

粲夸克偶素和 b 夸克偶素的 色屏蔽和分解*

刘 波¹⁾ 董宇兵

(中国科学院高能物理研究所 北京 100039)

1995-02-08 收稿

摘 要

用非相对论的色屏蔽势模型研究粲夸克偶素和 b 夸克偶素束缚态的结合和分解. 用两种参数化形式的位势, 计算了在热力学环境中的色屏蔽长度. 结果表明, 临界屏蔽长度 r_D^c 与位势的形式有密切的关系.

关键词 QGP, Debye 屏蔽, J/ψ 压低.

1 引 言

理论上预言, 在 QGP 的环境中, 由于夸克、反夸克和胶子是退禁闭的, Debye 屏蔽阻止 $c\bar{c}$ 形成束缚态, c 与 \bar{c} 之间的禁闭消失, 从而导致 J/ψ 产额压低. 相对论重离子碰撞中的 J/ψ 产额的压低吸引了理论和实验工作者的极大兴趣. 其原因是相对论重离子碰撞中的 J/ψ 产额压低是作为 QGP 可能形成的信号之一^[1]. 由于夸克的退禁闭与 QCD 势的色屏蔽密切相关^[2,3], 所以研究在色屏蔽位势下的 $c\bar{c}$ 和 $b\bar{b}$ 的结合与分解, 对于了解相对论重离子碰撞中的 J/ψ 产额的压低的物理原因是很有意义的. 本文用两种不同的与温度有关的参数化的位势, 研究粲夸克偶素和 b 夸克偶素的结合和分解.

2 Debye 屏蔽和束缚态的分解

本文用不同的禁闭位计算粲夸克偶素和 b 夸克偶素的束缚态, 并用不同形式的色屏蔽位研究 $c\bar{c}$ 和 $b\bar{b}$ 的退禁闭.

在非相对论的势模型中, $q\bar{q}$ 体系的哈密顿量可写为

$$H(\mathbf{r}, T) = \frac{\mathbf{p}^2}{2m_{qc}} + V_{q\bar{q}}(\mathbf{r}, T), \quad (1)$$

* 国家自然科学基金资助.

1) 中科院理论物理所客座研究人员.

这里 m_{qc} 是 $q\bar{q}$ 体系的约化质量, \mathbf{p} 是相对动量, $V_{q\bar{q}}(\mathbf{r}, T)$ 是夸克和反夸克之间的相互作用, \mathbf{r} 是 $q\bar{q}$ 之间的相对坐标, T 是 $q\bar{q}$ 系统所处环境的温度. 在 $T=0$ 时, $q\bar{q}$ 之间的相互作用可写为^[4-6]

$$V_{q\bar{q}}(\mathbf{r}, 0) = \sigma r^\beta - \frac{\alpha}{r^\beta} + V_0, \quad (2)$$

这里 σ 是禁闭系数, α 是与耦合常数成正比的一个参数, V_0 是零点能量. (2) 式中 β 的不同取值表示不同的禁闭位. $\beta=1$ 是 Cornell 位^[4], $\beta=1/2$ 对应于 Song-Lin 位^[5], $\beta=\frac{3}{4}$ 是 Turin 位势^[6].

当 $q\bar{q}$ 系统所处的热力学环境的温度 T 增高时, 由于 Debye 屏蔽效应, $q\bar{q}$ 之间的禁闭位减弱. 当温度升高到临界温度 T_c 时, $q\bar{q}$ 之间的禁闭位将消失, $q\bar{q}$ 体系的束缚态退禁闭, 分解成连续谱. 在 $T \neq 0$ 时, 由于 Debye 屏蔽, $q\bar{q}$ 之间的相互作用必须修正. 为了研究在热力学环境中 $q\bar{q}$ 系统的性质, 本文采用了两种参数化形式来描述与温度 T 有关的 $q\bar{q}$ 相互作用势. 第一种参数化形式^[2] (以下简称模型 I) 是:

$$V_{q\bar{q}}^I(\mathbf{r}, \mu) = \frac{\sigma}{\mu^\beta} (1 - e^{-(\mu r)^\beta}) - \frac{\alpha}{r^\beta} e^{-(\mu r)^\beta} + V_0, \quad (3)$$

这里 $\mu = \mu(T)$ 是屏蔽质量, 它的倒数是屏蔽长度 $r_D(T) = 1/\mu(T)$. 为了比较不同模型给出的不同结果, 澄清结果与模型的依赖关系, 本文提出另一种参数化的形式 (简称模型 II) 来描述与温度 T 有关的 $q\bar{q}$ 之间的相互作用:

$$V_{q\bar{q}}^{II}(\mathbf{r}, \mu) = \frac{2\sigma}{\mu^\beta} \left(1 - \frac{(\mu r)^\beta}{e^{\mu r} - 1} \right) - \frac{\alpha}{r^\beta} e^{-(\mu r)^\beta} + V_0. \quad (4)$$

在 (3) 和 (4) 式中, 第二项是 Debye 屏蔽位. 在 $T=0$ 时, $\mu(T)=0$, $r_D(T)=\infty$, 相互作用 (3) 和 (4) 式将回到禁闭位 (2) 式.

