

# 高能强子与原子核碰撞的受伤核子数 分布和非弹性截面的计算

任江龙 丁林垵

(中国科学院高能物理研究所 北京 100039)

1995-03-25 收稿

## 摘 要

在对超高能区宇宙线产生的广延大气簇射的模拟计算中注意到, 质子 - 空气核碰撞中的受伤核子数分布和非弹性截面对于簇射的纵向发展有着重要的影响. 本文依据符合现有加速器能区的有关质子 - 质子作用截面的经验公式, 对超高能区的质子与空气核碰撞的受伤核子数分布和非弹性截面做了计算.

**关键词** 强子 - 原子核碰撞, 受伤核子, 非弹性截面.

## 1 引 言

超高能区 ( $10^{17}$  eV 以上) 宇宙线粒子在大气中产生的广延空气簇射(EAS)纵向发展的实验观测, 对于推断超高能宇宙线的化学成分及研究超高能区强作用的多重产生机制有着重要的意义. Fly's Eye 合作组经过多年的实验观测已经积累了相当数量的实验数据. 我们在对超高能宇宙线产生的 EAS 的模拟计算中注意到, 对质子 - 空气核碰撞的不同处理方式会导致明显不同的大气簇射平均行为, 其中质子 - 空气核碰撞的受伤核子数分布和非弹性截面  $\sigma_{p-Air}^{\text{in}}$  对于簇射的纵向发展的快慢有着重要的影响.

在本文中, 将依据符合现有加速器能区的有关质子 - 质子碰撞截面的经验公式, 用两种简便的方法来计算从低能到超高能区质子 - 原子核碰撞的受伤核子数分布和非弹性截面.

## 2 计算方法

当一个高能强子  $h$  与一个原子核  $A$  发生非弹性碰撞时, 将会使靶核内一个或多个核子受到非弹性激发, 这些核子通常称为受伤核子 (也称为参加者核子). 在  $h-A$  碰撞过程中, 受伤核子数目也就是入射强子与靶核内的核子发生非弹性碰撞的次数.

设入射强子  $h$  与靶核  $A$  发生碰撞,  $h$  与核子  $N$  的非弹性截面为  $\sigma_{hN}^{\text{in}}$ , 靶核  $A$  的核子密度分布为  $\rho_A(\mathbf{r})$ , 归一化条件为:

$$\int d^3r \rho_A(\mathbf{r}) = A, \quad (1)$$

上式中  $A$  为靶核的核子数目. 下面分别介绍两种计算受伤核子数分布  $P_A(v)$  和非弹性截面  $\sigma_{hA}^{\text{in}}$  的方法.

## 2.1 方法 I

设强子  $h$  的入射方向为  $z$ , 当瞄准参数为  $b$  时,  $h$  穿过靶核  $A$  时发生的非弹性  $h-N$  碰撞的平均次数为:

$$\langle v \rangle_b = \int_{-\infty}^{+\infty} dz \sigma_{hN}^{\text{in}} \rho_A(\mathbf{r}) = \sigma_{hN}^{\text{in}} \int_{-\infty}^{+\infty} \rho_A(b, z) dz. \quad (2)$$

对于一定的  $b$ ,  $v$  的分布通常取为 Poisson 分布<sup>[1]</sup>,

$$f_b(v) = \frac{(\langle v \rangle_b)^v}{v!} e^{-\langle v \rangle_b}, \quad (3)$$

对瞄准参数积分, 便可得到  $h$  在靶核内发生  $v$  次非弹碰撞的截面  $\sigma_v$ :

$$\sigma_v = \int d^2b \frac{(\langle v \rangle_b)^v}{v!} e^{-\langle v \rangle_b}, \quad (4)$$

由上式便可以得到  $h-A$  碰撞的非弹性截面:

$$\begin{aligned} \sigma_{hA}^{\text{in}} &= \sum_{v \geq 1} \sigma_v = \sum_{v \geq 1} \int d^2b \frac{(\langle v \rangle_b)^v}{v!} e^{-\langle v \rangle_b} \\ &= \int d^2b \left[ 1 - \exp\left(-\sigma_{hN}^{\text{in}} \int_{-\infty}^{+\infty} \rho_A(b, z) dz\right) \right]. \end{aligned} \quad (5)$$

