

# 夸克胶子等离子体中的次领头阶 得拜屏蔽质量\*

侯德富 李家荣

(华中师范大学粒子物理研究所 武汉 430070)

1995-06-26 收稿

## 摘 要

采用实时有限温度下的 QCD, 考虑到胶子的衰减率计算了 QGP 中次领头阶得拜屏蔽质量的贡献, 克服了通常计算中的红外发散的困难, 且不必引入非微扰的磁屏蔽质量作红外截断. 指出了所得结果的正当性和规范无关性并与格点模拟的结果进行了比较.

**关键词** 有限温度 QCD, 得拜屏蔽, 衰减率, 重求和.

## 1 引 言

有限温度下的格点 QCD 预言在足够高的温度和密度下 QCD 将处于退禁闭的夸克胶子等离子体相(QGP). QGP 中存在着多种等离子体激发和等离子体振荡, 它们由色散关系来描述<sup>[1]</sup>. 众所周知等离子体中存在两种重要的集体效应——屏蔽和衰减. 在 QGP 中色荷之间的长程屏蔽使禁闭势变为退禁闭的屏蔽势. 另一方面由于夸克和胶子间的相互作用和散射使 QGP 不稳定或衰减. QGP 中的屏蔽和衰减一直是人们关注的问题, 因为它们与退禁闭相变、重离子高能碰撞后的弛豫和热化有密切的关系<sup>[2-6]</sup>.

QGP 中准粒子激发的领头阶色散关系由高温极限下的单圈费曼图决定, 即所谓的“硬热圈”(HTL)<sup>[6]</sup>. Braaten 和 Pisarski 提出了有限温度 QCD 的重求和方法, 即在作微扰计算时如果粒子动量标度为  $gT$  时需要对硬热圈进行重求和, 这里  $g$  为 QCD 的耦合常数,  $T$  为温度. 然而 QCD 的微扰理论存在另一严重障碍, 即静磁场在硬热圈水平不被屏蔽, 因而会导致高圈计算微扰理论的失败. 通常人们采用手加进一动力学产生的磁屏蔽质量  $M_m(g^2T)$  来克服相应的红外发散的困难<sup>[3]</sup>. 但是目前对  $M_m$  还不是很清楚, 通常认为它与非微扰相关.

本文的目的是提出在研究 QGP 中的次领头阶得拜屏蔽质量时, 同时考虑 QGP 中的两个重要特性——屏蔽和衰减, 从而自治地克服通常计算中的红外发散困难, 并不必引入一磁质量  $M_m$  作截断.

\* 国家自然科学基金资助.

## 2 次领头阶得拜屏蔽质量的计算

通常的得拜质量的定义是依据静纵向胶子自能函数的小动量极限:

$$m^2 = \Pi_{00}(0, K \rightarrow 0). \quad (1)$$

对于  $SU(N)$  非阿贝尔规范理论, 领头阶的静自能具有如下简单形式

$$\Pi_{00}(0, K) = m_0^2 = \frac{1}{3} (N + N_f/2) g^2 T^2. \quad (2)$$

其中  $N_f$  为夸克的味数. 可以看出上式与动量  $K$  无关, 它给出了得拜屏蔽质量的领头阶贡献. 然而高阶纵向胶子自能函数通常与规范相关, 因而定义(1)不再适用. 正确的定义是当  $K^2 = -m^2$  时依据静传播子的极点位置给出<sup>[3]</sup>:

$$m^2 = \Pi_{00}(0, K)|_{K^2 = -m^2}. \quad (3)$$

次领头阶得拜质量对应于重求和的单圈胶子自能图. 由于重求和的费米圈和鬼圈对应更高阶的贡献<sup>[3]</sup>, 只需考虑三胶子和四胶子的重求和图. 如图 1(a)、(b).



图1 胶子重求和自能图

(a) 三胶子作用; (b) 四胶子作用.

