

# 准周期聚焦 - 加速耦合系统的均温设计方法

傅世年<sup>1</sup> 关遐令<sup>2</sup> 方守贤<sup>1</sup>

1(中国科学院高能物理研究所 北京 100039)

2(中国原子能科学研究院 北京 102413)

**摘要** 强流质子直线加速器要求严格控制束流损失和束流发射度增长。理论已经证明,强的空间电荷作用在不同自由度之间的耦合,会因为其间的温度差异,通过束流的相干不稳定性,使束流发射度增长。因此,有必要按照均温的原则设计强流加速器。但是,由于质子直线加速器的各种加速结构均为准周期耦合系统,使得均温设计十分繁琐而难以达到完全均温。我们利用国际上通用的束流动力学软件 TRACE3-D,给它补充了均温设计功能,通过与 PARMILA 程序的配合使用,可以方便地在加速器设计中实现均温条件。本文将介绍我们对 TRACE3-D 的修改补充,并以强流质子直线加速器设计实例,说明均温设计的必要性。

**关键词** 强流质子直线加速器 均温设计 TRACE3-D 程序

## 1 引言

强流质子直线加速器有着广泛而又重要的科学和应用价值<sup>[1]</sup>。它可以作为散裂中子源,为 21 世纪初中子核科学以及材料科学、航天科技、生命科学等交叉学科的发展提供平台;也可用来驱动次临界反应堆,用于洁净核能生产、嬗变核废物等;还可用于中微子工厂、 $\mu$  子对撞机等高能物理领域。因此,近 10 年来,强流质子加速器的研究正成为国际加速器界的一个重点,美国、日本、西欧、俄国以及韩国均提出了各自的强流质子直线加速器建造计划,有的已经开始建造。在国家重点基础研究发展规划项目(即“973 计划”)的支持下,我国也已开展强流质子加速器的研究,用于洁净核能生产的目的。

强流质子直线加速器中的一个关键物理与技术难题是束流损失问题。束流损失在加速器上所产生的感生放射性,会妨碍人们对机器必要的手工维护。强流束中束晕的形成和束流发射度的增长,是引起束流丢失的重要原因。通过束流物理研究,人们已经认识到,束流的匹配设计和均温设计是抑制束晕形成和束流发射度增长的有效措施。

强流质子直线加速器在不同能量段,一般采用不同的加速结构,它们通常包括 RFQ, DTL, SDTL, CCL 和超导加速器。由于质子速度的变化,这些加速器形成的聚焦 - 加速结构

均为准周期系统。设计这些加速器常用的软件包括设计 RFQ 的 PARMTEQ 和其他加速结构的 PARMILA<sup>[2]</sup>。不过这两个程序本身都不具有匹配设计和均温设计的功能，人们通常还要利用 TRACE3-D<sup>[3]</sup> 程序来进行匹配设计。但是，TRACE3-D 程序没有均温设计功能，而直接应用均温理论，来设计一个很长的准周期系统，是一件十分繁琐的工作，并且很难做到完全均温。RFQ 加速器的均温设计程序已经在陈佳洱、方家训教授的指导下，由李德山博士完成<sup>[4]</sup>，并用于德国的 RFQ 加速器的设计之中。我们通过修改和增补 TRACE3-D 程序，使它具有均温设计功能，与 PARMILA 程序配合使用，人们可以十分容易地实现上述各种加速结构（除 RFQ）的均温设计。

本文将首先简要地给出强流加速器的均温理论基础，然后说明我们对 TRACE3-D 程序的修改和补充，最后，以一个强流质子 DTL 加速器为例，说明均温设计对控制束流发射度增长的重要意义。

## 2 均温设计的理论基础

根据强流束的空间电荷作用理论，在射频直线加速器中，如果束流在横向和纵向相空间之间有不同的温度，则束流会通过空间电荷作用产生的横向与纵向的耦合，在相干不稳定性驱动下，使两个方向的温度趋于一致，即均温或能均分(Equipartitioning)<sup>[5]</sup>，其后果是引起束流发射度的增长和束晕的形成。由于束团在纵向总是受到非线性高频场的作用，其温度会在加速过程中升高，于是，这种均温的过程会不断地使横向发射度增大。如果我们把束流设计得总是保持均温状态，则可避免均温过程的发生。