由(4)式和(5)式, 可以计算出  $h-A$  碰撞的受伤核子数  $v$  的分布  $P_A(v)$  和其平均值  $\langle v \rangle$ :

$$\begin{aligned} P_A(v) &= \frac{\sigma_v}{\sigma_{hA}^{\text{in}}} = \frac{\int d^2b \frac{(\langle v \rangle_b)^v}{v!} \exp(-\langle v \rangle_b)}{\int d^2b [1 - \exp(-\langle v \rangle_b)]}; \quad (6) \\ \langle v \rangle &= \sum_v v P_A(v) = \sum_v v \frac{\sigma_v}{\sigma_{hA}^{\text{in}}} = \frac{1}{\sigma_{hA}^{\text{in}}} \int d^2b e^{-\langle v \rangle_b} \sum_v v \frac{(\langle v \rangle_b)^v}{v!} \\ &= \frac{\sigma_{hN}^{\text{in}}}{\sigma_{hA}^{\text{in}}} \int d^2b \int_{-\infty}^{+\infty} dz \rho_A(b, z) = A \frac{\sigma_{hN}^{\text{in}}}{\sigma_{hA}^{\text{in}}}, \end{aligned}$$

$$\text{即} \quad \langle v \rangle = A \frac{\sigma_{hN}^{\text{in}}}{\sigma_{hA}^{\text{in}}} \quad (7)$$

## 2.2 方法 II

当入射强子  $h$  以瞄准参数  $b$  入射时,  $h$  与靶核  $A$  内的一个核子发生非弹性碰撞的几率为:

$$T(b) = \frac{\sigma_{hN}^{\text{in}}}{A} \int_{-\infty}^{+\infty} \rho_A(b, z) dz, \quad (8)$$

则  $h$  在靶核内发生  $v$  次非弹性碰撞的截面为:

$$\sigma_v = \int d^2 b \binom{A}{v} [T(b)]^v [1 - T(b)]^{A-v}, \quad (9)$$

由上式可得:

$$\sigma_{hA}^{\text{in}} = \sum_{v \geq 1} \sigma_v = \int d^2 b [1 - (1 - T(b))^A]. \quad (10)$$

由 (9) 式和 (10) 式可以得到  $h-A$  碰撞的受伤核子数  $v$  的分布  $P_A(v)$  和其平均值  $\langle v \rangle$ :

$$P_A(v) = \frac{\sigma_v}{\sigma_{hA}^{\text{in}}}; \quad (11)$$

$$\langle v \rangle = \sum_v v P_A(v) = \frac{1}{\sigma_{hA}^{\text{in}}} \int d^2 b \sum_v v \binom{A}{v} [T(b)]^v [1 - T(b)]^{A-v},$$

$$\text{即} \quad \langle v \rangle = A \frac{\sigma_{hN}^{\text{in}}}{\sigma_{hA}^{\text{in}}}. \quad (12)$$

## 3 结果与讨论

根据前面介绍的两种方法, 只要输入原子核的核子密度分布  $\rho_A(\mathbf{r})$  和  $\sigma_{hN}^{\text{in}}$ , 便可以计算出  $h-A$  碰撞的受伤核子数分布和非弹性截面  $\sigma_{hA}^{\text{in}}$ .

对于比氧重的原子核,  $\rho_A(\mathbf{r})$  取为通常采用的 Woods-Saxon 分布:

$$\rho_A(r) = \rho_0 [1 + \exp[(r - r_0)/a]]^{-1}, \quad (13)$$

参数取自文献 [1],  $a = 0.54$ ,  $r_0 = 1.19 A^{1/3} - 1.61 A^{-1/3}$ .

对于碳、氮、氧一类比较轻的原子核, 有人建议采用一种近似的高斯分布较为合适<sup>[2]</sup>:

$$\rho_A(r) = P_0 \left[ 1 + \alpha \left( \frac{r}{a} \right)^2 \right] \exp \left[ - \left( \frac{r}{a} \right)^2 \right], \quad (14)$$

其中  $a = 1.75$ ,  $\alpha = 1.90 A^{1/3} - 3.29$ .

