

工程地质三维建模及分析系统设计研究

熊祖强^{1,2}, 贺怀建¹, 夏艳华¹

(1. 中国科学院武汉岩土力学研究所 岩土力学与工程国家重点实验室, 湖北 武汉 430071;

2. 河南理工大学 能源科学与工程学院, 河南 焦作 454001)

摘要: 采用边界表示(BRep)结构和 TIN 模型的混合数据结构, 借助 GIS 技术, 开发集基础数据管理和三维地质建模为一体的工程地质三维建模及分析系统。采用 TIN 模型来拟合构造复杂的地质曲面, 提出包括直接由离散点生成 TIN 模型、或由地形等高线生成 TIN 模型, 以及由规则格网数据生成 TIN 模型的多种构造方法, 并实现地质层面 TIN 模型的求交、裁剪, 以及缝合等关键技术; 引入颜色、纹理等“渲染”技术, 实现地质信息的逼真表达; 此外, 探讨基于三维地质模型的任意地质剖面分析、岩土体分布面积和体积计算等基本分析技术, 最后将系统应用于滑坡、高边坡、水利水电以及公路边坡开挖等工程地质三维建模和分析中, 验证该理论及系统的可靠性和通用性。

关键词: 工程地质; 三维建模; TIN; 边界表示

中图分类号: TU 17; P 208

文献标识码: A

文章编号: 1000 - 6915(2007)增 2 - 4176 - 07

STUDY ON 3D ENGINEERING GEOLOGY MODELING AND ANALYSIS SYSTEM DESIGN

XIONG Zuqiang^{1,2}, HE Huaijian¹, XIA Yanhua¹

(1. *State Key Laboratory of Geomechanics and Geotechnical Engineering, Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Wuhan, Hubei 430071, China*; 2. *School of Energy Science and Engineering, Henan Polytechnic University, Jiaozuo, Henan 454001, China*)

Abstract: A 3D engineering geology modelling and analysis system is designed based on the complex data structure of boundary representation(Brep) and TIN, as well as the GIS technique. The TIN model is used to fit the stratum interfaces. A few methods to build TIN model are supposed, such as the discrete points converting from the contour line and the DEM model. The techniques of intersection, cutting and mending between the TIN model are also discussed. The geological information can be realistically represented by color and texture mapping. Furthermore, the analysis method based on the 3D geological model is presented, including generation of geological section, calculating area and volume of the stratum body. Finally, the 3D engineering geology modelling and analysis system is applied to simulate some projects, such as the coast, slope, hydraulic and hydroelectric project, and excavated highway slope. The results show that the theories and system have favourable reliability and practicability.

Key words: engineering geology; 3D modelling; TIN; boundary representation

1 引言

随着岩土工程信息化建设, 以及 GIS 技术的快

速发展, 工程地质三维建模与分析已经成为当前数学地质、工程地质、计算机科学等多个领域研究的前沿和热点。国外三维地质建模及可视化研究开展得较早, 在理论研究、软件开发和实际应用等方面

收稿日期: 2006 - 09 - 26; **修回日期:** 2006 - 12 - 06

作者简介: 熊祖强(1978 -), 男, 2001 年毕业于河南理工大学能源科学与工程学院采矿工程专业, 现为博士研究生, 主要从事工程地质三维建模及可视化技术等方面的研究工作。E-mail: xzqjzit@163.com