在协变规范下胶子的重求和传播子为:

$$G_{\mu\nu}(k) = A_{\mu\nu}(k) \Delta_T(k) + B_{\mu\nu} \Delta_L(k) + D_{\mu\nu} \Delta_\xi(k). \quad (4)$$

$$A_{\mu\nu}(k) = \delta_{\mu\nu} \left( \delta_{ij} - \frac{k_i k_j}{K^2} \right) \delta_{\nu j}; \quad B_{\mu\nu} = \left( \delta_{\mu 0} - \frac{k_\mu k_0}{k^2} \right) \frac{k^2}{K^2} \left( \delta_{\nu 0} - \frac{k_\nu k_0}{k^2} \right);$$

$$A_{T, L} = \frac{1}{k^2 - \Pi_{T, L}}; \quad \Delta_\xi = \xi \frac{1}{k^2}; \quad D_{\mu\nu} = \frac{k_\mu k_\nu}{k^2}, \quad (5)$$

其中  $\Pi_T, \Pi_L$  分别为自能的横向和纵向分量,  $\xi$  为规范参数.

在静极限下热 QCD 的硬热圈为<sup>[6]</sup>:

$$\Pi_L(k_0 \rightarrow 0, K) = \Pi_{00}(k_0 \rightarrow 0, K) = m_0^2 = \frac{1}{3} (N + N_f/2) g^2 T^2, \quad \Pi_T(k_0 \rightarrow 0, K) = 0. \quad (6)$$

将(6)式代入(5)式中得

$$\Delta_L = \frac{1}{k^2 - m_0^2}, \quad \Delta_T = \frac{1}{k^2}. \quad (7)$$

既然在硬热圈水平,  $\Pi_T = 0$ , 静色磁场没有屏蔽, 因而在微扰计算的次领头阶会出现红外发散的困难. 通常用手引进一磁质量作红外截断<sup>[3]</sup>, 但目前人们对磁质量的特性

仍不太清楚。

然而众所周知, 由于成分粒子之间的相互作用、碰撞和散射, QGP 中存在两个重要的集体效应: 得拜屏蔽和耗散效应。前者与胶子自能的实部相关, 并导致质量平方的移动; 后者与自能的虚部相关, 并导致频率的虚部。它们由 QGP 中的色散关系描述<sup>[2,5,7]</sup>。由此可将重求和胶子传播子的横向(纵向)分量写为:

$$\Delta_{T, L} = \frac{1}{k^2 - \text{Re}\Pi_{T, L} - i\text{Im}\Pi_{T, L} - \left(\frac{\text{Im}\Pi_{T, L}}{2k_0}\right)^2}. \quad (8a)$$

其中耗散效应由衰减率表述<sup>[2,5]</sup>

$$v_{T, L} = \frac{\text{Im}\Pi_{T, L}(k_0, K)}{2k_0}. \quad (8b)$$

在研究 QGP 中的次带头阶得拜屏蔽质量时同时考虑 QGP 中的这两个特性是合理的。

为简明起见假定只考虑横胶子的衰减率  $v_T$ , 而推广到包括纵胶子的衰减率是直接的。依(8a)和(8b), 横胶子传播子变为<sup>[7]</sup>

$$\Delta'_T = \frac{1}{(k_0 - iv)^2 - K^2}. \quad (8)$$

因而总的重求和胶子传播子成为:

$$G'_{\mu\nu}(k) = A_{\mu\nu}(k)\Delta'_T(k) + B_{\mu\nu}\Delta_L(k) + D_{\mu\nu}\Delta_\xi(k). \quad (9)$$

利用(9)式和 QCD 的费曼规则, 可计算出图 1(a) 和(b) 的贡献为

$$\begin{aligned} \delta\Pi_{00}(k_0 \rightarrow 0, K) = ig^2 N \int \frac{d^D p}{(2\pi)^D} \left[ \frac{1}{p^2 - m^2} + \frac{1}{(p_0 - iv)^2 - P^2} + (m^2 - K^2)\Delta'_T\Delta_L(p+k) \right. \\ \left. + \frac{1}{4}(\xi - 1)(K^2 + m^2) \frac{P^2 + 2P \cdot K}{(p^2 - i\varepsilon)^2(q^2 - m_0^2)} \right], \quad D=4-\varepsilon, \end{aligned} \quad (10)$$