强流束理论揭示，对于连续聚焦系统中的匹配束流，其温度可由其发射度和束流半径来决定，横向与纵向的热能比可表示为<sup>[6]</sup>：

$$\frac{K_B T_{\perp}}{K_B T_{\parallel}} = \gamma_0^2 \frac{\epsilon_{nx}^2}{\epsilon_{nz}^2} \frac{z_m^2}{a^2},$$

其中  $K_B$  为 Boltzmann 常数， $\gamma_0$  是粒子的相对论因子， $\epsilon_{nx}$  和  $\epsilon_{nz}$  分别为束流在横向和纵向的规一化发射度， $z_m$  和  $a$  分别是束团的纵向和横向半径。上式也可用横向与纵向带空间电荷效应的聚焦波数  $k_x, k_z$  来表示

$$\frac{T_{\perp}}{T_{\parallel}} = \frac{k_z}{k_x} \frac{\epsilon_{nx}}{\epsilon_{nz}}.$$

为满足均温条件  $T_{\perp} = T_{\parallel}$ ，(1) 或 (2) 式必须等于 1，即

$$\gamma_0 \frac{\epsilon_{nx}}{\epsilon_{nz}} \frac{z_m}{a} = 1,$$

或者

$$\frac{\epsilon_{nx}}{\epsilon_{nz}} \frac{k_z}{k_x} = 1.$$

由于横向与纵向波数  $k$  均是束流半径  $z_m$  和  $a$  的函数

$$k_z^2 = k_{x0}^2 - \frac{3}{2} \frac{N r_c}{\beta_0^2 \gamma_0^3} \frac{1}{a^2 z_m} \left( 1 - \frac{g}{2} \frac{a^2}{\gamma_0^2 z_m^2} \right),$$

$$k_z^2 = k_{z0}^2 - \frac{3}{2} \frac{Nr_c}{\beta_0^2 \gamma_0^5 z_m} g, \quad (6)$$

人们通常采用(3)式作为均温条件。在一个均匀聚焦系统中,匹配束流半径的近似解可表示为

$$a \approx \left[ \left( \frac{3}{2} \right)^2 \frac{Nr_c}{\beta_0^2 \gamma_0^2} \frac{1}{k_{z0}^2} \left( \frac{k_{x0}^2}{k_{z0}^2} + \frac{1}{2} \right)^{-2} + \left( \frac{\epsilon_{nx}}{\beta_0 \gamma_0 k_{z0}} \right)^{3/2} \right]^{\frac{1}{3}},$$

$$z_m \approx \left[ \left( \frac{2}{3} \right) \frac{Nr_c}{\beta_0^2 \gamma_0^5 k_{z0}^2} \left( \frac{k_{x0}^2}{k_{z0}^2} + \frac{1}{2} \right) + \left( \frac{\epsilon_{nx}}{\beta_0 \gamma_0^3 k_{z0}} \right)^{3/2} \right]^{\frac{1}{3}}. \quad (8)$$

(5)一(8)式中,  $\beta_0$  为束团中心粒子的速度与真空中的光速之比,  $k_{x0}$  为横向零电流波数,  $k_{z0}$  为纵向零电流波数,  $N$  为束团中的粒子数,  $N = I/qf$ ,  $I$  为电流强度,  $q$  为粒子电荷量,  $f$  为射频频率,  $r_c$  为粒子的经典半径,  $r_c = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 mc^2}$ ;  $g$  为束团的形状因子。当  $\gamma_0 \frac{z_m}{a} \leq 4$  并且

$$\frac{b}{a} \geq 5 \text{ 时} (b \text{ 为束孔半径}), g \approx 2\gamma_0 \frac{z_m}{3a}.$$