的发展较为成熟, 比较典型的大型专业软件有 Earth Vision, GoCAD, Vulcan, Gemcom, Micro Lynx 等, 这些软件广泛的应用在石油物探、石油开采和露天矿开采等领域。其中以法国研制的 GoCAD 最为突出, 达到了半智能化建模的最高水平, 具有功能强, 界面友好, 并能在几乎所有硬件平台上(Sun, SGI, PC-Linux, PC-Windows)运行的特点。但是, 国外软件费用较高, 并且受到具体地质条件的限制, 在我国的应用受到很大限制。国内的研究虽然起步较晚, 但也取得了一定的理论和应用成果。朱良峰等^[1]借助功能强大的可视化开发平台 MAPGIS-TDE, 开发研制了集地质数据管理、二维地质分析、地质断面处理、地质结构建模和地质属性建模等五大功能模块的三维建模系统; 钟登华等^[2, 3]采用 NURBS 曲面构模技术来拟合构造复杂的地质曲面, 开发研制了水利水电工程地质建模与分析系统 (VisualGeo), 并将其应用于龙滩、锦屏、溪洛渡、白鹤滩等大型水利水电地质工程及洞室的三维建模与分析中; 王纯祥等^[4]深入探讨了岩土工程信息化建设, 开发研制了 3DSIS 系统; 何满潮等^[5]将工程岩体分为: 连续型非褶皱岩体、非连续型非褶皱岩体与褶皱岩体三大类型, 开发研制了基于柱体构模方法、表面构模方法与断面构模方法的三维地质建模系统; 此外柴贺军等^[6-8]等也做了相关的研究工作。

总体上来看, 建模方法有面模型、体模型, 以及混合模型。基于体元表示的数据结构, 理论基础本身还不完善, 利用其进行三维建模存在存储空间需求大、图形空间失真、处理时间长、可操作性差和离散化等问题, 目前难以在实践中得到应用。而基于面表示的数据结构在表达空间对象的边界、可视化和几何变换等方面具备明显的优势, 已经在工程实践中得到了广泛的应用, 仍然是三维地质建模的主流。基于面建模方法中地质曲面的拟合方法是其关键, 目前应用较多的是多层 DEM 以及参数曲面的表达方法, 多层 DEM 数据结构简单, 但是在可视化显示的时候不能根据地形的复杂程度调整面片的大小, 而且需要将规则格网划分为三角形显示, 造成大量的数据冗余, 难于实现三维模型实时快速浏览, 也难以精确地表达边界; 参数曲面拟合主要有趋势面拟合以及 NURBS 曲面拟合方法, 存在着构模复杂, 在工程地质领域中的应用也不成熟等缺

点; TIN 模型在地质领域的应用比较成熟, 也符合通过不规则的采样点来构造模型的实际情况, 同时也可以根据表面的复杂程度变化三角形面片的大小, 消除数据冗余, 有利于实现快速实时浏览三维模型。

因此, 本文采用 TIN 模型来拟合地质曲面, 深入分析 TIN 模型的求交、裁剪等, 结合工程需求开发研制了三维地质建模及分析系统。

2 工程地质三维模型的建立

2.1 三维数据结构

边界表示(boundary representation)简称 BRep 法, 它是一种典型的基于曲面表示的数据结构^[2, 9], 其基本思想是一个实体可以通过它的面的集合来表示, 而每一个面又可以用边来描述, 边通过点来确定, 点通过 3 个坐标值来定义。BRep 模型精确, 数据量小, 并能显式的表达空间几何元素间的拓扑关系, 是几何建模中最成熟、无二义的表达法, 因而在 Earth Vision, GoCAD, Micro Lynx 等一些国外大型三维地质建模软件中被广泛地采用。因此, 本文采用 BRep 和 TIN 的混合数据结构, BRep 结构来组织三维地质模型中各元素的拓扑关系, 用 TIN 模型来拟合地质层面。TIN 模型采用四方边缘结构^[10](quad-edge data structure)来组织拓扑关系, 它将每条边用 4 条记录来表示, 就好像将一条边分割为 4 条边, 将原图和对偶图同时表达出来。四方边缘结构存储了包括邻边、邻面, 以及点的所有拓扑信息, 给定任意边, 就可以很容易的找到与之相关的拓扑信息, 这在 TIN 的关键算法中显得非常重要。

岩土工程地质现象根据几何学的特征可以抽象为点实体, 线实体, 面实体和体实体 4 种类型, 可以分别采用点、线、面、BRep 实体等基本几何元素来表达。点可以作为产生 TIN 模型地质层面的控制点, 也可以用于表达点状地物; 线可以表达线状地物, 也可以是多边形面的边界线以及 TIN 模型中三角形面片的边(quad-edge); 面主要用于表达地质层面、水位面、断层面等的 TIN 模型, 此外还用于表达人工构造物、模型侧面等多边形面; 由以上基本元素组成了三维地质实体的 BRep 结构, 具体层次结构如图 1 所示。

