

高能强子 - 强子碰撞喷注内部 动力学起伏的自仿射分析*

尹建武^{1,1)} 刘峰² 刘连寿²

1 (黄冈师范学院物理系 湖北 438000)

2 (华中师范大学粒子物理研究所 武汉 430079)

摘要 对 CERN-SppS 对撞机能区的质子 - 反质子碰撞事件中产生的喷注(微喷注)内部的动力学起伏进行了自仿射分析. 按圆锥法判定由蒙特卡洛事件产生器产生的事件样本中的喷注(微喷注). 通过一维阶乘矩的研究得到自仿射的赫斯特指数. 按照所得到的赫斯特指数进行三维自仿射分析, 在双对数图上得到较好的直线. 从而进一步证明, 喷注内部的动力学起伏近似地和 SPS 静止靶强子 - 强子碰撞中的动力学起伏一样, 呈现为纵 - 横各向异性, 而在横平面内各向同性.

关键词 高能强子 - 强子碰撞 蒙特卡洛方法 (微)喷注 动力学起伏 自仿射分形

1 引言

自 20 世纪 80 年代末以来, 对高能碰撞中的动力学起伏进行了广泛的研究^[1]. 常用阶乘矩消除统计起伏, 研究动力学起伏^[2]. 考虑相空间中的 q 阶阶乘矩

$$F_q(M) = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \frac{\langle n_m(n_m - 1) \cdots (n_m - q + 1) \rangle}{\langle n_m \rangle^q}, \quad (1)$$

其中 M 为相空间的一个(一维, 二维或三维)区域的分割数, n_m 是第 m 个子区域中的多重数. 当统计起伏是泊松型时, 阶乘矩 $F_q(M)$ 等于几率矩 $C_q(M)$. 如果存在动力学起伏, 则阶乘矩 $F_q(M)$ 在相空间分割数 M 增大时将有反常标度性

$$F_q(M) \propto M^\delta (M \rightarrow \infty). \quad (2)$$

然而实验结果发现^[3], 当相空间分割数增大时, 一维阶乘矩不具有这一反常标度性, 而是趋于饱和. Ochs 指出^[4], 这是因为间歇存在于高维相空间中, 由高维向一维投影时出现饱

2001 - 03 - 01 收稿, 2001 - 05 - 10 收修改稿

* 国家自然科学基金(19975021)资助

1) 华中师范大学粒子物理研究所访问学者

和现象. 他用二维随机级联 α 模型推出了二阶几率矩(即实验中的二阶阶乘矩)由二维向一维的投影公式为

$$C_2 = A - BM^{-\gamma}. \quad (3)$$

上式当 $M \rightarrow \infty$ 时, $C_2 \rightarrow A$ 饱和.

在文献[5]中,利用蒙特卡洛方法研究了 CERN 对撞机能量下强子-强子碰撞中产生的“大横动量喷注”^[6]和横能约在 4GeV 以上的“微喷注”^[7]中的一维阶乘矩. 发现表征阶乘矩趋于饱和快慢的参量 γ 在横向是同一常数,而在纵-横方向上取不同的值. 这是动力学起伏在横平面各向同性,而在纵-横方向各向异性的标志. 本文在此基础上作三维各向异性的阶乘矩分析,以进一步肯定上述结论.

2 模拟数据及圆锥判定法

文献[5]采用的是 LUND 强子-强子碰撞的事件产生器 PYTHIA5.5(Jetset7.3)^[8],而本文则采用改进的产生器 PYTHIA5.5(Jetset7.4). 首先产生 5×10^6 个质心能量 \sqrt{s} 630 GeV 的质子-反质子碰撞事件. 取横能截断 $E_t = 4\text{GeV}$, 快度区间 $|y| \leq 1.5$, 利用喷注的“圆锥判定法”^[9]判别喷注,得到 389747 个喷注.

