} + w' \frac{\partial q_r}{\partial z} = \frac{1}{\rho_s} \frac{\partial}{\partial z} (\rho_s V_T q_r) - E_r + A_r + C_r + Dq_r, \end{cases} \quad (3)$$

其中 $\eta = \frac{\partial w'}{\partial y} - \frac{\partial v'}{\partial z}$ 为涡度， $\psi$ 为流函数。为书写方便，上式中水物质扰动量上方的“'”号均已略去。

## 2.2 网格剖分与变量配置

最近的研究表明，数值模式的水平分辨率与垂直分辨率之间有个协调性的问题。这里的协调性是指在物理上与水平可分辨尺度相联系的垂直尺度亦应该是可分辨的。分辨率不协调的数值模式将导致不正确的模拟结果，尤其是当计算区域中存在着较强的狭窄倾斜热力结构时（如锋面及强倾斜对流等），如果模式不能象分辨热力场的水平变化一样好的分辨热力场的垂直变化，那么热力场结构的不正确描述将导致虚假的高度扰动，继而产生伪重力波，严重影响模拟结果。Pecnick等<sup>[14]</sup>从物理协调性的角度提出了水

平、垂直分辨率的协调关系式。1995年,廖洞贤等<sup>[15]</sup>又从减少截断误差的角度出发,通过严格的数学推导得到了水平、垂直分辨率的协调关系式:

$$\Delta Z_{\text{con}} = \frac{L_z}{L_x} d, \quad (4)$$

其中 $\Delta Z_{\text{con}}$ 是协调垂直网格距, $L_z$ 和 $L_x$ 分别是 $Z$ 和 $X$ 方向的基本波长, $d$ 是水平网格距。由于运动的特征尺度与波长成正比,故两种协调关系式是一致的。在本倾斜对流模式中,计算区域水平方向取250 km,垂直方向取10 km。取倾斜对流垂直特征尺度为10 km,水平特征尺度为250 km,水平网格距为5 km,由分辨率协调关系式可得到协调垂直网格距为200 m。

类似于Soong和Ogura<sup>[16]</sup>,模式采用C型网格配置。即除涡度以外,各预报量均设在网格中心,涡度和流函数位于网格角上, $v'$ 和 $w'$ 分别位于网格水平和垂直边的中点。

### 2.3 离散方程及数值方法

模式方程空间离散采用中央差分格式,时间离散采用蛙跃格式。计算中为了防止时间蛙跃格式可能引起的奇偶步时间分离现象,采用Asselin时间平滑方案。鉴于蛙跃格式对起步运算要求较高,模式起步采用多步法<sup>[17]</sup>。为保证计算稳定,扩散项由 $\tau-1$ 时刻值计算。为保证计算结果的真实性,模式中未使用空间平滑。模式中采用逐次超松弛迭代(SOR)方法求解关于流函数的椭圆型偏微分方程。由于有限差分所伴随的截断误差,正定义的物质质量可能会产生负值,另外,由微物理过程参数化所计算的生成率实际上也可能损耗这些量。为保持解的完整性,模式采用毛玉华<sup>[18]</sup>提出的简便订正方案。

### 2.4 边界条件

模式水平侧边界采用Miller和Thorpe<sup>[19]</sup>提出的辐射边界条件,为避免摩擦耗散穿过边界,侧边界上所有变量的法向涡旋混合项取为零。垂直边界条件在上下边界处取如下形式:

$$w' = \psi = \eta = 0, \quad (5)$$

$$\frac{\partial v'}{\partial z} = \frac{\partial \theta'}{\partial z} = \frac{\partial u'}{\partial z} = \frac{\partial q_v}{\partial z} = \frac{\partial q_c}{\partial z} = \frac{\partial q_r}{\partial z} = 0, \quad (6)$$

且令上下边界处所有变量垂直涡旋混合项为零。由于模式采用刚性上边界条件会引起垂直上传的重力内波在上边界附近反射,为吸收上传重力内波及抑制波在上边界的反射,模式采用周晓平等<sup>[20]</sup>提出的上边界海绵过渡层。

### 2.5 次网格尺度湍流参数化

模式中次网格尺度湍流摩擦采用 $K$ 理论一阶闭合方案处理。方程组(3)中湍流摩擦项可表示为

$$D_B = \frac{\partial}{\partial y} \left( K_{my} \frac{\partial B}{\partial y} \right) + \frac{1}{\rho_s} \frac{\partial}{\partial z} \left( K_{mz} \rho_s \frac{\partial B}{\partial z} \right), \quad (7)$$

$$D_A = \frac{\partial}{\partial y} \left( K_{hy} \frac{\partial A}{\partial y} \right) + \frac{1}{\rho_s} \frac{\partial}{\partial z} \left( K_{hz} \rho_s \frac{\partial A}{\partial z} \right), \quad (8)$$

这里  $A$  表示  $\theta'$ ,  $q_v$ ,  $q_c$ ,  $q_r$ ,  $B$  表示  $u'$ ,  $v'$ ,  $w'$ ,  $K_m$ ,  $K_h$  分别为动量、热量涡动混合系数。在中尺度数值模式中, 一般取  $K_h = 3K_m$ 。

动量涡动混合系数  $K_m$  采用 Clark<sup>[21]</sup> 给出的形式:

$$K_m = \begin{cases} \frac{(c\Delta)^2}{\sqrt{2}} |\text{Def}| \left(1 - \frac{K_h}{K_m} Ri\right)^{1/2}, & \frac{K_h}{K_m} Ri < 1 \\ K_0, & \frac{K_h}{K_m} Ri \geq 1 \end{cases} \quad (9)$$

其中  $c=0.3$ ,  $K_0 = 147.6 \text{ m}^2/\text{s}$ , 混合长  $\Delta = (\Delta_y \Delta_z)^{1/2}$ 。

总形变张量  $|\text{Def}|$  定义为

$$\text{Def}^2 = \frac{1}{2} \sum_i \sum_j D_{ij}^2 \quad (10)$$

其中形变张量

$$D_{ij} = \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \quad (11)$$

考虑到垂直方向和水平方向分辨率的不同, 相应的混合长也应不同。为此水平和垂直方向的混合系数也应不同, 分别记为  $K_{my}$ ,  $K_{mz}$  和  $K_{hy}$ ,  $K_{hz}$ 。它们分别为

$$\begin{cases} K_{my} = \frac{\Delta y^2}{\Delta^2} K_m = \frac{\Delta y}{\Delta z} K_m, & K_{hy} = 3K_{my}, \\ K_{mz} = \frac{\Delta z^2}{\Delta^2} K_m = \frac{\Delta z}{\Delta y} K_m, & K_{hz} = 3K_{mz}. \end{cases} \quad (12)$$