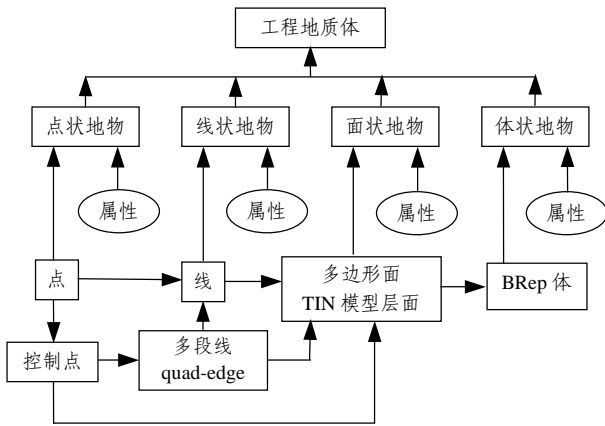


图1 三维地质模型数据结构图
Fig.1 Data structure of 3D geological model

2.2 三维地层模型的建立

2.2.1 地质层面的拟合

利用地质勘探所得到的离散、稀疏的数据，来构建地质曲面 TIN，是三维地质建模的一个重要环节，而有限点集 v 的 Delaunay 三角剖分是构建 TIN 最成熟有效的方法。根据实现过程，可以将 Delaunay 三角剖分算法分为 3 类：分治算法、逐点插入法、三角网生长法，其中逐点插入法是最容易实现的算法，它的优点是该算法能推广到任意空间，同时可以实现三角网的动态更新。本文认真研究了逐点插入算法，对 L. Guibas 和 J. Stolfi^[10]提出的四方数据结构进行了改进，增加了三角形类，改善点搜索算法，并引入了浮点算法。

在实际的建模过程中，能够利用的基础数据主要是根据工程地质等高线图、离散点信息、钻孔信息，以及利用剖面提取的虚拟钻孔信息等，为了充分利用这些基础数据，系统开发了由等高线生成 TIN 的功能，其基本思想是首先直接将等高线上的点离散化，然后采用上面提到的离散点插入算法生成 TIN 模型^[11]，如图 2 所示，这对于地表岩层面构模有重要意义。地表以下的地质层面只能借助剖面、钻孔所得到的离散、稀少的点来构造，直接利用这些点构造的 TIN 模型，生成的模型表面很粗糙，很难满足工程要求，然而空间离散数据的插值算法提供了很好的弥补措施，本文采用广泛应用于地质领域的克里金(Kriging)插值方法来构造规则格网模型 (DEM)，再由规则格网模型生成 TIN 模型，采用的方法为贪婪插入法^[11, 12]，其基本算法仍然为逐点插入法，只不过候选点为规则格网上“重要”的点，

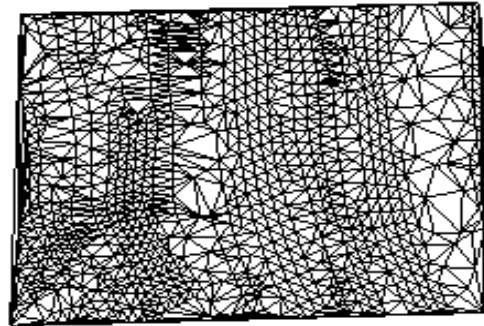


图2 由等高线生成 TIN 模型
Fig.2 TIN model generated from the contour

图 3 所示即为由规则格网转换得到 TIN 模型，可以看出经过空间插值后产生的 TIN 模型要比直接采用等高线或离散点产生的 TIN 模型(见图 2)较为光滑，具备较好的可视化效果。这样地质层面 TIN 模型的产生有 3 种模式，即直接采用离散点构造 TIN，利用等高线数据生成 TIN，以及利用离散点或等高线数据经空间插值算法构造规则格网模型，再生成 TIN 模型，这可以充分利用原始资料，产生光滑、精确的地质层面模型。