虽然以上均温理论是在均匀聚焦系统中推导出来的,但它也适用于匹配的周期聚焦系统,在光滑近似下,我们可以将上式中的波数看作周期系统的波数,则周期系统可以等效为一个均匀系统,以上(3)一(8)式仍然适用于周期聚焦系统。一个周期的纵向零电流波数为

$$k_{z0} = \left[ -\frac{q}{mc^2} \frac{2\pi}{\lambda} \frac{1}{\beta_0^3 \gamma_0^3} \frac{1}{L} \sum_{i=1}^n E_{0i} L_i T_i \sin \phi_i \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (9)$$

其中  $q$  为粒子电荷,  $m$  为粒子质量,  $c$  为真空中光速,  $\lambda$  为真空中射频波长,  $L$  为一个周期中单元的总长度,  $E_{0i}$ ,  $L_i$ ,  $T_i$ ,  $\phi_i$  分别为一个周期中第  $i$  个单元的加速场强、单元长度、渡越时间因子和同步相位,  $n$  为一个周期中的单元数。横向零电流波数  $k_{x0}$  与一个周期的零电流相移  $\sigma_{x0}$  的关系为  $\sigma_{x0} = L k_{x0}$ , 而一个周期的零电流相移可由一个周期总传输矩阵  $M$  求得

$$\cos \sigma_{x0} = \frac{\text{Tr}(M)}{2}. \quad (10)$$

周期系统的波数将随系统构成的复杂性变成系统参数的一个复杂函数,这将使设计系统参数达到均温目的成为一个比较繁琐的工作。较为简单的周期系统是 DTL 加速器,对于 FODO 周期结构,DTL 一个周期的横向传输矩阵为

$$M = D_4 Q_F D_3 G_2 D_2 Q_B D_1 G_1, \quad (11)$$

其中

$$D_i = \begin{bmatrix} 1 & (L_i - l_\vartheta)/2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, G_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \kappa_i & 1 \end{bmatrix}, Q_F = \begin{bmatrix} \cos \theta_F & \frac{1}{\sqrt{\kappa_F}} \sin \theta_F \\ -\sqrt{\kappa_F} \sin \theta_F & \cos \theta_F \end{bmatrix},$$

$$Q_B = \begin{bmatrix} \cosh \theta_B & \frac{1}{\sqrt{\kappa_B}} \sinh \theta_B \\ \sqrt{\kappa_B} \sinh \theta_B & \cosh \theta_B \end{bmatrix}, \quad \theta_\vartheta = \sqrt{\kappa_\vartheta} l_\vartheta, \kappa_\vartheta = \frac{q}{mc} \frac{B_\vartheta}{\beta_0 \gamma_0},$$

$B_q$  为四极透镜的磁场梯度,  $l_q$  为四极透镜的有效长度,  $Q$  取  $F$  或  $D$ , 对应于聚焦和散焦透镜, 射频场的散焦作用由  $G_i$  矩阵描述, 其中  $\kappa_i = \frac{-\pi q E_{0i} L_i T_i \sin \phi_i}{mc^2 \lambda \beta_0^3 \gamma_0^3}$ . 而对于超导加速器的 FDO 聚焦周期, 零电流的横向相移的计算将由于加速单元的增多而变得更加复杂, 这里就不再写出其表达式. 一般来说, 由于  $E_{0i}, L_i, \phi_i$  都是由纵向粒子动力学决定的, 因此最好通过选取适当的四极透镜的磁场梯度来达到均温设计的目的.

### 3 TRACE3-D 程序的增补

从上节可见, 虽然均温条件非常简单, 但即使是对很简单的周期系统——DTL 的 FODO 周期系统, 实现均温设计的计算是相当复杂的. 而实际加速器还不是真正的周期系统, 而只是一个准周期系统. 由于加速的作用, 每个周期的几何参数,  $\beta_0, \gamma_0$  都不相同, 而渡越时间因子也是变化的,  $E_0$  和  $\phi$  也可能按一定斜率变化. 要进行由上百个周期组成的一段加速结构的均温设计, 需要大量的计算. 除准周期带来的困难外, 均温条件中的束流发射度也会变化, 其变化规律更难以事先给出, 必须按不同设计, 随粒子动力学计算来动态地确定. 由于所有这些量随粒子能量提高的变化关系, 均难以用解析表达式给出, 以前人们在进行均温设计时, 实际上都不能达到完全均温.