接着将喷注中粒子的动量由实验室系 $K''(x'', y'', z'')$ 变换到以喷注轴为 z 轴的喷注系 $K(x, y, z)$ ^[10]

$$\begin{aligned} x &= x'' \cos\theta \cos\phi + y'' \cos\theta \sin\phi - z'' \sin\theta, \\ y &= -x'' \sin\phi + y'' \cos\phi, \\ z &= x'' \sin\theta \cos\phi + y'' \sin\theta \sin\phi + z'' \sin\theta \cos\phi. \end{aligned}$$

并采用累积变量^[11]

$$X(y) = \frac{\int_{y_a}^y \rho(y) dy}{\int_{y_a}^{y_b} \rho(y) dy}, \quad X(p_t) = \frac{\int_{p_{ta}}^{p_t} \rho(p_t) dp_t}{\int_{p_{ta}}^{p_{tb}} \rho(p_t) dp_t}, \quad X(\varphi) = \frac{\int_{\varphi_a}^{\varphi} \rho(\varphi) d\varphi}{\int_{\varphi_a}^{\varphi_b} \rho(\varphi) d\varphi}.$$

在转到喷注坐标系以后,喷注内部的所有粒子都向前运动,快度 $y > 0$. 因而选 $[y_a, y_b] = [0, 6]$, $[p_{ta}, p_{tb}] = [0, 2]$, $[\varphi_a, \varphi_b] = [0, 2\pi]$.

3 一维二阶阶乘矩及赫斯特(Hurst)指数

在 高能强子-强子碰撞末态粒子的相空间存在着非统计起伏,或动力学起伏,但由于出现饱和现象,一维二阶阶乘矩无法正确反映这一动力学起伏(反常标度性),又由于末态粒子相空间的各向异性,用自相似分析(即相空间不同方向以相同标度收缩)得到的三维二阶阶乘矩亦不能正确反映这一动力学起伏. 因此,必须用文献[12]建议的自仿射分析:即相空间不同方向以不相同比例收缩的方法来研究. 标志自仿射分形的特征量是不同方向收缩率 λ_x 和 λ_y 的对数比

$$H_{ij} = \frac{\ln \lambda_i}{\ln \lambda_j}, \quad (6)$$

称为赫斯特指数. 可见, 为了确定不同方向的收缩率 λ_i 和 λ_j 的比值, 必须先求出赫斯特指数 H 的值. 文献[12]给出了用实验测定赫斯特指数的方法, 即

$$H_{ij} = \frac{\ln \lambda_i}{\ln \lambda_j} = \frac{1 + \gamma_j}{1 + \gamma_i},$$

其中参数 γ 可以由从高维向低维的投影公式(3)求出. 在现在考虑的三维情况下, 这一公式推广为

$$F_2^{(i)}(M_i) = A_i - B_i M_i^{-\gamma_i}, \quad (i = y, p_t, \varphi). \quad (8)$$

为了求 γ_i , 取 $M = 1, 2, \dots, 40$, 分别作出 y, p_t, φ 的一维二阶乘矩. 结果如图 1 所示. 可以明显看出, 随着 M 的增大, F_2 趋于饱和, 与 Ochs 的结论一致. 图 1 中的实线是用(8)式拟合的结果. 拟合参数见表 1. 为了消除动量守恒的影响^[13], 拟合 y, p_t 时丢掉了前面 1 个点, 拟合 φ 时丢掉了前面 3 个点. 从图 1 的拟合曲线及表 1 中的 χ^2/DF 的值可以看出, 拟合结果和实验数据相当吻合. 由表 1 中的拟合数据可求得赫斯特指数为

$$\left. \begin{aligned} H_{p_t} &= \frac{1 + 0.022}{1 + 0.379} = 0.741 \pm 0.017 \\ H_{y p_t} &= \frac{1 + 0.023}{1 + 0.379} = 0.741 \pm 0.020 \\ H_{p_t \varphi} &= \frac{1 + 0.023}{1 + 0.022} = 1.001 \pm 0.006 \end{aligned} \right\}. \quad (9)$$