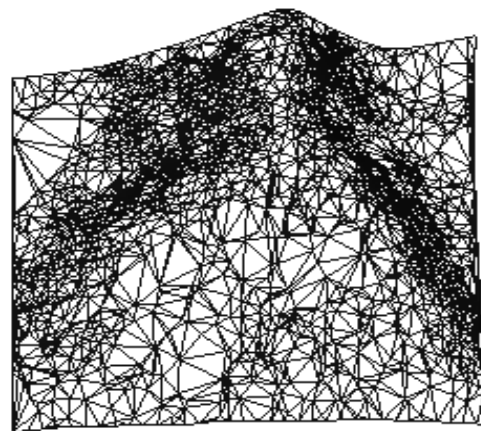


图3 由规则格网模型生成的 TIN 模型
Fig.3 TIN model generated from DEM

2.2.2 地质层面的裁剪

上述地质层面 TIN 模型是在整个模型范围内插值拟合得到的，为了精确的表达尖灭、透镜体等复杂地质结构，必须对 TIN 模型进行求交和裁剪。图 4 所示即为典型的地层模型^[4]，地层岩性从上向下分别为 I, II, III, IV，形成的地质界面为 5 层，最下一层为模型的底面，自上向下编号依次为 0, 1, 2, 3, 4，可以看出地质层面 0 和 1, 1 和 2, 以及 2 和 3 都存在着交叉现象，图中虚线所示部分应该是

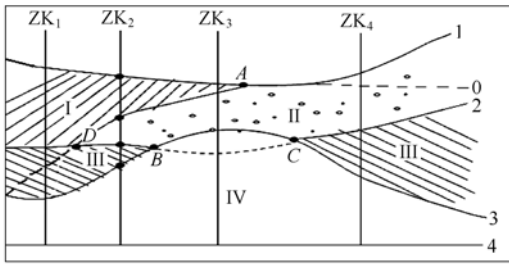


图 4 典型地层模型^[4]
Fig.4 Typical stratum model^[4]

被裁剪掉的, 表达地质地层的尖灭现象。

为了实现 TIN 的裁剪, 必须精确确定 Delaunay 三角网之间的交线, 将交线作为约束边界插入不规则三角网中, 并将 TIN 中的三角形链表分割, 保留有效部分。碰撞检测技术为 Delaunay 三角网之间交线的求取提供了一种有效的手段, 其算法主要有空间分析法(space decomposition)和包围盒法(bounding volume), 其中包围盒法的应用更为广泛, 实现起来也比较容易, 本文采用 S. Gottschalk 等^[13]给出的基于 OBB 树(oriented bounding boxes)快速、有效的碰撞检测算法, 来求取两个 Delaunay 三角网的交线, 其基本思想是对整个 TIN 模型建立 AABB 树(axis aligned bounding boxes), 对 TIN 中三角形建立 OBB 树, 检测时首先找到可能相交的 AABB 对, 再解开可能相交的 AABB 对, 找出 OBB 树中相交的 OBB 对, 再对相交的 OBB 对中的三角形对运用更精确的求交算法, 求取三角形对的交线, 最后将三角形对之间的交线首尾相连, 形成了 TIN 之间的交线 Polyline。

地质层面的交线求得后, 要将形成的多段线 Polyline 作为约束插入 Delaunay 三角网中, 然后以此约束为界将 TIN 模型中的三角形链表分割, 保留有效的部分, 即可完成地层的裁剪运算。Delaunay 三角网中插入约束的算法, 是测绘学科和计算机科学研究的热点问题, 许多文献都给出了成熟的算法, 本文根据 M. Kallmann 等^[14]提供的基础理论, 实现了相关算法。如图 5 所示即为 TIN 的裁剪效果, 图中线框部分代表被裁剪掉的部分。

2.2.3 地质层面的缝合

通过以上过程完成了地质层面的构模, 以及地质层面的裁剪, 但是还必须将地质层面进行侧面缝合, 才能达到三维显示的目的。地质层面缝合的办法是先抽取地层层面 TIN 模型在边界上的点集, 并

