

${}^9\text{Be}$ 超核的三体动力学

李 训 贵

(湘潭师范学院物理系, 411100)

摘 要

用 α - α - A 三集团模型和谐振子乘积态为基的展开方法, 计算了 ${}^9\text{Be}$ 直到 15MeV 激发能的能谱。通过计算 $L^\pi = 0^+, 2^+, 1^-$ 三个态的形状密度, 确定了 ${}^9\text{Be}$ 处于上述三个态时的几何结构。并根据能谱的耦合特征和几何结构对能谱进行了 K 分类。

一、引 言

含有奇异粒子的超核的性质与普通核相差甚远, 研究超核可以使人们得到在对普通核的研究中无法得到的诸如超子在核中的行为, 超子和核子相互作用的性质等方面的丰富的信息。因此, 对超核的研究已引起人们广泛的兴趣。

对 ${}^9\text{Be}$ 超核, 实验上已测量得到了 $B_A = 6.7\text{MeV}$ ~~6.3MeV~~ 和 -17MeV 的三个峰和能量为 3.079MeV 的第一激发态^[1,2]。理论上也已采用多种模型和方法对 ${}^9\text{Be}$ 进行了研究^[3-7]。然而, 用谐振子乘积态为基展开的方法计算能谱, 并定量地确定系统处于低激发态时的几何结构, 则至今还没有人做过。本工作则是用三集团模型和谐振子乘积态为基的展开方法, 计算了 ${}^9\text{Be}$ 直到 15MeV 激发能的能谱; 并通过计算三个低激发态的形状密度, 详细分析集团之间的关联, 定量地确定了系统处于上述三态时的几何结构。在确定几何结构时, 没有预先作任何特殊的假定, 所有结论都是从对形状密度的计算中得到的, 而形状密度又是从哈密顿的本征态即波函数中得到的。

第二节讨论理论模型和计算公式; 第三节给出计算结果; 第四节讨论并给出结论。

二、理论模型和公式

将 ${}^9\text{Be}$ 作为 α - α - A 的三体束缚系统, α 视为有一定大小但无内部结构。选择如图 1(b) 所示的 Jacobi 座标, 则此系统的束缚态波函数可展开为:

$$\psi_J = \sum_{[K]} C_{[K]} |\phi_{L[K]} \otimes \chi_{\frac{1}{2}M_S}\rangle_J. \quad (1)$$

其中 $\chi_{\frac{1}{2}M_S}$ 是 Λ 粒子的自旋波函数, 而

$$\phi_{L[K]} = [\varphi_{n_l}(\sqrt{\mu_r} \mathbf{r}) \varphi_{N_L}(\sqrt{\mu_R} \mathbf{R})]_{L[K]}. \quad (2)$$

即它是由两个角动量分别为 l 和 L 的谐振子基耦合成的总轨道角动量为 L 的基, $[K]$ 表示一组量子数 $\{n_l N_L\}$, 其中

$$\mu_r = \frac{m_\alpha}{\alpha}, \quad \mu_R = \frac{2m_\alpha m_\Lambda}{2m_\alpha + m_\Lambda}. \quad (3)$$

α - α 相互作用势取为(能量的单位 MeV, 距离的单位 fm):

$$V_{\alpha\alpha}(r) = -130 \exp(-r^2/2.105^2) + v_0 \exp(-r^2/1.428^2) + V_c(r). \quad (4)$$

其中,

$$v_0 = \begin{cases} 560 & (S \text{ 波}) \\ 380 & (D \text{ 波}) \\ 10 & (G \text{ 波}) \\ 0 & (\text{其它偶数波}). \end{cases} \quad (5)$$

$V_c(r)$ 是库仑力, 考虑每个 α 粒子的电荷均匀分布在一个半径为 1.44fm 的球内, 则此力为^[6]:

$$V_c(r) = \frac{4e^2}{r} \text{erf}(0.602r). \quad (6)$$

α - Λ 相互作用取为 Y. C. Tang^[4] 的形式:

$$V_{\alpha\Lambda} = -v_{\alpha\Lambda}^0 \exp(-\lambda r^2). \quad (7)$$

其中,

$$\lambda = 0.408 \text{fm}^{-2}, \quad v_{\alpha\Lambda}^0 = 43.98 \text{MeV}.$$