## 2.6 微物理过程参数化

模式暖云过程采用 Kessler 参数化方案。云水自动转换率  $A_r$  和雨水收集率  $C_r$  采用 Kessler<sup>[22]</sup> 给出的形式:

$$A_r = \begin{cases} k_1 (q_c - a), & q_c > a \\ 0, & q_c \leq a \end{cases} \quad (13)$$

$$C_r = k_2 q_c q_r^{0.875} \quad (14)$$

这里已假定雨滴谱服从 Marshall-Palmer 分布, 计算中取  $k_1 = 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ ,  $a = 4 \times 10^{-3} \text{ g g}^{-1}$ ,  $k_2 = 2.2 \text{ s}^{-1}$ 。

雨水蒸发率按 Klemp 和 Wilhelmson<sup>[23]</sup> 的公式计算

$$E_r = \frac{1}{\rho_s} \frac{(1 - q_v / q_{vs}) C_r (\rho_s q_r)^{0.525}}{5.4 \times 10^5 + 2.55 \times 10^6 / (\rho_s q_{vs})} \quad (15)$$

其中  $C_r$  为通风因子, 定义为

$$C_r = 1.6 + 124.9 (\rho_s q_r)^{0.2046} \quad (16)$$

类似于 Soong 和 Ogura<sup>[16]</sup> 的表示, 在考虑平均密度变化的情况下, 雨水下降末速

度 $V_T$ 可表示为

$$V_T = 36.34(\rho_s q_r)^{0.1346} (\rho_0 / \rho_s)^{0.5}, \quad (\text{m s}^{-1}) \quad (17)$$

其中 $\rho_0$ 表示密度参考状态在地面的值。

饱和比湿 $q_{vs}$ 根据 Teten 公式计算:

$$q_{vs} = \frac{3.8}{p_s} \exp\left[\frac{17.27(\pi_s \theta - 273)}{(\pi_s \theta - 36)}\right]. \quad (18)$$

微物理过程假定所有过饱和水汽都及时地凝结成云水。而当空气不饱和时,云水立刻蒸发;当云水全部蒸发完而空气仍不饱和时,再蒸发雨水。凝结蒸发过程采用 Soong 和 Ogura<sup>[16]</sup>提出的两步法来求解。

### 3 数值试验

#### 3.1 稳定性试验

取对流稳定、干大气对称稳定、湿大气条件性对称稳定初始基本场,及图 1 所示扰动流函数场对模式进行积分 120 h,120 h 后流函数的量级较初始时刻并没有明显的增长。

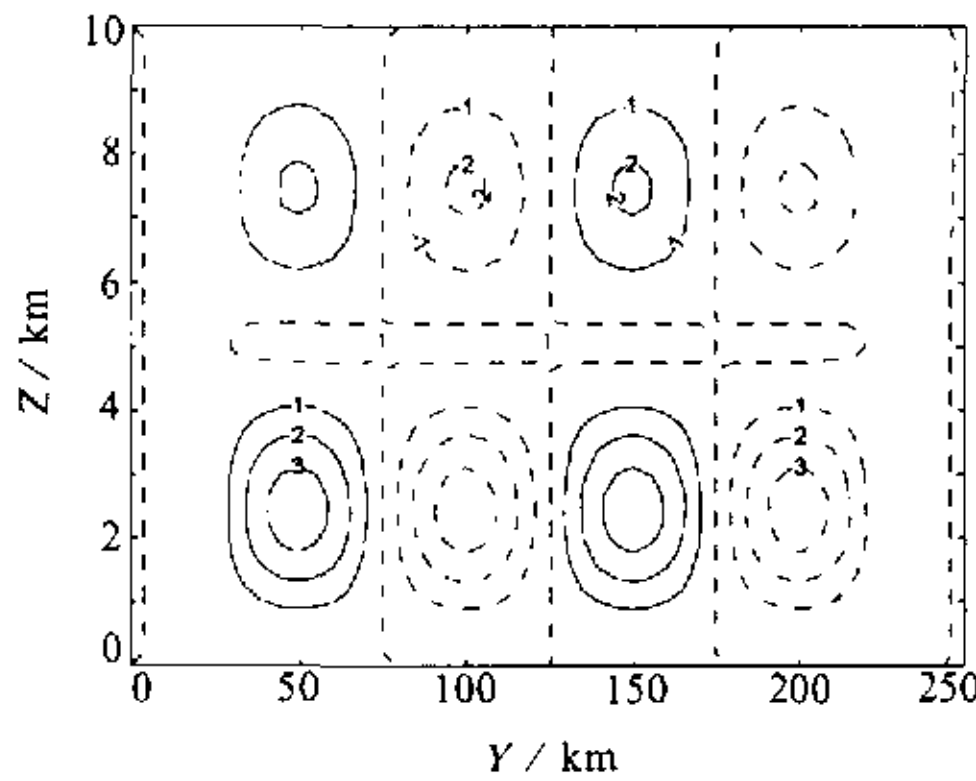


图 1 初始扰动流函数 $\psi$  ( $\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-1}$ )  
(实线为正,虚线为非正)

计算侧向风扰动平均动能

$$E = \ln\left(\frac{v'^2 + w'^2}{2}\right),$$

在初始时刻 $E_0 = -14.239$ ,而 $E_{120} = -11.646$ ,这表明模式运行是稳定的。

#### 3.2 条件性对称不稳定数值试验

##### 3.2.1 局域不稳定初始场的给出

初始场取常值垂直切变 $\bar{u}_z = 5.0 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ ,不考虑水平切变,取模式底层 $\bar{u}_0 = 5 \text{ m s}^{-1}$ 。位温( $\bar{\theta}$ )场水平切变由热成风关系计算,垂直切变取为常值 $\theta_z = 6.2816 \times 10^{-3} \text{ K m}^{-1}$ ,模式坐标原点位温取为 303 K, $\theta'$ 、 $u'$ 、 $q_c$ 、 $q_r$ 等扰动初始场取为 0。取如图 1 所示初始扰动流

函数场。并取如图 2a 所示相对湿度场。图 2 给出了按上述方法计算得到的相当位温-绝对动量( $\theta_e - M$ )场,位涡(PV)场及湿位涡(MPV)场。由图 2 可以看出此初始场是干大气对称稳定,对流稳定,湿大气局域条件性对称不稳定。