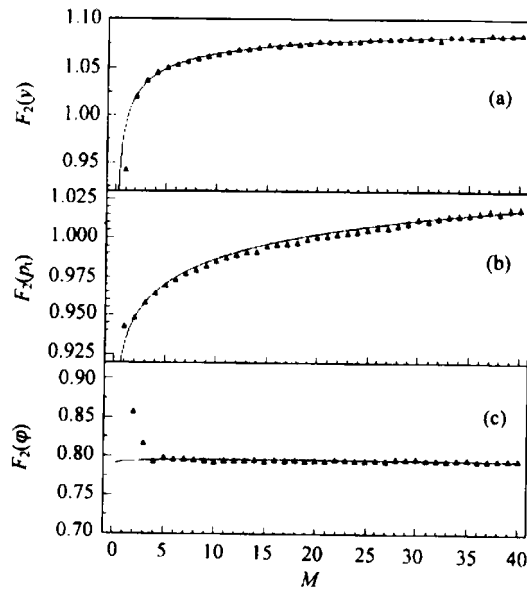


图 1 喷注中粒子的一维二阶乘矩图

$$\begin{aligned} (a) \quad F_2 &= 1.117 - 0.124 M^{-0.39}; & (b) \quad F_2 &= 2.065 - 1.134 M^{-0.022}; \\ (c) \quad F_2 &= 0.866 - 0.073 M^{-0.023} \end{aligned}$$

表 1 一维二阶阶乘矩拟合参数

	A	B	γ	χ^2/DF
y	1.117 ± 0.004	0.124 ± 0.003	0.379 ± 0.030	$11.2/39 \approx 0.31$
p_t	2.065 ± 0.004	1.134 ± 0.004	0.022 ± 0.0003	$14.3/39 \approx 0.40$
φ	0.866 ± 0.004	0.073 ± 0.003	0.023 ± 0.005	$26.2/37 \approx 0.77$

4 三维自相似分析和自仿射分析

前面已经得到了赫斯特指数如(9)式. 近似地将它们的值取为 $H_{y p_t} = 0.74, H_{y \varphi} = 0.74, H_{p_t \varphi} = 1.00$, 就可以进一步对喷注进行三维自仿射分析. 在进行三维自仿射分析时, y, p_t, φ 方向的元胞数 $M_y, M_{p_t}, M_{\varphi}$ 取法如下:

$$M_{p_t} = M_{\varphi} \text{ 取为整数, } M_y = M_{p_t}^{0.74} \text{ 取为非整数.}$$

所得结果如图 2. 由图可见, 自相似分析 ($H_{y p_t} = H_{y \varphi} = H_{p_t \varphi} = 1.00$) 的三维阶乘矩对分割数的双对数图显著上弯, 而采用(9)式的赫斯特指数进行自仿射分析的结果, 上弯趋势明显减小, 近似为直线, 即: 对相空间各向同性分割的自相似分析, 反常标度性(2)式不成立; 而对相空间各向异性分割的自仿射分析, 反常标度性(2)式近似成立.

分割数最小的头两个点偏离直线是由于横动量守恒的影响^[13]. 图 2 中的直线是自仿射分析的结果丢掉头两个点后的线性拟合 ($y = ax + b$). 拟合参数和 χ^2/DF 列在表 2 中.

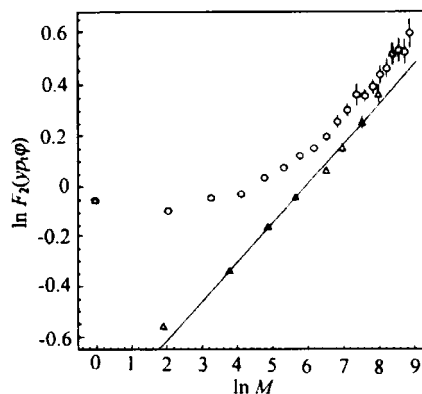


图 2 喷注中粒子的三维二阶阶乘矩图
○ Self-similar, △ Self-affine.

表 2 对自仿射分析的阶乘矩作线性拟合的参数

a	b	χ^2/DF
0.154 ± 0.003	-0.923 ± 0.012	$16.7/8 \approx 2.08$

5 结论

本文用蒙特卡洛方法对 CERN-SppS 对撞机质子-反质子碰撞事件中产生的喷注(微喷注)内部的动力学起伏进行了研究. 首先, 用圆锥法判定喷注(微喷注). 接着, 作出了相对于喷注坐标系的一维二阶阶乘矩的双对数图 ($\ln F_2 \sim \ln M$), 并通过曲线拟合得到了标志自仿射分形的特征量——赫斯特指数. 最后, 利用赫斯特指数对喷注进行了三维自相似和自仿射分析. 结果表明, 喷注内部的一维二阶阶乘矩趋于饱和, 且两个横向阶乘矩有相似的趋于饱和行为而纵向有显著不同的行为. 按照由此得到的赫斯特指数作三维自仿射分析得到的三维二阶阶乘矩相对于三维元胞数的双对数图近似为一条直线, 而三维