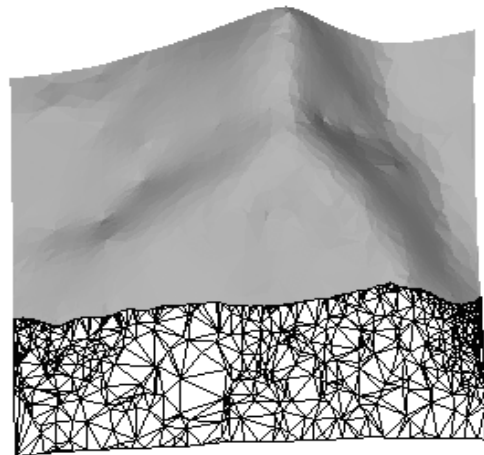


图 5 地质层面的裁剪
Fig.5 Cutting of geology interface

将这些点集组合成多边形——模型的侧面, 再将多边形三角化即可完成地质层面的缝合, 这样就形成了由模型侧面包裹地质层面形成的三维地质模型。图 6 即为相邻地层面缝合形成的侧面(线筐图)。

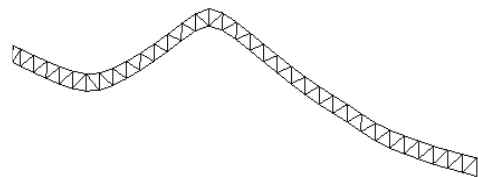


图 6 相邻地层面缝合形成的侧面(线筐图)
Fig.6 Wireframe of a side face by mending of adjacent layers

2.3 地表工程开挖模拟

地表工程开挖现象在岩土工程活动中极为普遍, 工程开挖体也是由不同的开挖面组合而成, 可以将开挖面也用 TIN 模型表达, 图 7 所示为边坡开挖示意图, 开挖面是由 $F_1 \sim F_4$ 面组成, 可以将 $F_1 \sim F_4$ 面用 TIN 面表达, 只是这样的 TIN 面为仅由两个 Delaunay 三角形组合成的矩形, 这样就可以对开挖面和地质层面进行求交和裁剪运算, 再将裁剪后的开挖面和地质层面进行层面缝合, 即可形成开挖后的三维模型。图 7 中开挖体的形成就是对 F_4 和地形面 L_1 进行求交和裁剪, 地质层面缝合的时候将 $F_1 \sim F_4$ 面以及 L_1 面中保留的部分与相邻的地质层面进行缝合, 形成开挖后的地质三维模型。

3 三维建模及分析系统的设计

3.1 系统开发环境及功能

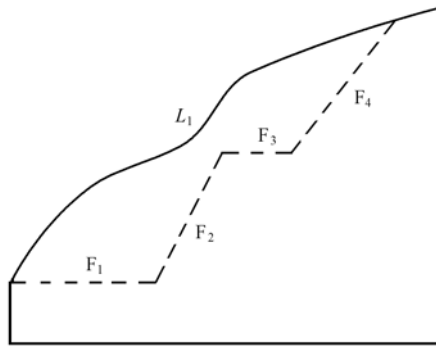


图7 边坡开挖示意图

Fig.7 Example of a slope being excavated

系统开发采用面向对象高级开发语言 VC++, 结合先进的 GIS 技术, 采用组建(COM)编程思想, 三维模型的可视化采用完全开放的可视化开发类库 VTK(visualization ToolKit)^[15], 它具有强大的三维显示功能、高速缓存处理能力以及设备无关性等优点, 使得系统具备快速三维浏览和良好的可扩展性, 以及可移植性等优点。系统主要包括两大主功能模块: 2D GIS 系统和三维建模系统, 其中, 2D GIS 系统主要负责三维建模基础数据的组织和管理, 包括各种勘探数据的导入和编辑功能; 三维建模系统利用 2D GIS 系统提供的数据建立工程地质三维模型, 包含地质 TIN 面的各种生成方式, 以及 TIN 面的求交、裁剪、缝合功能, 此外还有图层控制、纹理映射、工程开挖和基本的三维分析等功能。

