

大数猜想与暗物质

黄 无 量

(中国科学院高能物理研究所 北京 100039)

1995-05-11 收稿

摘 要

讨论恒星质量、核子质量、暗物质粒子质量和普朗克质量四者间通过大数 $A \sim 10^{19}$ 联系在一起, 而且强相互作用与引力间也唯象地通过大数 A 似乎有着某种深层的联系.

关键词 大数, 暗物质, 宇宙.

迄今, 自然界已知存在的稳定基本粒子是核子 n (质量为 m_n)、电子 e 、光子 γ 和中微子 ν , 中微子可归入暗物质粒子 d (质量为 m_d). 由于 e 和 γ 对现时宇宙总质量的贡献甚微, 故我们将面临一种 $(n+d)$ 的多成份宇宙. 宇宙中典型的质量标度是太阳质量 M_\odot . 而物理学基本常数当不涉及电荷时为引力常数 G 、普朗克常数 h 和光速 c , 由它们可组成具有质量量纲的普朗克质量 m_{pl} :

$$m_{pl} \sim \sqrt{\frac{\hbar c}{G}} \sim 10^{19} \text{GeV}. \quad (1)$$

本文讨论 M_\odot 、 m_n 、 m_d 、 m_{pl} 间有无内在联系.

1 恒星与核子

恒星坍缩至中子星时可简化看成由中性核子(费米子)组成的简并系统, 其费米子界限动量达到极大值 $m_n c^{[1]}$, 这时体积为 V 的恒星中所含核子总数 N 为^[1]

$$N = \frac{gVp_0^3}{6\pi^2\hbar^3}, \quad g=2, \quad p_0=m_n c, \quad (2)$$

恒星质量为 $M=Nm_n$, 由恒星坍缩而成的最小黑洞质量 $M_{star} \sim M$, 其经典黑洞半径 r_{star} 为

$$r_{star} \sim \frac{GM_{star}}{c^2}, \quad M_{star} \sim Nm_n. \quad (3)$$

核子半径 r_n 则可用下式来表达

$$r_n \sim \frac{\hbar}{m_n c} \sim 10^{-14} \text{cm}. \quad (4)$$

由(2)–(4)式不难解得

$$M_{\text{star}} \sim \frac{m_{\text{pl}}^3}{m_n^2} \sim 10^{57} m_n \sim 1 M_{\odot} \quad (5)$$

(5)式恰好又是宇宙演化早期核子处在近相对论状态时的自由流阻尼标度, 质量 $< 1M_{\odot}$ 的涨落将被擦去, 质量 $> 1M_{\odot}$ 的天体则易于形成. 由(5)式可见 $\frac{M_{\text{star}}}{m_n} \sim \left(\frac{m_{\text{pl}}}{m_n}\right)^3$, 而

$$\frac{m_{\text{pl}}}{m_n} \sim \sqrt{\frac{\hbar c}{G m_n^2}} = A \quad (6)$$

这就是本文经常引用的大数 A , $A \sim 10^{19}$. 不难看出

$$\frac{r_{\text{star}}}{r_n} \sim A, \quad \frac{M_{\text{star}}}{m_n} \sim A^3, \quad (7)$$

2 核子与普朗克粒子

由 G , \hbar , c 可组成具有长度量纲的普朗克长度 r_{pl} :

$$r_{\text{pl}} \sim \sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}} \sim 10^{-33} \text{cm}. \quad (8)$$

由(1)及(8)式得 $r_{\text{pl}} \sim \frac{G m_{\text{pl}}}{c^2}$, 也具有经典黑洞半径形式. 若设想一种质量为 m_{pl} , 半径为 r_{pl} 的普朗克粒子, 那么它的自旋为 $J = \frac{1}{2} m_{\text{pl}} r_{\text{pl}} c = \frac{1}{2} \hbar$. 由(1)、(4)、(6)式得

$$\frac{r_n}{r_{\text{pl}}} \sim A, \quad \frac{m_n}{m_{\text{pl}}} \sim A^{-1}, \quad (9)$$

可见, 从尺度来讲, 核子可容下 10^{57} 个普朗克粒子, 而质量却较普朗克粒子小 A 倍. 若将(7)、(9)两式相比较, 可见恒星黑洞–核子间的关系与核子–普朗克粒子间的关系不同, 这究竟意味着什么? 对此我们将(4)式改写成经典黑洞半径形式 $r_n \sim \frac{A^2 G m_n}{c^2}$, 令 $\tilde{G} = A^2 G$, 则

$$r_n \sim \frac{\tilde{G} m_n}{c^2}, \quad (10)$$

其中

$$\frac{\tilde{G}}{G} = A^2 = \frac{\hbar c}{G m_n^2} \sim 10^{38}, \quad (11)$$

这恰好是两核子间强相互作用力与引力之比. 可见核子可唯象地视为具有“强引力常数” \tilde{G} 的“强引力”作用下的“强黑洞”, 它对强信号是“禁闭”的. 由(9)–(11)式可见, 核子内部的精细结构可能与假想的普朗克粒子有关, 并可能涉及类光子复合结构^[2]. 在文[2]中, 我们还曾讨论过在不涉及电子的物理问题中, 物理量最终归结到 G , \hbar , c 和 m_n 四个物理常数. 由于(6)式联系着 m_n 和 A , 故也可归结为 G , \hbar , c , A 四个常数. 正如本文所论及, A 较之 m_n 似乎有着某种深一层的意义, 然而为什么 $A \sim 10^{19}$ 则是一个疑难.