在非相对论的势模型中, 粲夸克偶素和 b 夸克偶素是 Schrödinger 方程的本征态. 解 Schrödinger 方程:

$$H(\mathbf{r}, \mu) \Phi_{n_l}(\mathbf{r}, \mu) = \varepsilon_{n_l}(\mu) \Phi_{n_l}(\mathbf{r}, \mu), \quad (5)$$

可以得到 $q\bar{q}$ 系统的束缚态质量:

$$M_{n_l}(\mu) = m_q + m_{\bar{q}} + \varepsilon_{n_l}(\mu), \quad (6)$$

以及波函数 $\Phi_{n_l}(\mathbf{r}, \mu)$. 利用求得的波函数就可计算相应束缚态的均方根半径 $\langle r^2 \rangle_{n_l}^{\frac{1}{2}}(\mu)$.

我们所感兴趣的问题是 $q\bar{q}$ 体系束缚态的退禁闭, 即估算解除束缚所需要的分解能:

$$E_{n_l}^{\text{dis}}(\mu) = m_q + m_{\bar{q}} + V_{q\bar{q}}^i(r \rightarrow \infty, \mu) - M_{n_l}(\mu); \quad (i = \text{I}, \text{II}), \quad (7)$$

当 $E_{n_l}^{\text{dis}}(\mu) > 0$ 时有束缚态, 当 $E_{n_l}^{\text{dis}}(\mu) < 0$ 时, 为连续谱.

为了估算粲夸克偶素和 b 夸克偶素束缚态的临界值, 令

$$E_{n_l}^{\text{dis}}(\mu_c) = 0, \quad (8)$$

就可求出相应的临界屏蔽质量 μ_c 和临界屏蔽长度 $r_D^c = \frac{1}{\mu_c}$. 求出了 μ_c 或 r_D^c , 就可以

估算出 $q\bar{q}$ 体系所处的热力学环境的温度, 即了解要使 $q\bar{q}$ 系统分解 (退禁闭) 所需要的温度.

3 结果和讨论

为了便于比较, 本文用了两种不同形式的与温度有关的参数化位势对 $c\bar{c}$ 和 $b\bar{b}$ 系统的束缚和分解进行了计算. 同时, 为了研究参数对结果的影响, 在同一种位势下, 我们用不同参数也做了相应的计算. 计算中所用的参数列于表 1 中.

表 1 相互作用势参数

	σ (GeV $^{1+\beta}$)	α (GeV $^{1-\beta}$)	β	V_0 (GeV)	M_c (GeV)	m_b (GeV)
Ref. [7]	0.192	0.471	1	0	1.32	4.746
Ref. [8]	0.18 for $c\bar{c}$ 0.17 for $b\bar{b}$	0.39	1	-0.84 for $c\bar{c}$ -0.695 for $b\bar{b}$	1.84	5.17
Ref. [9]	0.173	0.494	1	0	1.35	4.75
Ref. [10]	0.182	0.457	1	-0.79	1.79	5.17
Ref. [11]	0.208	0.473	1	-0.545	1.632	5.015
Ref. [5]	0.577	0.875	1/2	-0.908	1.81	5.20
Ref. [6]	0.30	0.644	3/4	-0.78	1.79	5.18

我们首先计算了 $T=0$ 时的 $c\bar{c}$ 主要束缚态的质量 M_{nl} 和均方根半径 $\langle r^2 \rangle_{nl}^{1/2}$, 然后用模型 I 和 (8) 式计算了相应的 μ_c 以及 r_D^c , 所得到的结果在表 2 中给出. 对 $b\bar{b}$ 体系, 相应的计算结果列于表 3 中. 从表 2 和表 3 可看到, 对于 Cornell 位, 用五组不同参数