其中  $q = p + k$ . 过渡到有限温度 QCD, 并采用热场动力学的形式。其“1-1”分量热传播子可写为<sup>[7,8]</sup>:

$$\Delta_{11}^L(p) = \frac{1}{p^2 - m^2 - i\varepsilon} - 2\pi i \delta(p^2 - m^2) n_B(p) = \Delta_0^L + \Delta_\beta^L,$$

$$\Delta_{11}^T(p) = \text{Re} \frac{1}{(p_0 - iv)^2 - P^2} - 2\pi i \text{Im} \frac{1}{(p_0 - iv)^2 - P^2} n_B(p) = \Delta_0^T + \Delta_\beta^T,$$

$$\Delta_{11}^T(p_0 \rightarrow 0, P) = \frac{1}{p^2 - v^2 - i\varepsilon} - 2\pi i \delta(p^2 - v^2) n_B(p). \quad (11)$$

$$n_B(p) = \frac{1}{e^{\beta|p_0|} - 1}, \quad n_B(p_0 \rightarrow 0) \sim \frac{T}{|p_0|}. \quad (12)$$

将(11)式和(12)式代入(10)式中, 可得到与温度相关的贡献为:

$$\delta\Pi_{00}(k_0 \rightarrow 0, K) = ig^2 N \int \frac{d^D p}{(2\pi)^D} \left\{ \Delta_\beta^L(p) + \Delta_\beta^T(p) + (m^2 - K^2)[\Delta_0^L(q)\Delta_\beta^T(p) + \Delta_0^T(p)\Delta_\beta^L(p)] \right\}$$

$$+ \frac{1}{2} (\xi - 1)(K^2 + m^2) \frac{2}{p^2 - i\varepsilon} [\Delta_0(p) \Delta_\beta^2(q) + \Delta_0^2(q) \Delta_\beta(p)] \}. \quad (13)$$

采用有限温度下的维数正规化方法完成上式中的积分后得到<sup>[9]</sup>

$$\delta\Pi_{00}(k_0 \rightarrow 0, K) = \frac{g^2 N T m_0}{2\pi} \left[ -\frac{1}{2} - \frac{\nu}{2m_0} + \frac{m_0^2 - K^2}{2m_0^2} \ln \frac{2m_0 + \nu}{\nu} + \frac{1}{2} (\xi - 1)(K^2 + m^2) \frac{1}{(m_0 - \varepsilon)^2 - K^2} \right]. \quad (14)$$

将(14)式代回定义(3)式中, 可得到得拜屏蔽质量的次领头阶贡献:

$$\delta m^2 = \delta\Pi_{00}(0, K)|_{K^2 = -m^2} = \frac{g^2 N T m_0}{2\pi} \left( -\frac{1}{2} - \frac{\nu}{2m_0} + \frac{m_0^2 - K^2}{2m_0^2} \ln \frac{2m_0 + \nu}{\nu} \right). \quad (15)$$

显然它与规范参数无关.

QGP 中横胶子的衰减率为

$$\nu = \frac{Ng^2 T}{8\pi} \left( \ln \frac{1}{\alpha_s} + 1 \right), \quad \alpha_s = \frac{g^2}{4\pi}. \quad (16)$$

由(16)式和(15)式, 可求得得拜质量的次领头阶贡献与领头阶贡献的比值

$$\delta = \frac{\delta m^2}{m_0^2} = \sqrt{\frac{6}{2N + N_f}} \frac{Ng}{2\pi} \left[ \ln \frac{2\sqrt{\frac{2N + N_f}{6}} + \frac{N}{8\pi} g \left( \ln \frac{1}{\alpha_s} + 1 \right)}{\frac{N}{8\pi} g \left( \ln \frac{1}{\alpha_s} + 1 \right)} - \frac{1}{2} - \frac{\frac{N}{8\pi} g \left( \ln \frac{1}{\alpha_s} + 1 \right)}{2\sqrt{\frac{2N + N_f}{6}}} \right]. \quad (17)$$

对于弱耦合 QCD,  $\alpha_s \ll 1$ , 不难证明该比值是正定的. 这与文献[4]相反, 但与文献[3]一致.