##### 3.2.2 扰动的发展演化

模式积分 8 h 后区域中心存在着一个范围较小且结构较为对称的云团(图 3a)。自 12 h 起云团顶部逐渐向北伸展,云水含量逐渐增加。16 h 已形成较明显的倾斜云带,之后云带进一步发展加强,28 h(图 3b)达到强盛。之后云带开始衰减,48 h 云带已相当微弱。扰动质量流函数场 8 h 已由初始时刻的标准 2 波结构演化为 1 波结构,并向

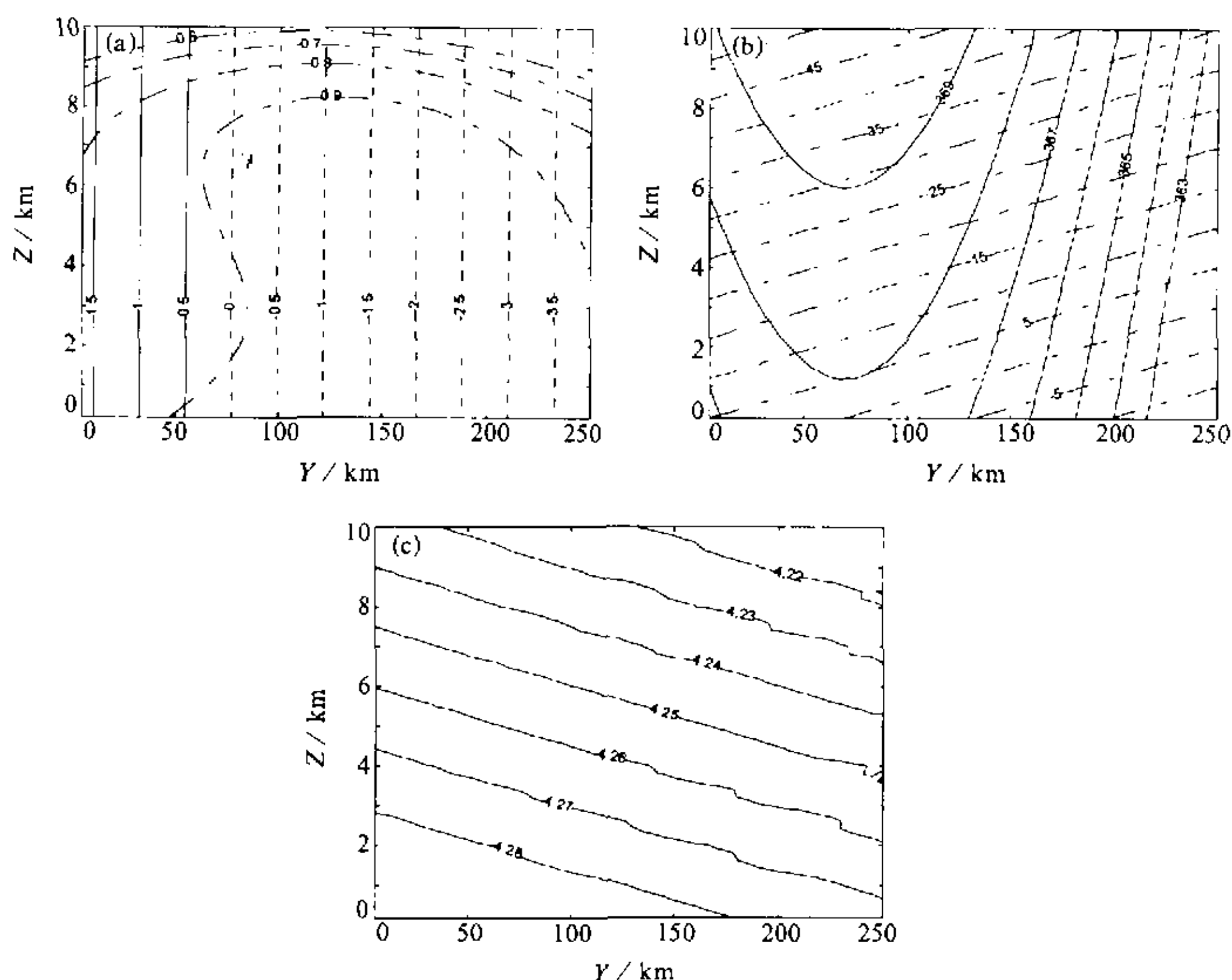


图2 初始场 (a) 相对湿度  $RH$  (点划线) 与湿位涡  $MPV$  (单位:  $10^{-7} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1} \text{ K kg}^{-1}$ ) (实线为正, 虚线为非正); (b) 相当位温  $\theta_e$  (单位:  $\text{K}$ ) 与绝对动量  $M$  (单位:  $\text{m s}^{-1}$ ) (点划线); (c) 位涡  $PV$  (单位:  $10^{-7} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1} \text{ K kg}^{-1}$ )

冷区倾斜。16 h (图 4a) 扰动负环流进一步加强, 倾斜结构更为显著。28 h (图 4b) 负环流量级显著增强, 范围扩大; 而正环流量级明显减小, 范围缩小, 呈现出典型的非线性对称不稳定特征。48 h 负环流显著减弱, 呈现了衰减的特征。扰动初始增长时刻 (16 h), 垂直速度场在区域右侧 2~8 km 的垂直范围内存在着宽广的倾斜上升运动, 其上下为较弱的下沉运动区。28 h (图 5) 倾斜上升运动变得狭窄而强烈, 在其上下仍有下沉运动相伴。经向扰动分布 (图略) 表现为向北运动区与倾斜上升运动区域相对应, 其上下亦有向南运动区与下沉运动区相对应, 且  $v'$  场与  $w'$  场保持同位相发展。纬向扰动 (图略) 表现为与  $w'$  场倾斜上升运动区相对应为次地转, 而在区域左侧的稳定区表现为弱超地转。位温扰动场与倾斜云带相对应有加热中心, 且随云带的发展而加强。区域内 34 h 出现雨水, 雨水分布与云带位置相对应。最大雨水含量为  $2.48 \text{ g kg}^{-1}$ , 之后由于雨水降落, 雨水含量极大值逐渐减小。