我们注意到, 除 RFQ 以外, 质子直线加速器的各种加速结构的周期参数随能量的变化都可由 PARMILA 程序给出, 特别是, PARMILA 程序还为 TRACE3-D 程序输出了一个输入文件, 这就为我们利用 TRACE3-D 程序提供了很好的数据准备. 另外, TRACE3-D 还考虑了空间电荷效应的线性部分、射频场引起的束流发射度的增长等因素, 可基本上将发射度变化的因素考虑在设计过程中. 因此, 在 PARMILA 程序的配合下, 利用 TRACE3-D 程序, 是实现均温设计的较好途径. 基于这样的考虑, 我们选择 TRACE3-D 程序, 对它进行了修改和补充, 使它能够完成准周期聚焦 - 加速结构的均温设计.

从 Los Alamos 国立实验室下载的 TRACE3-D 程序 WINDOW 版虽然使用方便, 但 Los Alamos 没有提供源程序, 因此我们选择了有源程序的 UNIX 版本进行修改. 直到 TRACE3-D 的最新版, 都还没有完成原来计划要做的周期系统设计功能, 因此, 原来用于周期系统设计的“K”命令仍然是空缺的无效命令. 经修改后的程序利用“K”命令来进入周期系统的均温设计. 另外, 考虑到零电流的等相移设计也是质子直线加速器匹配设计中常用的一种方案, 键入“K”命令后, 还可选择均温或等相移两种设计方法的其中之一, 人们可以方便地比较两种方案的优缺点. 引入等相移设计的另一个好处是, 人们可以选取一种“等相移”设计作为均温设计的初始状态, 来进行均温设计. 由上节均温设计的计算方法中我们可以看出, 若以四极透镜的磁场梯度作为设计变量, 均温条件给出的是一组(若同时考虑横向的  $x$  和  $y$  方向)高度非线性的方程, 它们具有多解. 在用数值方法求解时, 不同的初值可以给出不同的均温设计方案. 所以, 有机会针对一台加速器的具体情况和要求, 作出多个均温设计, 比较选取一个最好的方案. 这一多解特性, 也成为修改工作的主要困难之一, 因为, 它可能引致不匹配, 从而破坏均温的先决条件.

使用修改后的 TRACE3-D 进行均温设计的过程是:

- 1) 利用 PARMILA 程序进行粒子动力学设计. 由于 PARMIAL 程序给出了横向聚焦系统的几种设计方法, 可以任意选择一种.
- 2) 修改 PARMILA 输出的 TRACE3-D 输入文件, 包括添加初始束流参数和使射频间隙计入发射度增长计算, 另外, 还要使这个文件符合 TRACE3-D 的 Namelist 输入格式.
- 3) 进行 TRACE3-D 均温设计计算. 首先对第一周期进行三维匹配设计, 这是 TRACE3-D 已有功能(即匹配类型 4). 其次, 可选择直接进行均温设计, 也可选择先进行等相移设计, 然后再进行均温设计. 每次设计均会改变透镜梯度, 因此都需要对第一周期进行一次三维的匹配设计, 才能进行均温设计. 因为匹配是均温的前提条件, 正如上节的均温理论中所指出的那样.
- 4) PARMILA 输入数据的修改. 当得到既匹配又均温的满意设计后, 将设计出来的透镜磁场梯度数据拷贝入 PARMILA 的输入文件, 修改后的 TRACE3-D 会以 PARMILA 的一种输入格式(即 Change2)给出这组数据. 另外, 还要修改 PARMILA 输入相椭圆参数(TRACE3-D 的“C”命令可按 PARMILA 使用的单位给出这组匹配椭圆参数).

## 4 均温设计的应用实例

为了说明均温设计的意义, 以一段 DTL 加速器为例, 采用修改后的 TRACE3-D 程序和 PARMILA 程序, 比较均温和非均温设计的两种模拟结果. 这段 DTL 加速器的主要参数如表 1 所列.