自相似分析得到的相应曲线明显上弯. 这表明, 质子 - 反质子碰撞产生的喷注内部的动力学起伏近似地和 SPS 静止靶强子 - 强子碰撞的动力学起伏一样, 呈现为纵 - 横各向异性, 而在横平面内各向同性的特征.

参考文献 (References)

- 1 LIU Lian-Shou, WU Yuan-Fang. Multiparticle Production in High Energy Collision. Shanghai: Shanghai Scientific & Technical Publishers, 1998. 100—128 (in Chinese)
(刘连寿, 吴元芳. 高能碰撞多粒子产生. 上海: 科学技术出版社, 1998. 100—128)
- 2 Bialas A, Peschanski R, Nucl. Phys., 1986, **B273**: 703; Nucl. Phys., 1988, **B308**: 857
- 3 de Wolf E A, Dremin I M, Kittel W. Phys. Rep., 1996, **270**: 1
- 4 Ochs W. Phys. Lett., 1990, **B247**: 101
- 5 Amison G et al (UA1 Collab.). Phys. Lett., 1982, **B118**: 167
- 6 Amison G et al (UA1 Collab.). Phys. Lett., 1983, **B123**: 115
- 7 Giapetti (UA1 Collab.). $\langle p_t \rangle_{CH}$. Proc. 5th Topical Workshop on Proton-Antiproton Collider Physics, eds, Greco M, 1985
- 8 Sjöstrand T. Comp. Phys. Commun., Pythia 5.7 and Jetset 7.4. 1994, **82**: 74
- 9 LIU Feng (young), LIU Feng, LIU Lian-Shou. HEP & NP, 1997, **21**: 138 (in Chinese)
(柳峰, 刘峰, 刘连寿. 高能物理与核物理, 1997, **21**: 138)
- 10 LÜ Yan, YANG Li-Jian, YANG Li-Ping et al. HEP & NP, 2001, **25**(11): 1077 (in Chinese)
(吕奕, 杨利建, 杨丽平等. 高能物理与核物理, 2001, **25**(11): 1077)
- 11 WU Yuan-Fang, LIU Lian-Shou. Phys. Rev., 1990, **D41**: 845
- 12 WU Yuan-Fang, LIU Lian-Shou. Science in China, 1995, **A38**: 435
- 13 ZHANG Yang, DENG Yue, LIU Lian-Shou. HEP & NP, 1997, **21**: 130 (in Chinese)
(张阳, 邓越, 刘连寿. 高能物理与核物理, 1997, **21**: 130)

Self-Affine Analysis for the Dynamical Fluctuations inside Jets Produced in High Energy Hadron-Hadron Collisions

YIN Jian-Wu^{1,1)} LIU Feng² LIU Lian-Shou²

1 (Department of Physics, Huanggang Normal College, Hubei 438000, China)

2 (Institute of Particle Physics, Huazhong Normal University, Wuhan 430079, China)

Abstract A self-affine analysis is performed on the jets (minijets) produced in proton-antiproton collisions at CERN-SppS collider energy. The jets are identified by the "Cone algorithm". The Hurst exponents are obtained through the study on the 1-D factorial moments. A 3-D self-affine analysis is performed according to these Hurst exponents. The results provide further evidence that, the dynamical fluctuations inside jets are anisotropic in the longitudinal-transverse planes and isotropic in the transverse plane, which mimics the dynamical fluctuations in SPS fixed-target hadron-hadron collisions.

Key words high energy hadron-hadron collision, Monte Carlo method, (mini) jet, dynamical fluctuation, self-affine analysis

Received 1 March 2001, Revised 10 May 2001

* Supported by NSFC (19975021)

1) Visiting Scholar in the Institute of Particle Physics, Huazhong Normal University