实验和理论研究都表明 Λ -N 相互作用中自旋相关力比 N-N 相互作用中的自旋相关力大约小一个数量级. 而对 ${}^8\text{Be}$ 而言, 因芯核 ${}^8\text{Be}$ 的自旋为零, 故 Λ - α 相互作用中自旋相关力就更小, 因此, 忽略自旋相关力对计算不会产生多大意义的影响; 文献 [3] 则表明用有排斥软芯和交换分量且与费米动量相关的 Λ -N 势的总效果并没有改变用单高斯型的 Λ -N 势得到的结果的主要特征. 因此, 我们选取了单高斯型的 Λ - α 中心势.

系统的本征能量和本征态通过在谐振子乘积态基张开的空间中对角化哈密顿而得到. 计算中借助了广义的 TM 系数^[7].

系统的形状密度定义为^[8]:

$$\begin{aligned} \rho_s &= \frac{1}{2!} \sum_P |\phi|^2 r^2 R^2 \sqrt{r^2 + R^2} \sin \theta \\ &= |\phi|^2 r^2 R^2 \sqrt{r^2 + R^2} \sin \theta. \end{aligned} \quad (8)$$

式中 P 表示对两 α 粒子交换求和, θ 是 \mathbf{r} 与 \mathbf{R} 之间的夹角.

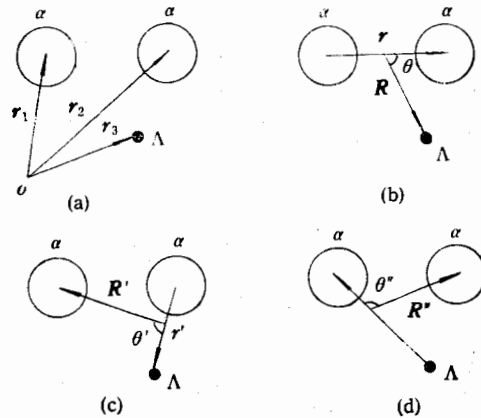


图 1 α - α - Λ 三体系统的 Jacobi 坐标

三、数值计算结果

1. 能谱和耦合特征

计算得到的能谱如图2所示。为了便于比较,将实验和文献[3]的结果一并画出。能级的耦合特征及文献[3]的结果如表1所示。

表1 各能级的耦合特征(在基($1L$)上的百分比分析)

态(L^π)	本文的结果	文献[3]的结果
0^+	94.2(00)+5.6(22)+.....	94.5(00)+5.3(22)+.....
2^+	94.3(20)+1.8(02)+.....	94.5(20)+1.8(02)+.....
1_1^-	58.3(01)+38.7(21)+.....	54.8(01)+41.6(21)+.....
4^+	95.2(40)+2.9(22)+.....	94.6(40)+3.8(22)+.....
3_1^-	82.8(21)+13.6(41)+.....	83.5(21)+12.9(41)+.....
1_2^-	55.6(01)+43.8(21)+.....	53.6(01)+45.7(21)+.....
2^-	99.6(21)+.....	99.6(21)+.....
3_2^-	67.1(21)+24.8(41)+6.7(03)+.....	47.6(21)+29.2(41)+20.7(03)+.....
5^-	85.3(41)+6.8(23)+.....	88.3(41)+10.6(23)+.....
4^-	66.1(41)+33.7(23)+.....	81.7(41)+18.2(23)+.....