表 1 DTL 加速器及束流的主要参数

频率 $f$	324MHz	流强 $I$	60mA
注入能量 $W_0$	3MeV	聚焦结构	FODO
输出能量 $W$	13MeV	初始规一化发射度(RMS) $\epsilon_{nx}$	0.0931mm-mrad
加速梯度 $E_0$	2.5MV/m	$\epsilon_{ny}$	0.0925mm-mrad
同步相位 $\phi$	-30°	$\epsilon_{nz}$	0.135Deg-MeV
单元数	51		

采用表 1 参数, 分别按零电流横向相移为 50° 和均温条件进行了设计计算. 图 1 画出了均温因子  $\frac{\epsilon_{nz}}{\epsilon_{nx}} \frac{k_z}{k_x}$  沿加速器的变化, 其中非均温曲线即是零电流横向相移为 50° 的情况. 它显示, 束流在加速器入口处, 纵向温度比横向温度高出近 3 倍, 然后逐渐降低. 均温设计时, 其均温因子在图 1 中基本等于 1. 在加速器的入口处, 并不要求束流已达均温, 而只要求束流与加速器相匹配. 实际上, 这里均温设计的加速器, 束流在人口处的均温因子等于 1.37, 而不等于 1, 而进入加速器后, 通过调整四极透镜的梯度, 才使束流保持均温状态. TRACE3-D 输出的均温设计结果如图 2 所示. 从图中包络线良好的周期性可见, 束流获得了很好的匹配. 我们把非均温和均温设计的透镜磁场梯度放入 PARMILA 的输入文件中, 采用了 10,000 个宏粒子进行 PARMILA 的模拟, 图 3 是粒子的 RMS 发射度沿加速单元的变化曲线. 由图 3(a)可见, 按均温条件设计时, 束流横向发射度增长比非均温的小几倍,

基本上没有增长。而非均温束流的横向发射度有显著增长。在纵向,两种设计下束流发射度都有增长,特别是在刚进入加速器的前几个单元,此时,束流纵向包络较大,非线性高频场对发射度增长的贡献较多,如图3(b)所示,而均温设计时发射度增长比非均温设计的多一些。比较图3的横向与纵向的束流发射度的增长,可看出,均温设计阻止了纵向温度向横向的传递,因此纵向发射度增长较多,而横向增长少。