3.2 地质信息三维可视化

地质信息三维可视化属于三维地质建模的后期表现过程, 是在三维地质模型的建立基础上, 采用计算机图形技术, 将几何描述以 3D 真实感图像的形式予以表现。其中颜色(或材质)、光照, 以及纹理等是重要的“渲染”技术^[9], 合理的利用这些技术可以建立更加逼真的三维地质模型。一般可简单地用颜色显示区分各地层, 同时断层、水位面等地质曲面也可以简化为连续三维曲面的方式去表达, 并加以颜色区分, 但为了更真实地反映各地层, 可以通过不同颜色和实际岩土照片材质对不同地层进行纹理映射, 地质三维可视化模型能够形象地表达工程地质的真实形态特征以及构造要素的空间关系, 结合三维信息处理和空间分析功能, 可以使工程地质分析更为直观和准确。系统开发了良好的图层控制功能, 可以方便地更改地质层面的颜色、可见性、透明度, 以及纹理材质, 此外, 还有三维场景控制功能, 包括任意放大、缩小、旋转模型, 以

及光源、视点控制等功能模块, 实现了对地质信息逼真的三维表达。

3.3 基于三维模型的基本分析功能

3.3.1 地质剖面绘制

工程地质剖面分析只要包括地质横剖面图、纵剖面图、平切剖面图、斜切剖面图及曲面切剖面图等方面的剖切分析, 基于三维地质模型能够很方便地进行这些剖切分析, 其运算操作的理论基础是布尔切割算法, 主要是剖切面与三维实体间的切割操作。其基本步骤是先通过初始点和法向量来定义剖切面, 然后对各地层面求取交线, 组合交线即可得到地质剖面, 但上述方法确立的是模型的三维剖面, 还需进一步通过数学映射将三维剖切面转换为规范的二维地层剖面图。

3.3.2 岩体分布面积计算及体积计算

岩土体分布面积和体积计算在岩土工程分析中也很有必要, 如滑坡治理中的滑坡体表面面积及体积计算, 以及工程开挖和回填处理的岩土体体积计算等等。本系统采用 TIN 来构造复杂的地质曲面, 而且采用的四方数据结构记录了 TIN 中三角形面片的顶点坐标, 由海伦公式可以确定 TIN 中每一个三角形面片的空间面积和投影面积, 累加即可得到岩土体分布的表面面积及投影面积; 体积的计算基本思路是将岩土体表面的三角形与某一水平面(模型底面)上的投影三角形组合成斜三棱柱(棱边平行, 顶底面不平行), 再将斜三棱柱分解为一个三棱柱和四面体, 分别求取体积相加即为斜三棱柱体积, 再将斜三棱柱体积累加即可得到地质体体积, 而且通过相关的运算可以实现对任意复杂形状的地质体体积的计算, 如图 8 所示的滑坡体三维模型, 由于滑坡体模型的上下表面都为 TIN 面, 分别求取 TIN 面与模型底面投影包围形成的岩土体体积, 然后相减即可得到滑坡体的体积。



图8 滑坡体的三维模型

Fig.8 3D model of a slope body

4 工程应用实例

根据以上基本理论, 严格遵循健壮性、应用性、可视性、交互性以及可扩充性等原则, 开发了交互性的三维地质建模系统, 然而基础理论和软件系统的可行性及通用性必须经过工程实践的检验, 并在工程实践中补充和完善, 目前借助该系统已经完成了高边坡、水利水电工程地质, 以及公路边坡开挖三维建模及分析, 如图 9~12 所示, 充分证明了系