最近高精度格点模拟可给出得拜长度. 对于纯  $SU(2)$  规范理论, 当  $T = 7.8T_c$  ( $T_c$  为临界温度)  $\alpha_s = 0.095$  时高精度格点模拟给出  $\delta = +0.30(9)$ <sup>[10]</sup>. 对比我们的结果, 将  $N = 2$ ,  $N_f = 0$ ,  $\alpha_s = 0.095$  代入(17)式中, 得到  $\delta = +0.41$ , 这与格点模拟的结果及文献[3]的结果相当接近. 文献[3]中分别采用了虚时重求和方法和两 Polyakov 圈关联积分的方法, 且均引入了磁质量作为红外截断.

### 3 结 论

本文通过自洽地同时考虑 QGP 中的两个基本特性——屏蔽和衰减, 在实时有限温度 QCD 的框架下计算了  $SU(N)$  QCD 的重求和单圈胶子自能, 得到了得拜屏蔽质量的次领头阶贡献, 并表明次级贡献的正定性和规范无关性. 由于自洽地考虑了胶子的衰减率, 克服了通常计算中的红外奇异性, 而不必手加进一个磁质量作为红外截断. 特别是

对于电磁等离子体根本不存在磁质量, 因而用磁质量作红外截断的方法不再适用, 而本文的方法可方便地用于热 QED 中集体性质的研究之中.

感谢苏汝铿教授和李学潜教授的宝贵意见. 感谢 Peter Henning 和刘连寿教授的有益讨论.

### 参 考 文 献

- [1] Müller, Physics of Quark-Gluon Plasma, in Proceedings of the Workshop on Pre-equilibrium Parton Dynamics, (Eds. Xingnian Wang), Berkeley, California, 1994; R. Hwa, ed., Quark-gluon plasma, World Scientific, 1990; Proceedings of quark matter'93, *Nucl. Phys.*, **A566** (1994).
- [2] E. Braaten, T. C. Tuan, *Phys. Rev. Lett.*, **66** (1991) 2183; U. Heinz, *Ann. Phys.*, **168** (1986) 148.
- [3] A. Rebhan, *Phys. Rev.*, **D48** (1993) R3967; E. Braaten, A. Nieto, *Phys. Rev. Lett.*, **73** (1994) 2402.
- [4] K. Kajantie, J. Kapusta, *Phys. Lett.*, **101B** (1982) 229; T. Toimela, *Z. Phys.*, **C27** (1985) 289.
- [5] A. Rebhan, *Phys. Rev.*, **D46** (1992) 482; R. D. Pisarski, *Phys. Rev.*, **D47** (1993) 5589.
- [6] R. D. Pisarski, *Nucl. Phys.*, **A525** (1991) 175c; *Phys. Rev. Lett.*, **63** (1989) 1129; E. Braaten, R. D. Pisarski, *Phys. Rev.*, **D42** (1990) 2156; *Phys. Rev. Lett.*, **64** (1990) 1338.
- [7] N. P. Landsman, Ch. G. Van Weert, *Phys. Rep.*, **145** (1987) 141; P. A. Henning, *Nucl. Phys.*, **A571** (1994) 617; N. P. Landsman, *Ann. Phys.*, **186** (1988) 141.
- [8] R. Kobes, *Phys. Rev.*, **D42** (1990) 562; *Phys. Rev.*, **D43** (1991) 1269; I. Ojima, *Ann. Phys.*, **137** (1981) 1.
- [9] Y. Fujimoto, Hou Defu, *Phys. Lett.*, **B335** (1994) 87.
- [10] A. Irbäck *et al.*, *Nucl. Phys.*, **B363** (1991) 34.

## On the Next to Leading Order Debye Screening Mass in QGP

Hou Defu Li Jiarong

(Institute of Particle Physics, Hua-Zhong Normal University, Wuhan 430070)

Received 26 June 1995

### Abstract

The next to leading order Debye screening mass in QGP is calculated by taking into account the damping rate of gluons in the formalism of real time finite temperature QCD, and the infrared singularity in naive calculation is cured without adding to the nonperturbative magnetic screening mass as the cutoff. In addition, the result is shown to be positive and gauge-independent, and is compared with the lattice simulation result.

**Key words** finite temperature QCD, Debye screening, damping rate, resummation.