### 3.2.3 诊断分析

相当位温场最显著的特点是等  $\theta_e$  面产生了屈曲, 在倾斜上升运动区域上方形成了位势不稳定层 (图 6 为 28 h (扰动发展强盛期) 相当位温分布图), 这一特征已被许多学者的研究所证实 (BH79、ST87、IC92、PW95)。倾斜上升运动区域上方位势不稳定层的产生有如下两方面原因: 其一是因为上升运动区凝结加热的作用; 其二是与上升运

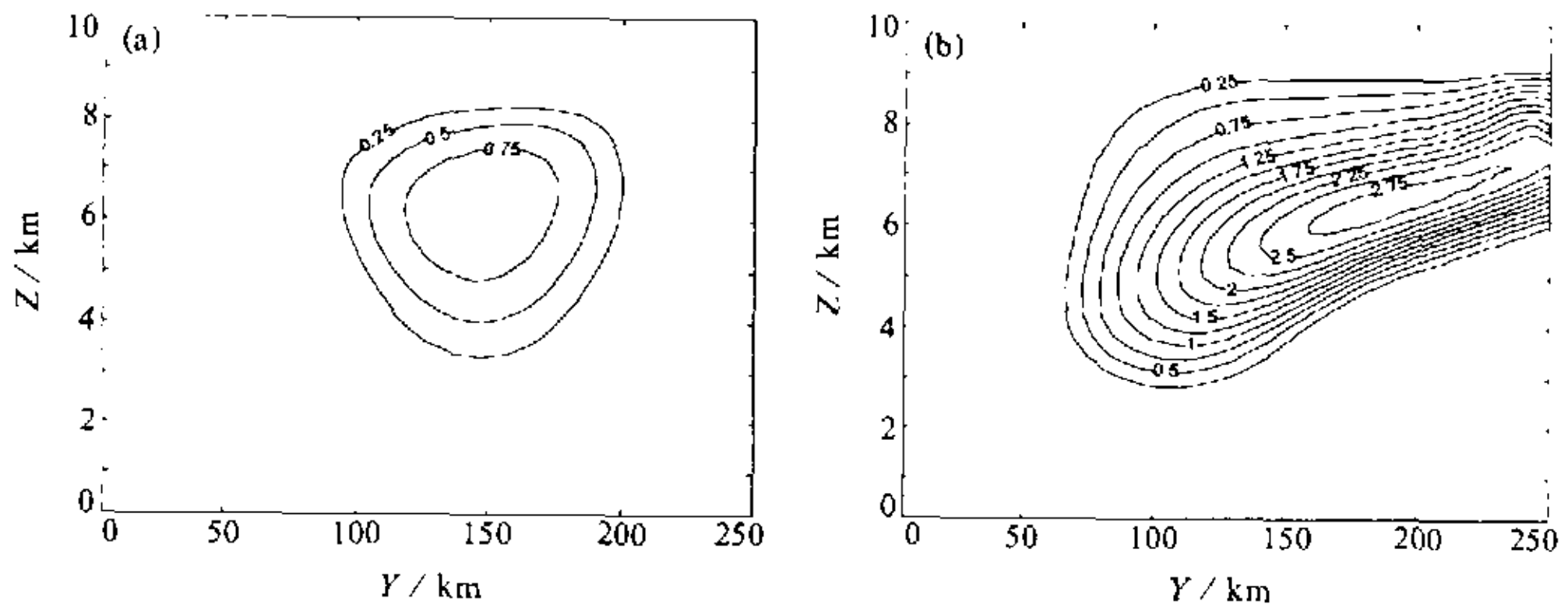


图3 云水  $q_c$  ( $\text{g kg}^{-1}$ )  
(a) 8 h; (b) 28 h

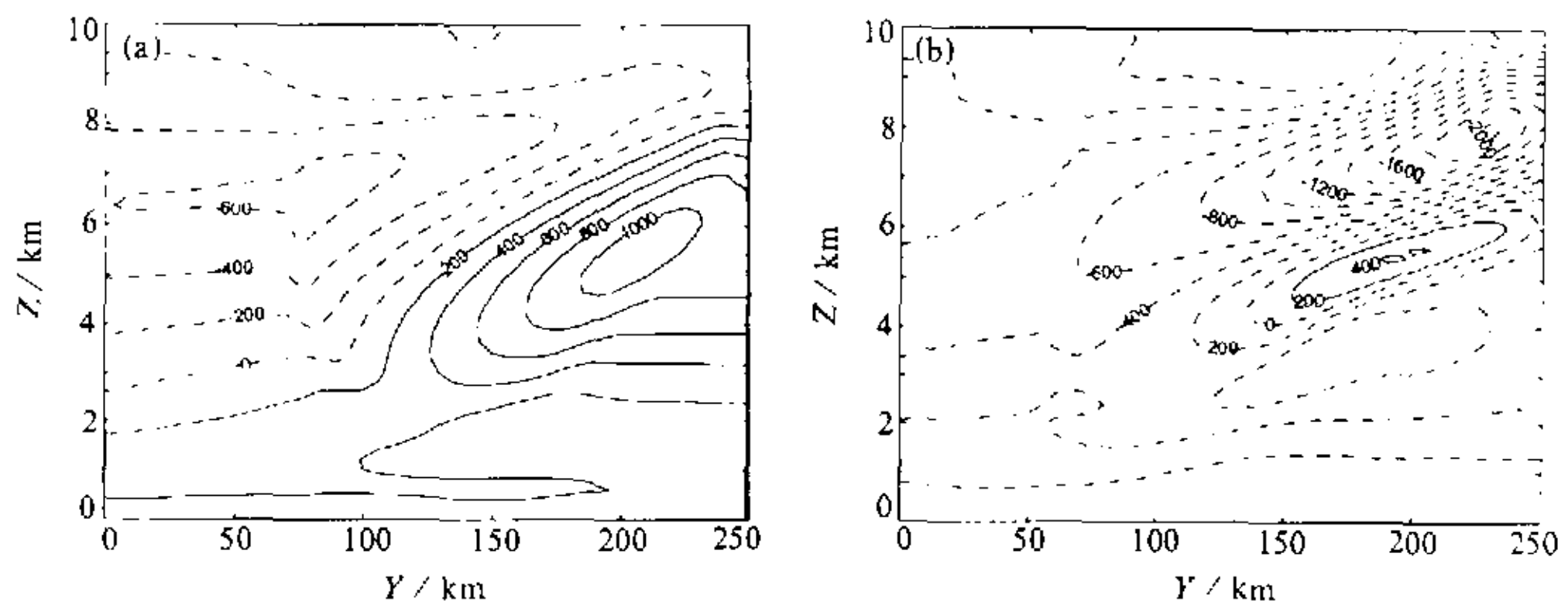


图4 流函数  $\psi$  ( $\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-1}$ ) (实线为正, 虚线为非正)  
(a) 16 h; (b) 28 h