$|1L\rangle$ 称为弱耦合基^[9]。 0^+ , 2^+ , 4^+ 态的耦合特征表明它们是弱基矢的弱耦合, 即它们分

别是 0^+ 态的 ^8Be 芯核和激发态的 ^8Be (2^+), $^8\text{Be}(4^+)$ 与 s 态的 Λ 粒子的耦合, 此时 Λ 粒子处于分子轨道的 g 道^[10], 它的单粒子运动与形变的 ^8Be 芯核的运动耦合较弱。因此, 0^+ , 2^+ , 4^+ 三个态的能谱与 ^8Be 的能谱平行, 形成了 $K^\pi=0^+$ 的 ^8Be 类似带。而 1_1^- , 3_1^- , 5^- 态, Λ 粒子处于分子轨道的 u 道; 1_2^- , 2^- , 3_2^- , 4^- 态的 Λ 粒子处于分子轨道的 p 道, 除 2^- 态外, 耦合特征表明它们是弱基矢的强耦合, 表明单个 Λ 粒子的运动与形变的芯核的集体转动之间有很强的相互干涉作用。

对高激发态, 本文计算的结果偏低, 特别是 4^+ 和 1_2^- 偏低更多, 这是由于本文取的 V_{aa} 势中 G 波的 ν_0 值偏小且没有考虑三体力 V_{aaa} 的缘故, 而 $\langle V_{aa\Lambda} \rangle \doteq 1 \text{ MeV}^{[11]}$ 。

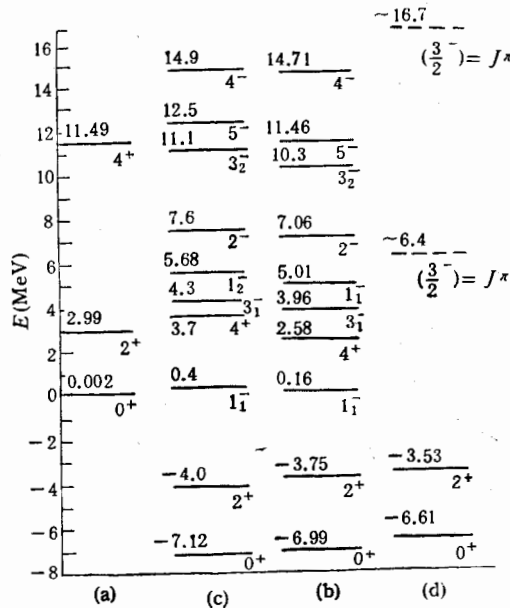


图2 (a) ^8Be 能谱的实验值;
(b) 本文计算的 $^8_\Lambda\text{Be}$ 能谱;
(c) 文献[13]的 $^8_\Lambda\text{Be}$ 谱;
(d) $^8_\Lambda\text{Be}$ 能谱的实验值。

2. 形状密度(0^+ , 2^+ , 1_1^-)

形状密度表示系统具有某个确定形状的率,它是 r , R , θ 的函数. 对于一个给定的态,在某组 r , R , θ 值处形状密度 ρ_r 有极大值,就表明由这组 r , R , θ 确定的形状是系统的最可几形状. 因为 ρ_r 的定义中已对两 α 粒子交换求和,因而它是两 α 粒子交换无关的. 图 3、4、5 分别表示 0^+ , 2^+ , 1_1^- 三个低激发态的形状密度. 表 2 中列出了对应的数据. 我们看到, 0^+ 和 2^+ 态的几何结构类似,是以 α - α 形变轴为底边的等腰三角形. 但 0^+ 态时 α - α 之间的距离比 2^+ 态时稍大,这是由于 S 波的 $V_{\alpha\alpha}$ 比 D 波的 $V_{\alpha\alpha}$ 排斥芯更大的原因. 而 1_1^- 态的最可几形状为一斜三角形,此时系统不但有 α - α 形变轴方向的形变,还有绕垂直 α - α 轴方向的扭曲. Δ 粒子与两个 α 粒子之一靠得更近,暂时形成了 ${}^3\text{He}$ 集