对于 pp 碰撞的非弹性截面, 取为如下形式:

$$\sigma_{pp}^{\text{in}} (\text{mb}) = 35 E^{0.06}, \quad (15)$$

其中  $E$  为入射质子在实验室系的能量, 以 TeV 为单位. 以上的经验公式与已知的直到  $\sqrt{s} = 1800$  GeV 的加速器实验数据符合得很好.

为了比较和检验两种计算方法的可靠性, 分别计算了 100 GeV 的质子轰击三种靶核的平均受伤核子数  $\langle \nu \rangle$ , 并和实验值进行了比较, 结果见表 1.  $\langle \nu \rangle$  的实验值由公式  $\langle \nu \rangle = A \frac{\sigma_{pp}^{\text{in}}}{\sigma_{pA}^{\text{in}}}$  算得, 其中  $\sigma_{pA}^{\text{in}}$  值取自文献 [3]. 可以看到, 这两种计算方法得到的结果极为接近, 并且与实验值符合得很好, 差别小于 3%. 图 1 给出了质子轰击这三种靶核的受伤核子数的分布. 可以看到分布是比较陡的, 且随靶核核子数增加而变宽.

表1 100 GeV 入射的质子轰击三种靶核的  $\langle \nu \rangle$

靶核	Al	Cu	Ag
实验值	2.01	2.56	3.01
方法 I	2.07	2.60	3.03
方法 II	2.05	2.59	3.02

表2 质子与空气核碰撞的  $\langle \nu \rangle$  和  $\sigma_{p\text{-Air}}^{\text{in}}$  (mb)

$\sqrt{s}$ (GeV)	10	$10^2$	$10^3$	$10^4$	$10^5$
$\langle \nu \rangle$	1.78	2.03	2.37	2.81	3.37
$\sigma_{p\text{-Air}}^{\text{in}}$ (I)	239	276	312	347	382
$\sigma_{p\text{-Air}}^{\text{in}}$ (GL)	292	303	348	396	436

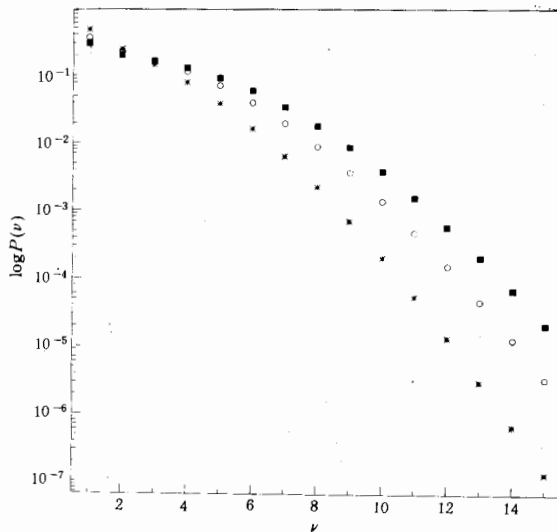


图1 pA 碰撞的受伤核子数分布

\* p-Al; ○ p-Cu; ■ p-Ag.

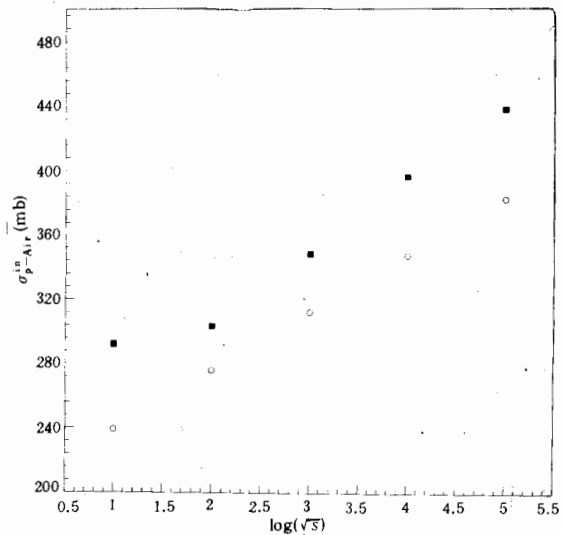


图2  $\sigma_{p\text{-Air}}^{\text{in}}$  (mb) 随  $\log(\sqrt{s})$  的变化

○ 方法 I; ■ Glauber 理论.