动区相对应的强向北运动对高 $\theta_e$ 平流输送的作用。倾斜云带之上的位势不稳定层非常有利于对流云的发展, 对流云发展产生的对流性降水又加强了原有倾斜云带降水, 这种自激反馈机制被 ST87 用来解释温带气旋  $\beta$  中尺度雨带的形成。由于受到模式顶高度 (10 km) 的限制, 且因为模式中未考虑对对流云发展较重要的冷云过程, 故模式还未能证实这一机制。

干位涡发展演变的诊断分析表明: 在扰动发展阶段, 沿倾斜上升运动区域上方及左侧 PV 逐渐增加, 大气变得更加稳定; 而在上升运动区域下方 PV 则逐渐减小为负, 大气呈现为对称不稳定 (图 7 为 28 h 干位涡分布图)。这一特征也可由等  $\theta$  面与等  $M$  面的对比 (图略) 得到。由此可以得到结论: 在实际大气中, 条件性对称不稳定的发展演化, 并不是以一种纯粹的单一不稳定形式存在, 而表现为一种混合不稳定的形式, 在扰动发展过程中又形成了对称不稳定、对流不稳定。因此这就不难理解扰动发展期间, 流函数所呈现出的典型非线性对称不稳定特征。



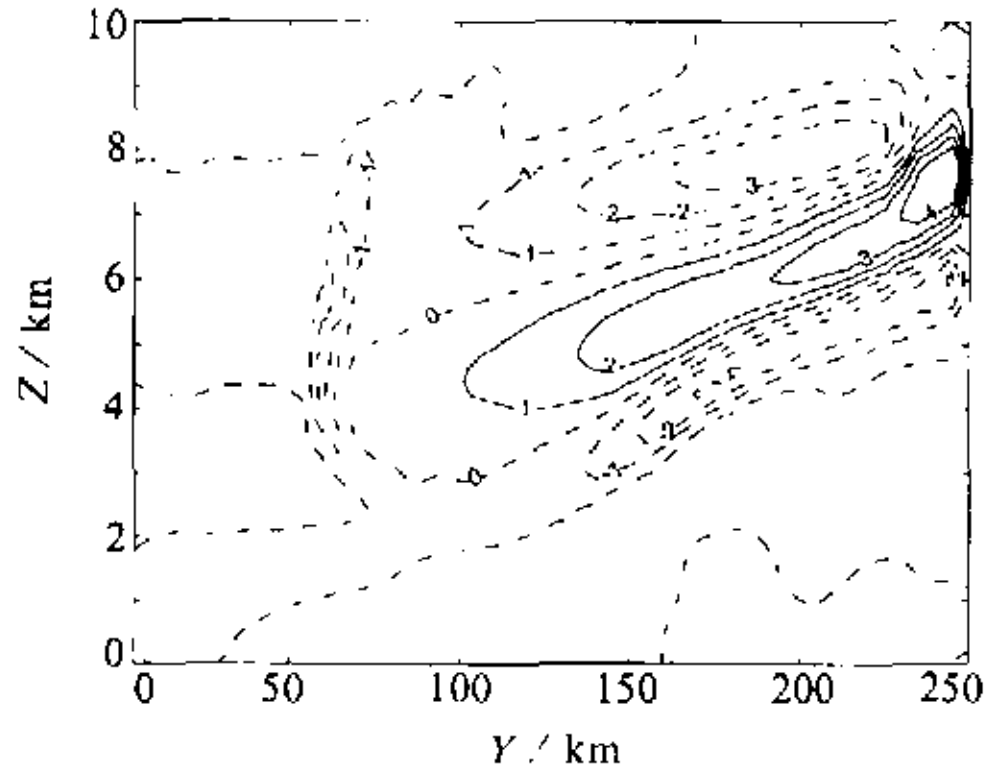


图5 28 h 垂直扰动  $w'$  ( $\text{cm s}^{-1}$ )  
(实线为正, 虚线为非正)

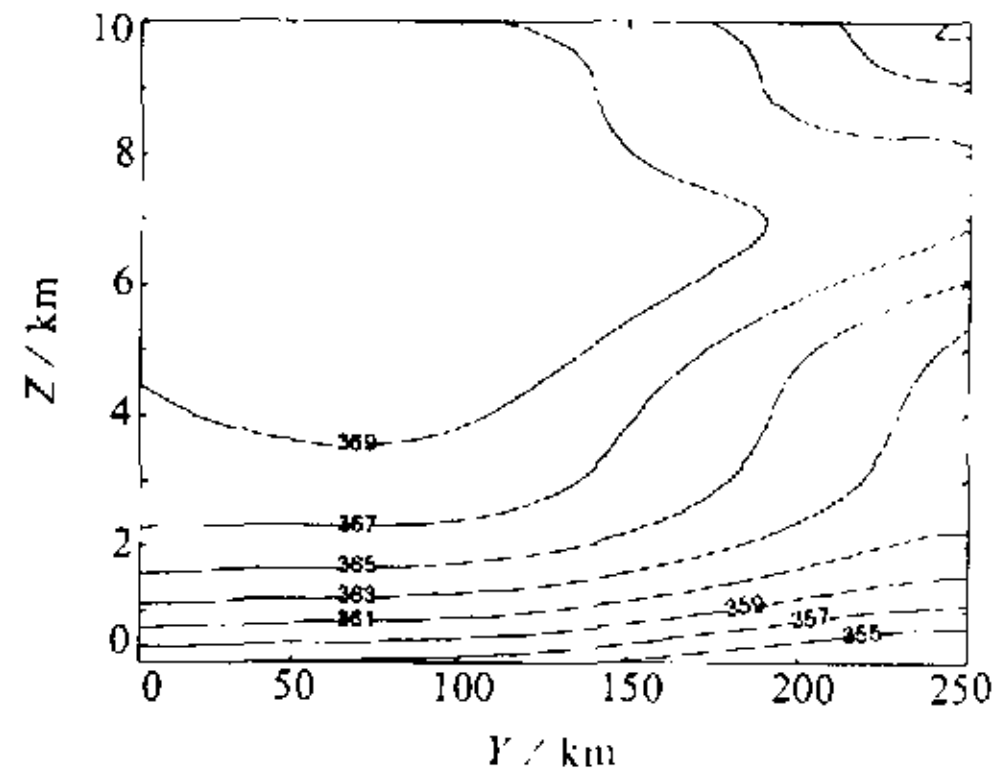


图6 28 h 相当位温  $\theta_e$  (K)