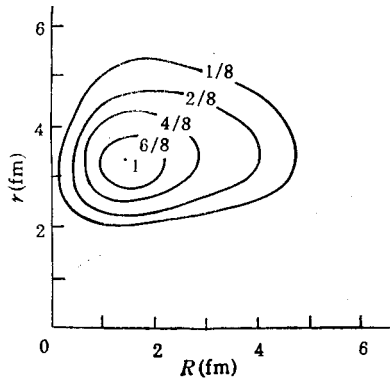


图 3 0^+ 态的形状密度 ρ_r , $\theta = 90^\circ$

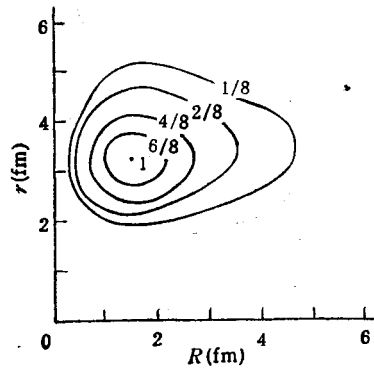


图 4 2^+ 态的形状密度, $\theta = 90^\circ$

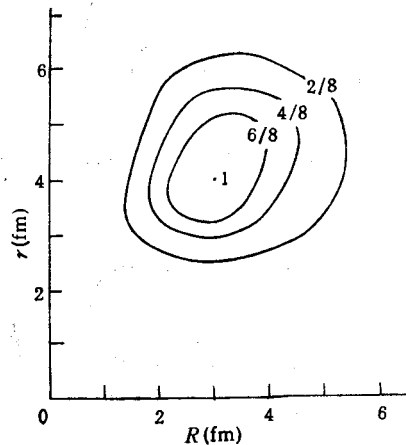


图 5 1_1^- 态的形状密度, $\theta = 25^\circ$

团. 有趣的是,文献 [12] 在计算 ${}^8\text{Be}$ 的重子衰变宽度时,从解耦合道方程得出 1_1^- 态完全来自于 ${}^3\text{He} + \alpha$ 道,与我们的结果相同,尽管我们两者考虑问题的方法和出发点完全不同.

由三个态的最可几形状可见,它们都是长椭球形的,因此, ${}^8\text{Be}$ 的能谱是转动谱. 同

时,三个态的最可几 r 值都大于 α 的均方半径 1.44fm 很多,这表明我们的集团模型是自洽的.

我们将 ${}^8\text{Be}(0^+)$ 作为 α - α 两集团用谐振子基展开其波函数,求得 $\langle r^2 \rangle^{\frac{1}{2}} = 3.60\text{fm}$, 而 ${}^9\text{Be}$ 基态的最可几 r 值为 3.28fm , 因此, Λ 粒子加入 ${}^8\text{Be}$ 后使两 α 粒子靠得更近. ${}^8\text{Be}$

表 2 $0^+, 2^+, 1_1^-$ 态的几何结构

态 (L^π)	几何结构	$\rho_{\text{max}}^{\text{fm}^{-1}}$
0^+	等腰三角形. $r = 3.28\text{fm}$, $R = 1.50\text{fm}$, $\theta = 90^\circ$.	1.59
2^+	等腰三角形. $r = 3.18\text{fm}$, $R = 1.52\text{fm}$, $\theta = 90^\circ$.	1.32
1_1^-	斜三角形. $r = 3.96\text{fm}$, $R = 2.98\text{fm}$, $\theta = 25^\circ$.	1.16

的最低共振态是 0.092MeV 的不稳定态,当 Λ 粒子加入形成 ${}^9\text{Be}$ 后,由于 Λ 粒子与核子的相互作用主要是吸引,使得 ${}^9\text{Be}$ 形成了稳定的三个束缚态,即 0^+ 态和 2^+ 劈成的 $J^\pi = \left(\frac{1}{2}\right)^+, \left(\frac{3}{2}\right)^+, \left(\frac{5}{2}\right)^+$ 态.