表 2 $c\bar{c}$ 束缚态的质量谱和用模型 I 计算得到的屏蔽质量和屏蔽长度

nl	$c\bar{c}$		Ref. [7]	Ref. [8]	Ref. [9]	Ref. [10]	Ref. [11]	Ref. [5]	Ref. [6]
1S	J/ ψ (3.097)	M (GeV)	3.070	3.093	3.068	3.106	3.100	3.065	3.110
		$\langle r^2 \rangle^{1/2}$ (fm)	0.446	0.404	0.450	0.395	0.396	0.374	0.402
		μ_c (GeV)	0.70	0.75	0.70	0.75	0.75	2.50	1.20
		r_D^c (fm)	0.282	0.263	0.282	0.263	0.263	0.0789	0.164
2S	ψ' (3.685)	M (GeV)	3.698	3.738	3.661	3.677	3.733	3.668	3.678
		$\langle r^2 \rangle^{1/2}$ (fm)	0.863	0.786	0.880	0.780	0.775	0.796	0.875
		μ_c (GeV)	0.36	0.39	0.33	0.38	0.39	1.50	0.58
		r_D^c (fm)	0.548	0.506	0.598	0.519	0.506	0.132	0.340
3S	ψ'' (4.040)	M (GeV)	4.016	4.046	4.102	4.096	4.104	4.036	4.068
		$\langle r^2 \rangle^{1/2}$ (fm)	1.343	1.094	1.227	1.093	1.089	1.189	1.324
		μ_c (GeV)	0.32	0.27	0.24	0.27	0.27	1.00	0.40
		r_D^c (fm)	0.617	0.731	0.822	0.731	0.731	0.197	0.493
1P	χ_c (3.500)	M (GeV)	3.500	3.569	3.481	3.541	3.509	3.506	3.514
		$\langle r^2 \rangle^{1/2}$ (fm)	0.686	0.625	0.700	0.618	0.621	0.616	0.607
		μ_c (GeV)	0.34	0.37	0.34	0.37	0.38	1.30	0.55
		r_D^c (fm)	0.580	0.533	0.580	0.533	0.533	0.152	0.359

表3 $b\bar{b}$ 束缚态的质量谱和用模型 I 计算得到的屏蔽质量和屏蔽长度

nl	$b\bar{b}$		Ref.[7]	Ref.[8]	Ref.[9]	Ref.[10]	Ref.[11]	Ref.[5]	Ref.[6]
1S	Υ (9.460)	M (GeV)	9.445	9.453	9.410	9.477	9.425	9.450	9.462
		$\langle r^2 \rangle^{1/2}$ (fm)	0.223	0.235	0.221	0.216	0.212	0.218	0.214
		μ_c (GeV)	1.55	1.40	1.55	1.60	1.60	5.00	2.33
		r_D^c (fm)	0.127	0.141	0.127	0.123	0.126	0.0395	0.0847
2S	Υ' (10.023)	M (GeV)	10.004	10.029	9.951	10.016	10.008	10.040	10.040
		$\langle r^2 \rangle^{1/2}$ (fm)	0.503	0.518	0.511	0.492	0.479	0.482	0.485
		μ_c (GeV)	0.66	0.60	0.60	0.65	0.60	2.60	1.00
		r_D^c (fm)	0.299	0.329	0.329	0.304	0.329	0.0759	0.197
3S	Υ'' (10.355)	M (GeV)	10.335	10.337	10.285	10.349	10.373	10.378	10.375
		$\langle r^2 \rangle^{1/2}$ (fm)	0.732	0.749	0.750	0.720	0.699	0.734	0.728
		μ_c (GeV)	0.42	0.40	0.425	0.425	0.425	1.70	0.650
		r_D^c (fm)	0.470	0.493	0.464	0.464	0.464	0.116	0.304
1P	χ_b (9.890)	M (GeV)	9.897	9.903	9.855	9.918	9.899	9.898	9.919
		$\langle r^2 \rangle^{1/2}$ (fm)	0.402	0.414	0.410	0.395	0.384	0.367	0.477
		μ_c (GeV)	0.57	0.57	0.57	0.59	0.61	2.30	0.90
		r_D^c (fm)	0.346	0.346	0.346	0.335	0.323	0.0858	0.219

所计算得到的 μ_c 和 r_D^c 基本上一致, 即对同一种形式的禁闭位, 计算得到的 μ_c 和 r_D^c 对参数不敏感; 但用不同形式的禁闭位 (如 Song-Lin^[5] 或 Turin^[6]) 所求得的 μ_c 和 r_D^c 有较大的差别. 这说明, 禁闭位的形式对屏蔽质量或屏蔽长度的影响是重要的.

利用模型 II, 取 $\beta=1$, 并用文献 [7] 的参数, 求得了 $c\bar{c}$ 和 $b\bar{b}$ 主要束缚态的 μ_c 和 r_D^c . 其结果列于表 4 中. 与表 2 和表 3 中的结果相比较, 结果是不一样的. 表 4 中 μ_c 比表 2 和表 3 中的 μ_c 大, 表 4 中的 r_D^c 比表 2 和表 3 中的 r_D^c 小. 通过比较可以看到, 对同一种禁闭位, 用与温度 T 有关的不同参数化形式的位势, 可以得到不同的 μ_c 和 r_D^c . 上述分析表明, 研究粲夸克偶素和 b 夸克偶素的束缚和分解时, 所采用的相互作用的 form 对结果的影响是重要的. 但从表 2 到表 4 中的结果可见, $r_D^c(\psi') > r_D^c(J/\psi) > r_D^c(\Upsilon)$ 这一关系对不同形式的禁闭位, 以及不同的参数化形式的位势是一致的. 由于 ψ' 的半径比 J/ψ 大, Υ 的半径比 J/ψ 的小, 所以在 QGP 形成的条件达到时, ψ' 首先分解, 然后 J/ψ 再分解, 最后才是 Υ 分解^[12].