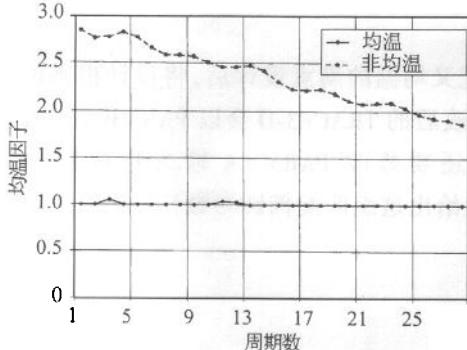


图1 均温与非均温设计时的均温因子沿加速器的变化

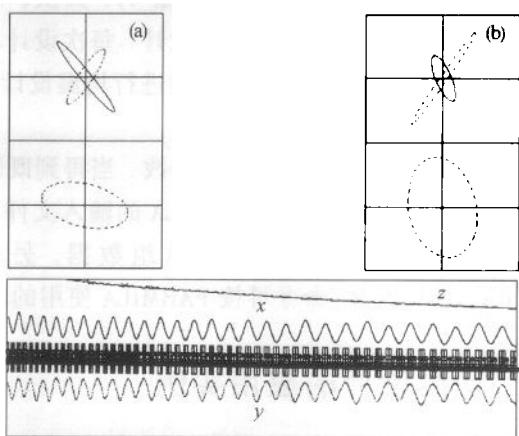


图2 利用修改后的 TRACE3-D 设计的‘均温’DTL 加速器

图的上半部是束流的输入(a)、输出(b)相空间图,下半部是束流包络沿束线的图形,3条包络线从上到下依次是z,x,y方向。

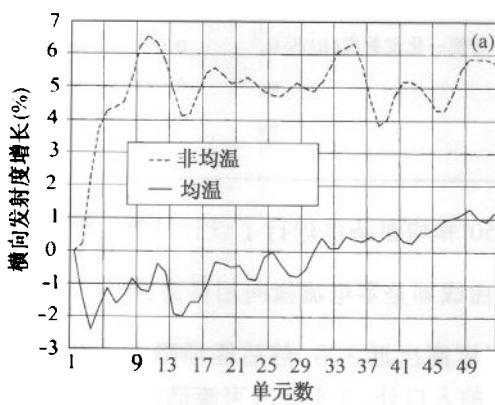
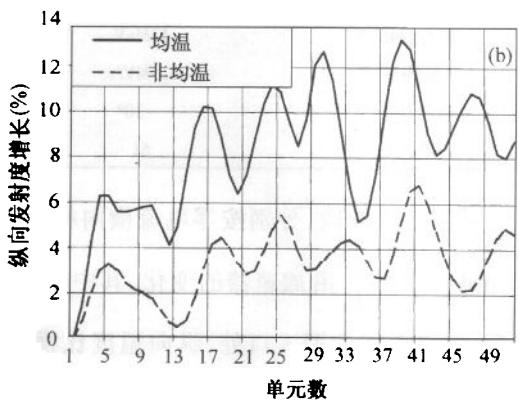


图3 均温和非均温设计时束流横向(a)和纵向(b)发射度的变化

以上计算实例表明,采用修改后的 TRACE3-D 程序,能够方便地设计出满足均温条件的加速器,在强流的情况下,使加速器束流一直保持均温状态,有利于控制束流发射度的增长,减少束流损失。



## 结束语

本文按照强流束的均温理论,修改了 TRACE3-D 程序,使它具有了设计准周期聚焦 - 加速耦合系统均温束流的能力。并用修改后的程序作了实例计算。PARMILA 模拟显示,强流束的均温设计具有较小的束流发射度增长。我们相信,修改后的 TRACE3-D 程序将成为强流加速器均温设计的方便工具,并可利于它对均温设计的问题进行更深入的物理研究,这正是我们下一步要开展的工作。

作者感谢洁净核能小组各位同事的合作与支持。

## 参考文献 (References)

- 1 FANG Shou-Xian. Important Applications of Intense-beam Proton Accelerators. On the VI National Annual Academic Meeting on Accelerators, 2000 (in Chinese)  
(方守贤. 强流质子加速器的重大应用. 第六届全国粒子加速器学术年会, 2000)
- 2 Takeda H. PARMILA. LA-UR - 98 - 4478, 1998, Revised Feb. 16, 2000
- 3 Crandall K R, Rusthoi D P. TRACE3-D Documentation, LA-UR-97-886
- 4 LI De-Shan. Research on the Dynamics Design of Intense-beam RFQ Accelerators. Doctorate Thesis, Peking University, 1996  
(in Chinese)  
(李德山. 强流 RFQ 加速器的动力学设计研究, 北京大学博士学位论文, 1996)
- 5 Jameson R A. AIP Conference Proceedings, Wurtele J S ed. 1993, 279:969
- 6 Reiser M. Theory and Design of Charged Particle Beams, John Wiley & Sons, Inc., 1994

## Equipartitioning Design Method of a Quasi-Periodic Focusing-Accelerating Coupled System

FU Shi-Nian<sup>1</sup> GUAN Xia-Ling<sup>2</sup> FANG Shou-Xian<sup>1</sup>

1(Institute of High Energy Physics, CAS, Beijing 100039, China)

2(China Institute of Atomic Energy, Beijing 102413, China)

**Abstract** Intense-beam proton linac sets a very severe requirement on the control of beam loss and emittance growth. Beam physics theory demonstrates that coupling of the strong space charge effect between different freedoms with different temperature will surely increase the beam emittance in the way of beam coherent instability. Therefore it is necessary to design an intense beam accelerator in accordance with the equipartitioning principle. However, this design is too tedious to reach full equipartitioning because the real proton linac is a quasi-periodic coupling system. Thus, we made a few modifications to TRACE3-D, which is a popular code in beam dynamics, and added the equipartitioning design function to it. When the modified TRACE3-D is used together with the PARMILA code, it is easy to realize equipartitioning. This paper will introduce the modification to TRACE3-D code, and then illustrate its application to the design of a DTL linac section, which shows the importance of equipartitioning design in the intense beam linac.

**Key words** intense beam proton linac, equipartitioning design, TRACE3-D code