为超高能宇宙线产生的 EAS 模拟计算的需要, 用方法 I 计算了质心系能量  $\sqrt{s} = 10$  GeV 至  $10^5$  GeV (相当于实验室系能量  $5.3 \times 10^{18}$  eV) 质子与空气核 ( $A \cong 14.5$ ) 碰撞的平均受伤核子数  $\langle \nu \rangle$  及非弹性截面  $\sigma_{p\text{-Air}}^{\text{in}}$ , 结果见表 2. 可以看到  $\langle \nu \rangle$  随能量的增高

而逐渐上升, 这是由于  $\sigma_{pp}^{\text{in}}$  随能量增高而上升所导致的.

表 2 中的  $\sigma_{p\text{-Air}}^{\text{in}}(\text{GL})$  是根据多次散射的 Glauber 理论<sup>[4]</sup> 计算出的非弹截面 (以 mb 为单位), 公式如下:

$$\sigma_{pA}^{\text{in}}(\text{GL}) = \int d^2 b \left[ 1 - \exp \left( -\sigma_{pp}^{\text{tot}} \int_{-\infty}^{+\infty} \rho_A(b, z) dz \right) \right], \quad (16)$$

其中  $\sigma_{pp}^{\text{tot}}$  取自文献 [5].

图 2 给出了  $\sigma_{p\text{-Air}}^{\text{in}}(\text{I})$  和  $\sigma_{p\text{-Air}}^{\text{in}}(\text{GL})$  随  $\log(\sqrt{s})$  的变化关系, 截面都是以 mb 为单位,  $\sqrt{s}$  以 GeV 为单位.  $\sigma_{p\text{-Air}}^{\text{in}}(\text{I})$  可以很好地拟合为:

$$\sigma_{p\text{-Air}}^{\text{in}}(\text{I}) = 35.8 \log(\sqrt{s}) + 203. \quad (17)$$

这可以方便地应用于超高能 EAS 的模拟计算.

可以看到由 Glauber 理论计算出的  $\sigma_{p\text{-Air}}^{\text{in}}$  略高于由方法 I 计算出的结果. 这是因为由方法 I (或方法 II) 计算出的  $\sigma_{hA}^{\text{in}}$  实质上是入射强子与靶核内的一个或多个核子发生非弹性碰撞的截面, 也就是有次级粒子产生的截面, 这正是模拟 EAS 所需要的. 而由 Glauber 理论计算出的  $\sigma_{hA}^{\text{in}}$  还包含有一些其它过程的贡献, 如靶核的激发等.

作者感谢赵维勤教授、朱清棋教授的讨论和帮助.

### 参 考 文 献

- [1] K. Weiner, *Phys. Rev.*, **D39** (1989) 780.
- [2] 丁林培等, 高能物理与核物理, **14** (1990) 303.
- [3] A.S. Carrol *et al.*, *Phys. Lett.*, **80B** (1979) 319.
- [4] R.J. Glauber, G. Matthie, *Nucl. Phys.*, **B21** (1970) 135.
- [5] Review of Particle Properties, 1992.

## Calculation of Cross-Section and Distribution of Number of Wounded Nucleons in High Energy Hadron-Nucleus Inelastic Collision

Ren Jianglong    Ding Linkai

(Institute of High Energy Physics, The Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039)

Received 25 March 1995

### Abstract

The inelastic cross-section and the distribution of the number of wounded nucleons in proton-Air collision have significant influence on the development of EAS caused by superhigh energy cosmic rays. Based on the data of pp cross-section from accelerator experiments, the inelastic cross-section and the distribution of the number of wounded nucleons in proton-Air collision have been calculated at superhigh energy region.

**Key words** hadron-nucleus collision, wounded nucleon, inelastic cross-section.