表 4 用模型 II 所求得的重夸克偶素分离时的屏蔽质量和屏蔽长度

State	μ_c (GeV)	r_D^c (fm)
J/ψ (3.097)	1.022	0.193
ψ' (3.685)	0.565	0.349
ψ'' (4.040)	0.425	0.464
χ_c (3.500)	0.575	0.343
Υ (9.460)	1.950	0.101
Υ' (10.023)	0.950	0.208
Υ'' (10.355)	0.650	0.304
χ_b (9.890)	0.925	0.213

我们用两种不同的参数化的位势和方程(8)确定了主要的 $c\bar{c}$ 和 $b\bar{b}$ 束缚态的 μ_c 值 (或 r_D^0 值), 借助 μ 与温度 T 的关系式, 可以估算出系统所处的介质的临界温度 T_c . 微扰 QCD 预言^[13]:

$$m_E^2 = \left(1 + \frac{N_f}{6}\right) g^2(T) T^2, \quad (9)$$

这里 $m_E = \frac{1}{2} \mu$, N_f 是轻夸克味道的数目, $g^2(T)$ 是与温度 T 有关的耦合常数, 在 $N_f = 0$ 时, $g^2(T)$ 可表示为^[2]:

$$g^2(T) = \frac{24 \pi^2}{33 \ln(19T/\Lambda_{\overline{MS}})}. \quad (10)$$

格点规范 QCD 的估算给出^[13]

$$T_c / \Lambda_{\overline{MS}} = 1.79, \quad (11)$$

将(11)式的结果代入(10)式, 再将(10)式代入(9), 就可求得对应于 μ_c 的 T_c .

在表 5 中给出了对于 J/ψ , ψ' 和 Υ 用两种模型计算所得到的 μ_c , 以及用公式(9)所得到的相应的 T_c . 从表 5 可以看出, 两种模型所给出的 T_c 有较大的差异. 由于结果与模型有关, 这就增加了实验上观察 QGP 形成信号的难度. 另外由于在估算 T_c 时有一些不确定的因素, 所以这里的计算是定性的结果, 精确的计算将在进一步的工作中进行.

表 5 用两种模型所估算出的介质的临界温度 T_c .

	Model I		Model II	
	μ_c (GeV)	T_c (MeV)	μ_c (GeV)	T_c (MeV)
J/ψ (3.097)	0.70	245	1.022	358
ψ' (3.685)	0.36	126	0.565	198
Υ (9.460)	1.55	543	1.950	683

参 考 文 献

- [1] T. Matsui, H. Satz, *Phys. Lett.*, **B178** (1986) 416.
- [2] F. Karsch, M. T. Mehr, H. Satz, *Z. Phys.*, **C37** (1988) 617.
- [3] Cheukyin Wong, "Introduction to High-Energy Heavy Ion Collision", World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 1994.
- [4] E. Eichten *et al.*, *Phys. Rev.*, **D17** (1978) 3090; **D21** (1980) 203.
- [5] X. T. Song, H. Lin, *Z. Phys.*, **C34** (1987) 223.
- [6] D. B. Lichtenberg *et al.*, *Z. Phys.*, **C41** (1989) 615.
- [7] S. Jacobs *et al.*, *Phys. Rev.*, **D33** (1986) 3338.
- [8] G. Piller, J. Mutzbauer, W. Weise, *Nucl. Phys.*, **A560** (1990) 437.
- [9] K. J. Miller, M. G. Olsson, *Phys. Rev.*, **D25** (1982) 2383.
- [10] D. B. Lichtenberg *et al.*, *Z. Phys.*, **C46** (1990) 75.
- [11] T. Morishita *et al.*, *Z. Phys.*, **C19** (1983) 167.
- [12] Shoji Nagamiya, *Nucl. Phys.*, **A566** (1994) 287c.
- [13] A. Ukawa, *Nucl. Phys.*, **A498** (1989) 227c.

Color Screening and Dissociation of Heavy Quarkonium

Liu Bo Dong Yubing

(*Institute of High Energy Physics, The Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039*)

Received 8 February 1995

Abstract

The non-relativistic potential models with color screening are employed to discuss the binding and deconfinement of heavy quarkonium. By means of the two kinds of parametrized potentials in a thermal environment, the screened lengths r_D^c are calculated. The results show that the screened lengths r_D^c depend on the potential behavior in the thermal environment.

Key words QGP, Debye screening, J/ψ suppression.