四、结 论

用三集团模型和谐振子乘积态为基的展开方法,计算了 ${}^9\text{Be}$ 的能谱和 $L^\pi = 0^+, 2^+, 1_1^-$ 三个态的形状密度,得到了 ${}^9\text{Be}$ 超核的大量动力学性质,其主要结果与文献 [3] 用 RGM 方法得到的结果一致:

1. 本文计算的直到 15MeV 激发能的能谱,基态与低激发态与实验符合较好,高激发态与文献 [3] 的结果定性符合,每个能级的谱分解也与文献 [3] 符合较好. 这表明,尽管谐振子乘积态为基的方法比较简单,但确实不失为研究少体问题的一个较好的近似方法. Λ 粒子的加入使 ${}^9\text{Be}$ 比 ${}^8\text{Be}$ 结合得更稳定,更密实, Λ 粒子起了类胶子的作用. ${}^9\text{Be}$ 的能谱中有明显的 $K^\pi = 0^+$ 的 ${}^8\text{Be}$ 类似带.

并且,我们还进一步定量地发现:

2. 处于低激发态时, ${}^9\text{Be}$ 的内部集团之间的关联较强,结果,系统具有确定的最可几结构. 且在低激发态,系统内部会出现新的集团结构: $\alpha + {}^4\text{He}$. 系统几何结构的线度与集团之间的相互作用势和相对运动状态直接相关. 但系统集团之间的关联远比 3α 粒子系统弱^[4],这是由于 Λ -N 相互作用没有 N-N 相互作用强的缘故.

本文曾得益于中山大学鲍诚光研究员建设性的意见;日本 Fukui 大学的理论物理学教授 Banelo 先生也曾几次就本工作与作者进行过富有启发性的讨论. 谨在此对两位老师表示诚挚的谢意.

参 考 文 献

- [1] W. Bruckner, et al., *Phys. Lett.*, **55B**(1975), 107; **62B**(1976), 481; **79B**(1978), 157.
R. Bertini et al., *Nucl. Phys.*, **A360**(1981), 315.
- [2] M. May et al., *Phys. Rev. Lett.*, **47**(1981), 1106; **51**(1983), 2085.
- [3] T. Motoba et al., *Prog. Theor. Phys. Suppl.*, **81**(1985), Chap. III.
- [4] Y. C. Tang et al., *Phys. Rev.*, **B138**(1965), 637.
- [5] R. H. Dalitz et al., *Phys. Rev. Lett.*, **36**(1976), 362;
A. R. Bodmer et al., *Nucl. Phys.*, **64**(1965), 593;
H. Bando et al., *Prog. Theor. Phys.*, **66**(1981), 2118; **68**(1982), 364;
J. Revai et al., *Phys. Lett.*, **101B**(1981), 228;
Zhang Zong-ye et al., *Phys. Lett.*, **108B**(1982), 261.
- [6] E. Van der Spuy, *Nucl. Phys.*, **11**(1959), 615.
- [7] W. Tobocman, *Nucl. Phys.*, **A357**(1981), 293.
- [8] T. K. Lim, C. G. Bao, D. P. Hou and H. S. Huber <<Few-Body Methods: Principles and Applications>>
pp. 581—599.
- [9] H. Bando et al., *Prog. Theor. Phys.*, **69**(1983), 918.
- [10] H. Bando, *Nucl. Phys.*, **A450**(1986), 217.
- [11] A. R. Bodmer et al., *Phys. Rev.*, **C29**(1984), 685; *Nucl. Phys.*, **A450**(1986), 257.
- [12] T. Yamada et al., *Nucl. Phys.*, **A450**(1986), 333c.
- [13] C. G. Bao, *Nucl. Phys.*, **A373**(1982), 1.

Three-body Dynamics of the Hypernucleus ${}^9_4\text{Be}$

LI XUNGUI

(Department of Physics Xiangtan Normal College, 411100)

ABSTRACT

We have calculated the energy spectra of the hypernucleus ${}^9_4\text{Be}$ up to about 15MeV excitation energy by using an $\alpha + \alpha + \Lambda$ three-cluster model and using the harmonic-oscillator product states as basis function. By analyzing the shape densities in detail, we have determined the most probable shapes in three low-lying states of $L^\pi = 0^+$, 2^+ , and 1_1^- .