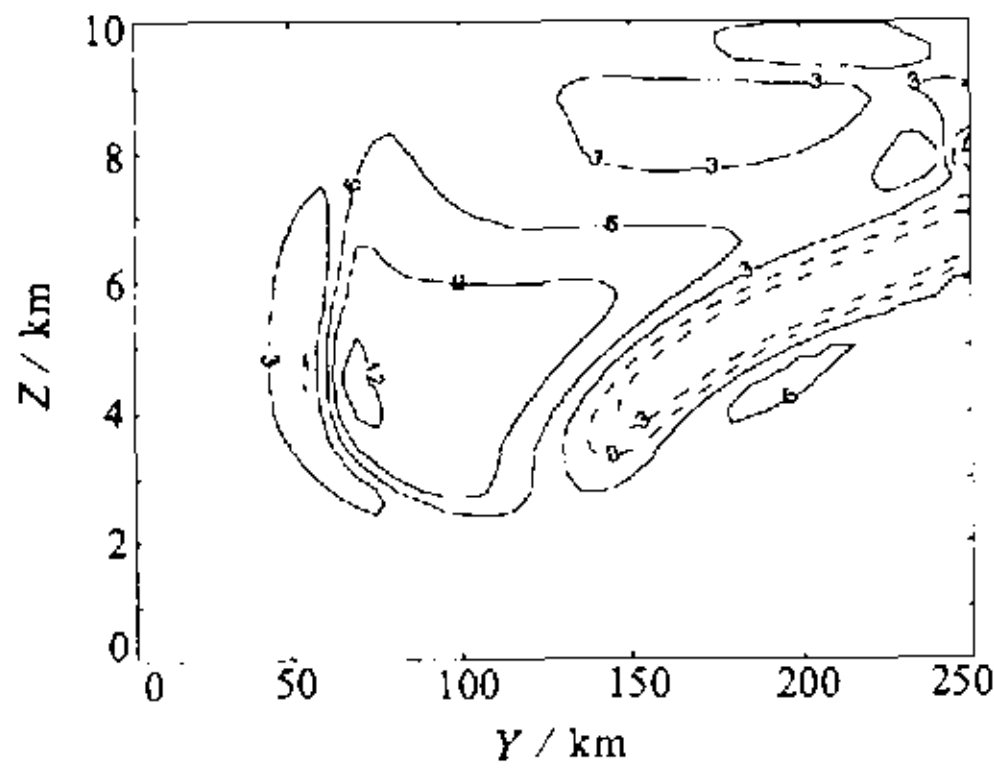


图7 28 h 位涡 PV ( $10^{-7} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1} \text{ K kg}^{-1}$ )  
(实线为正, 虚线为非正)

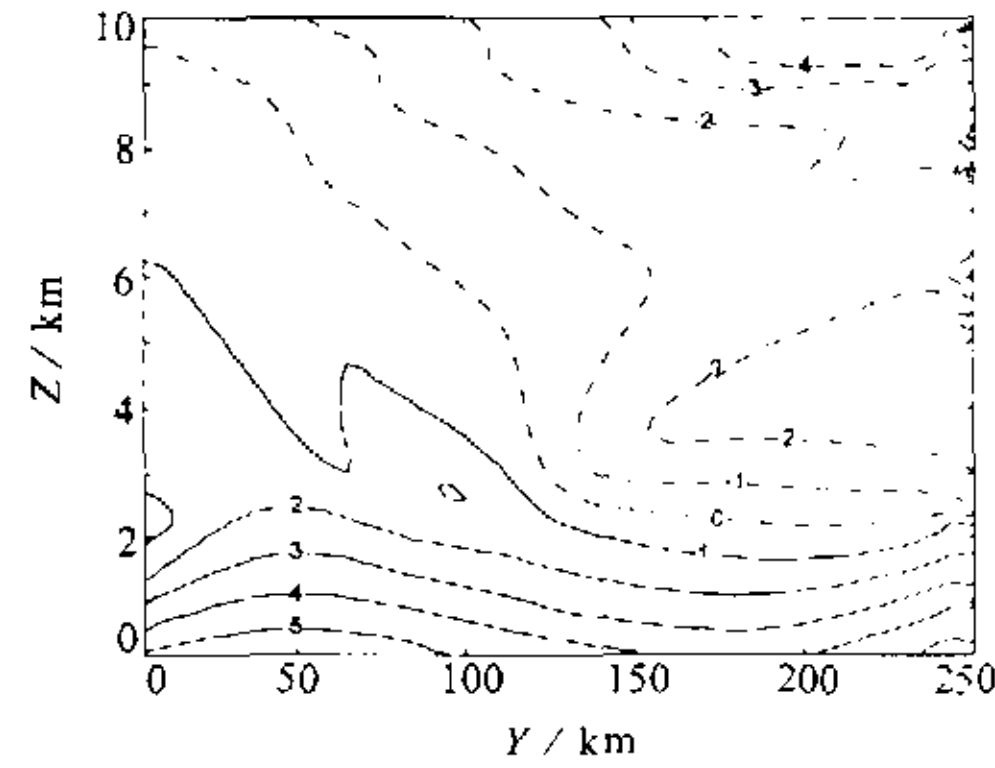


图8 28 h 湿位涡 MPV ( $10^{-7} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1} \text{ K kg}^{-1}$ )  
(实线为正, 虚线为非正)

湿位涡的发展演化表明: 扰动发展演化过程中, 区域底层变为均匀的正湿位涡区。在倾斜上升区域, 湿位涡随扰动的发展缓慢增加, 但直至衰减阶段大气仍未调整为对称中性。倾斜上升运动区域上方由于位势不稳定的作用, 导致了该区域湿位涡减小。图8给出了28 h的湿位涡分布。