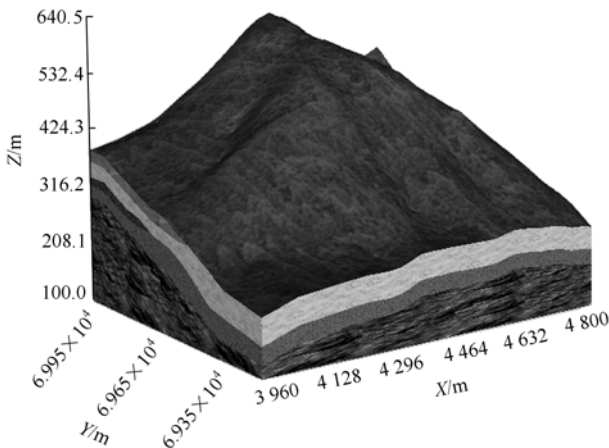


图 9 高边坡三维地质模型
Fig.9 3D geological model of a high slope

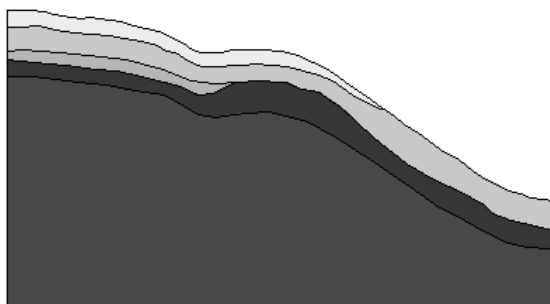


图 10 高边坡工程模型的地层剖面
Fig.10 Stratum section of a high slope model

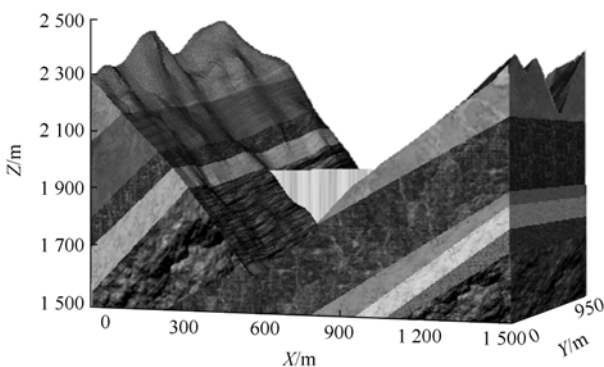


图 11 水利水电工程三维地质模型
Fig.11 3D engineering geology model of a hydraulic and hydroelectric project

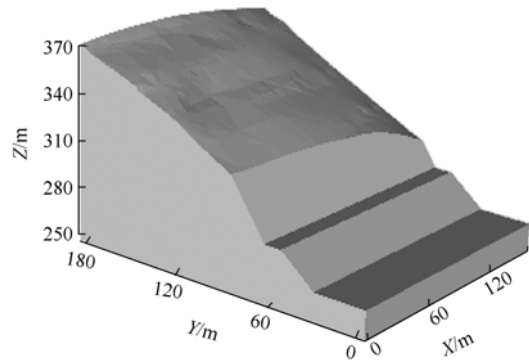


图 12 公路边坡三维开挖模型
Fig.12 3D excavated model of a highway slope

统的可靠性和通用性。

5 结 论

(1) 采用 BRep 和 TIN 的混合三维数据结构, 基于 COM 编程技术, 并借助先进的可视化开发包 VTK, 研制开发了集基础数据管理和三维地质建模及分析为一体的软件系统。

(2) 采用 TIN 来构造地质曲面, 综合考虑基础数据的特点, 采用多种方法来构造 TIN, 实现了地质层面的求交、裁剪、缝合等关键技术, 以及基于三维模型的剖面生成、面积与体积计算等基本分析功能。

(3) 采用图层控制、颜色(材质)、纹理, 以及光源等三维“渲染”技术来逼真的表达三维地层信息。

(4) 已将系统应用于滑坡、高边坡、水利水电工程以及公路边坡的三维地质建模和分析中, 验证了理论方法和软件系统的可靠性和通用性。

参考文献(References):

[1] 朱良峰, 潘 信, 吴信才. 三维地质建模及可视化系统的设计与开发[J]. 岩土力学, 2006, 27(5): 828 - 832.(ZHU Liangfeng, PAN Xin, WU Xincan. Mechanism and implementation of error correction for 3D strata model[J]. Rock and Soil Mechanics, 2006, 27(5): 828 - 832.(in Chinese))