图9是扰动发展阶段(24~28 h)时间平均的动量、热量输送图。图9a是纬向动量的经向输送, 强向南输送区( $\rho_s \langle u'v' \rangle < 0$ )与强倾斜上升区域相对应; 弱向北输送区与下沉区相对应。纬向动量经向输送的垂直累加表明, 纬向动量是向南输送的。图9b是纬向动量的垂直输送图, 强向下输送区( $\rho_s \langle u'w' \rangle < 0$ )与强倾斜上升区域相对应; 弱向上输送区与下沉区相对应。纬向动量垂直输送的垂直累加表明, 纬向动量是向下输送的。图9c是热量的经向输送, 不稳定区域对应着热量的向北( $\rho_s \langle \theta'v' \rangle > 0$ )输送; 而稳定区域为弱向南输送。图9d是热量的垂直输送图, 不稳定区边缘热量是向下输送的(由于位温扰动为负); 在不稳定强加热区, 热量的输送是向上的

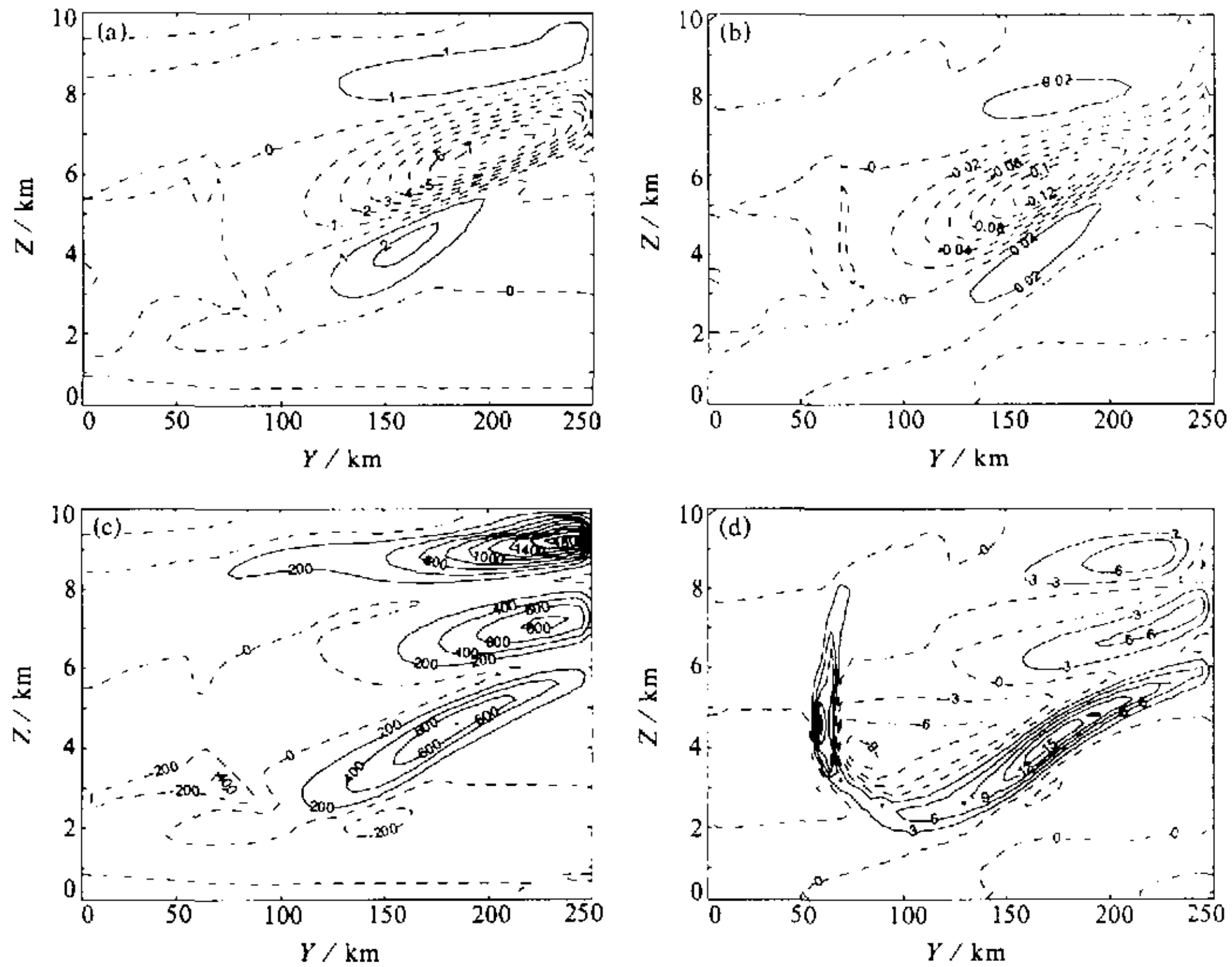


图9 扰动发展阶段(24~28 h)时间平均的动量、热量输送(实线为正,虚线为非正)  
 (a) 纬向动量经向输送 $\rho_s \langle u'v' \rangle$  ( $\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-2}$ ); (b) 纬向动量垂直输送 $\rho_s \langle u'w' \rangle$  ( $\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-2}$ );  
 (c) 热量经向输送 $c_p \rho_s \langle \theta'v' \rangle$  ( $\text{J m}^{-2} \text{s}^{-1}$ ); (d) 热量垂直输送 $c_p \rho_s \langle \theta'w' \rangle$  ( $\text{J m}^{-2} \text{s}^{-1}$ )

( $\rho_s \langle \theta'w' \rangle > 0$ )。本试验中取 $Ri = 0.26 < 1/3$ 。数值试验的计算结果与Stone<sup>[24]</sup>的理论研究结论是一致的。

此外,研究中还应用全域条件性对称不稳定初始场对模式进行数值积分,得到了与局域不稳定数值试验较一致的结论。这说明基本场湿位涡的水平不均匀分布对扰动发展影响较小。

#### 4 结语与展望

本文设计了一个宜于研究深厚湿倾斜对流运动的二维非弹性非静力平衡数值模式。模式采用了目前较为优秀的Lipps非弹性模型及较详细的暖云参数化方案,较高时空分辨率的采用为模式准确描述湿倾斜对流运动的细微结构提供了可能,模式中未采用任何空间平滑,保证了计算结果的真实性和可信性。另外,模式的非静力平衡性质、最优协调的网格分辨率及非常值湍流扩散系数的采用,弥补了以往条件性对称不稳定数值研究中的诸多缺陷。数值试验表明,模式运行稳定可信,且对于深厚湿倾斜对流运动有较强的描述能力。无强迫条件性对称不稳定数值试验表明:在条件性对称不稳定条件下,扰动的发展