[2] 钟登华, 李明超. 水利水电工程地质三维建模与分析理论与实践[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2006.(ZHONG Denghua, LI Mingchao. Theories and application of 3D engineering geology modeling and analysis to hydroelectric projects[M]. Beijing: China

- Water Power Press, 2006.(in Chinese))
- [3] 钟登华, 李明超, 杨建敏. 复杂工程岩体结构三维可视化构造及其应用[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(4): 575 - 580.(ZHONG Denghua, LI Mingchao, YANG Jianmin, et al. 3D visual construction of complex engineering rock mass structure and its application[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, 24(4): 575 - 580.(in Chinese))
- [4] 王纯祥, 白世伟, 贺怀建. 三维地层可视化中的地质建模研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2003, 22(10): 1 722 - 1 726.(WANG Chunxiang, BAI Shiwei, HE Huaijian. Study on geological modeling in 3D strata visualization[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2003, 22(10): 1 722 - 1 726.(in Chinese))
- [5] 何满潮, 李学员, 刘 斌, 等. 非层状岩体三维可视化构模技术研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(4): 774 - 779.(HE Manchao, LI Xueyuan, LIU Bin, et al. Study on the 3D visual modeling technique of uncertified rock masses[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, 24(4): 774 - 779.(in Chinese))
- [6] 柴贺军, 黄地龙, 黄润秋, 等. 岩体结构三维可视化及其工程应用研究[J]. 岩土工程学报, 2001, 23(2): 217 - 220.(CHAI Hejun, HUANG Dilong, HUANG Runqiu, et al. 3D visualization of rock mass structure and its application to engineering[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2001, 23(2): 217 - 220.(in Chinese))
- [7] 陈昌彦, 张菊明, 杜永康, 等. 边坡工程地质信息的三维可视化及其在三下船闸边坡工程中的应用[J]. 岩土工程学报, 1998, 20(4): 1 - 6.(CHEN Changyan, ZHANG Juming, DU Yongkang, et al. 3D visualization of geoinformation in slope engineering and its application to the permanent shiplock slope in the Three Gorges Project[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1998, 20(4): 1 - 6.(in Chinese))
- [8] 李邵军, 冯夏庭, 杨成祥. 基于三维地理信息的滑坡监测及变形预测智能分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(21): 3 673 - 3 678.(LI Shaojun, FENG Xiating, YANG Chengxiang. Landslide monitoring and intelligent analysis of deformation prediction based on 3D geographic information[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2004, 23(21): 3 673 - 3 678.(in Chinese))
- [9] 孙家广. 计算机图形学[M]. 3版. 北京: 清华大学出版社, 1998: 75 - 98.(SUN Jiaguang. Computer graphics[M]. 3rd ed. Beijing: Tsinghua University Press, 1998: 75 - 98.(in Chinese))
- [10] GUIBAS L, STOLFI J. Primitives for the manipulation of general subdivisions and the computation of Voronoi diagrams[J]. ACM Transactions on Graphics, 1985, 4(2): 74 - 123.
- [11] 李志林, 朱 庆. 数字高程模型[M]. 2版. 武汉: 武汉大学出版社, 2003: 78 - 92.(LI Zhilin, ZHU Qing. The digital elevation model[M]. 2nd ed. Wuhan: Wuhan University Press, 2003: 78 - 92.(in Chinese))
- [12] GARLAND M, HECKBERT P S. Fast polygonal approximation of terrains and height fields[J]. School of Computer Science, 1995, 19(9): 181 - 221.
- [13] GOTTSCHALK S, LIN M C, MANOEHA D. OBBTree: a hierarchical structure for rapid interference detection[J]. Computer Graphics, 1996, 30(8): 171 - 180.
- [14] KALLMANN M, BIERI H, THALMANN D. Fully dynamic constrained Delaunay triangulations[J]. Geometric Modeling for Scientific Visualization, 2003, 21(8): 2 684 - 2 702.
- [15] SCHROEDER W J. The VTK user's guide[M]. Kitware: VTK Inc., 2001: 1 - 497.