呈现出强倾斜环流特征。垂直速度场有狭窄的强倾斜上升运动, 其上下有下沉运动相伴。强向北运动区与强上升运动区相对应, 向南运动区则与下沉运动区相对应, 且两者保持同位相发展。与倾斜上升运动相伴有倾斜云带发展。诊断分析表明: 扰动发展过程中, 条件性对称不稳定演化为一种混合不稳定的形式存在。不稳定区域扰动对热量的输送是向上、向北的; 扰动对纬向动量的输送是向下、向南的。全域不稳定数值试验表明, 湿位涡的水平不均匀分布对扰动发展影响较小。由于未考虑对对流云发展较重要的冷云过程, 且受模式顶高度(10 km)的限制, 模式对于倾斜云带上方对流云的描述存在着一定误差。此外, 模式采用定常大尺度基本场, 相当于在中尺度模式中引入了定常的大尺度强迫, 而实际大气运动过程却是大、中尺度运动相互作用, 相互影响的复杂过程。因此, 进一步扩大模式计算区域, 包含更真实详尽的微物理过程, 以及包含大、中尺度运动相互作用机制等都是今后进一步完善模式所要做的工作。

### 参 考 文 献

- 1 Bennetts, D. A. and B. J. Hoskins, Conditional symmetric instability — a possible explanation for frontal rainband, *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 1979, **105**, 945~962.
- 2 Saitoh, S. and H. Tanaka, Numerical experiments of conditional symmetric baroclinic instability as a possible cause for frontal rainband formation. Part I: A basic experiment, *J. Meteor. Soc. Japan*, 1987, **65**, 675~708.
- 3 Persson, P. G. and T. T. Warner, Model generation of spurious gravity waves due to the inconsistency of the vertical and horizontal resolution, *Mon. Wea. Rev.*, 1991, **119**, 917~935.
- 4 Persson, P. G. and T. T. Warner, Sensitivity studies of nonlinear hydrostatic conditional symmetric instability: Implications for numerical weather prediction, *Mon. Wea. Rev.*, 1993, **121**, 1821~1833.
- 5 Persson, P. G. and T. T. Warner, The nonlinear evolution of idealized, unforced, conditional symmetric instability: A numerical study, *J. Atmos. Sci.*, 1995, **52**, 3449~3474.
- 6 Innocentini, V. and E. dos S. Caetano Neto, A numerical study of the role of humidity in the updraft driven by moist slantwise convection, *J. Atmos. Sci.*, 1992, **49**, 1092~1114.
- 7 张可苏、周晓平, 非静力平衡模式中重力惯性波的频谱、结构和传播特征, 第二次全国数值天气预报会议论文集, 北京: 科学出版社, 1980, 196~206.
- 8 Ogura, Y. and N. Phillips, Scale analysis of deep and shallow convection in the atmosphere, *J. Atmos. Sci.*, 1962, **19**(2), 173~179.
- 9 黄美元、徐华英等, 云和降水物理, 北京: 科学出版社, 1999, 72~73.
- 10 Dutton, J. A. and G. H. Fichtl, Approximate equations of motion for gases and liquids, *J. Atmos. Sci.*, 1969, **26**(2), 241~254.
- 11 Wilhelmson, R. and Y. Ogura, The pressure perturbation and the numerical modeling of a cloud, *J. Atmos. Sci.*, 1972, **29**(7), 1295~1307.
- 12 Lipps, F. and R. Hemler, A scale analysis of deep moist convection and some related numerical calculations, *J. Atmos. Sci.*, 1982, **39**(10), 2192~2210.
- 13 Durran, D. R., Improving the anelastic approximation, *J. Atmos. Sci.*, 1989, **46**(11), 1453~1461.
- 14 Pecnick, M. J. and D. Keyser, The effect of spatial resolution on the simulation of upper-tropospheric frontogenesis using a sigma-coordinate primitive-equation model, *Meteor. Atmos. Phys.*, 1989, **40**, 137~149.
- 15 廖洞贤、朱艳秋, 再论水平和垂直分辨率之间的协调, 气象学报, 1995, **53**(2), 129~137.
- 16 Soong, S. T. and Y. Ogura, A comparison between axisymmetric and slab-symmetric cumulus cloud models, *J. Atmos. Sci.*, 1973, **30**, 879~893.
- 17 廖洞贤、工两铭, 数值天气预报原理及其应用, 北京: 气象出版社, 1986, 108.
- 18 毛玉华、胡志晋, 强对流云人工增雨和防雹原理的二维数值研究, 气象学报, 1993, **51**(2), 184~194.
- 19 Miller, M. J. and A. J. Thorpe, Radiation conditions for the lateral boundaries of limited-area numerical

- models, *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 1981, **107**, 615~628.
- 20 周晓平、王东海, 短时风暴数值预报模式研究 I. 模式的理论框架, *大气科学*, 1996, **20**(1), 1~11.
- 21 Clark, T. L., Numerical simulations with a three-dimensional cloud model: Lateral boundary condition experiments and multicellular severe storm simulations, *J. Atmos. Sci.*, 1979, **36**, 2191~2215.
- 22 Kessler, E., On the distribution and continuity of water substance in atmospheric circulation, *Meteor. Monogr.*, 1969, **10**(32), 84pp.
- 23 Klemp, J. B. and R. B. Wilhelmson, The simulation of three-dimensional convective storm dynamics, *J. Atmos. Sci.*, 1978, **35**, 1070~1096.
- 24 Stone, P. H., On non-geostrophic baroclinic stability: Part III. The momentum and heat transport, *J. Atmos. Sci.*, 1972, **29**, 419~426.

## Design of a Non-Hydrostatic Model Suitable for Deep Moist Slantwise Convection and Numerical Study of the Conditional Symmetric Instability

Song Xiaoliang and Lu Hancheng

(Institute of Meteorology, PLA University of Science and Technology, Nanjing 211101)

**Abstract** A two-dimensional non-hydrostatic model is designed to suit with deep moist slantwise convection. The most sophisticated parts of model include: (1) the use of non-hydrostatic model, (2) the use of consistency vertical and horizontal resolutions, (3) the use of variable diffusion coefficients. From the conditional symmetric instability (CSI) numerical experiment we draw main conclusions as follows: A typical slantwise roll of CSI appears in the meridional plane. A strong slantwise updraft layer appears accompanying downdraft layers above and below. A slantwise cloud is formed and sustained along the updraft region of CSI. Mixed-instability is formed because of the development of CSI.

**Key words:** numerical model; conditional symmetric instability; numerical study