物理学大数概念是狄拉克引入的^[3,4], 他采用的大数是 $\frac{e^2}{G m_e m_p} \sim 10^{39}$, 狄拉克指

出, 大数联系着微观世界和宇观世界. M. J. Rees 也曾讨论过大数 $\left(\frac{\hbar c}{Gm_p^2} \sim 10^{38}\right)$ 与天体物理及宇宙学的关系^[5].

3 宇宙超大尺度结构与暗物质粒子

我们曾讨论过一类稳定的具有质量 m_d 的弱作用暗物质粒子^[6-9], 它们与宇宙超大尺度结构^[10-13] 有关. 这类粒子从宇宙演化过程中退耦时为相对论性粒子, 其自由流阻尼标度为

$$M_F \sim \frac{m_{pl}^2}{m_d^2}. \quad (12)$$

正如文[6]所述, $m_d \sim 10^{-1} \text{eV}$, $M_F \sim 10^{19} M_\odot$. 这里似乎又是一种巧合

$$M_F \sim A \cdot M_{\text{star}} \quad (13)$$

与大数 A 又联系在一起. 将(13)式代入(12)式得

$$m_d \sim A^{-0.5} m_n \sim 10^{-1} \text{eV}. \quad (14)$$

随着宇宙进一步演化, M_F 大质量团可能坍缩至黑洞尺度, 其半径为 $r_F \sim \frac{GM_F}{c^2}$, 这时

(2) — (5) 式的函数关系将继续成立, 只要将 M_{star} , r_{star} , m_n , r_n 分别用 M_F , r_F , m_d , r_d 来取代.

4 综 合

上面论及的各种关系式可综合如下:

半径	质量	"黑洞半径"	自由流标度
	m_n		
r_{pl}	$m_{pl} = Am_n$	$r_{pl} \sim \frac{Gm_{pl}}{c^2}$	
$r_n = Ar_{pl}$		$r_n \sim \frac{\tilde{G}m_n}{c^2}$	
$r_{\text{star}} = A^2 r_{pl}$	$M_{\text{star}} = A^3 m_n$	$r_{\text{star}} \sim \frac{GM_{\text{star}}}{c^2}$	$\frac{m_{pl}^3}{m_n^2} \sim M_{\text{star}}$
$r_F = A^3 r_{pl}$	$M_F = A^4 m_n$	$r_F \sim \frac{GM_F}{c^2}$	$\frac{m_{pl}^3}{m_d^2} \sim M_F$

由上表可见, 空缺 $A^2 m_n$ 这个质量标度, 原因是出现了强相互作用 $\tilde{G} = A^2 G$. 若令 $m_0 \equiv m_n$, $r_0 \equiv r_{pl}$, $m_i = A^i m_0$, $r_i = A^i r_0$, 则

$$r_i \sim \frac{Gm_{i+1}}{c^2}, \quad i=0, 1, 2, 3, \quad (15)$$

且上表可表达为下列对应关系:

r_i	m_{i+1}	“黑洞半径”	自由流标度
	m_0		
r_0	m_1	$r_0 \sim \frac{Gm_1}{c^2}$	$\frac{m_{pl}^3}{m_n^2} \sim m_1$
r_1		$r_1 \sim \frac{\tilde{G}m_0}{c^2}$	
r_2	m_3	$r_2 \sim \frac{Gm_3}{c^2}$	$\frac{m_{pl}^3}{m_n^2} \sim m_3$
r_3	m_4	$r_3 \sim \frac{Gm_4}{c^2}$	$\frac{m_{pl}^3}{m_d^2} \sim m_4$

5 讨 论

(i) 本文很大程度上是量级的估算, 在此条件下探讨复杂的宇观世界与微观世界有无较简单的内在联系. 由本文可见, m_n 、 m_{pl} 、 M_{star} 、 m_d 可能通过大数 A 联系在一起.

(ii) 强相互作用与引力相互作用间通过大数 A 可能有着某种深层的联系.

(iii) 在 $(n+d)$ 宇宙中, 存在二类自由流阻尼标度 M_{star} 、 M_F 是合理的, 然而二者何以通过大数 A 联系在一起则是一个疑难.

(iv) $m_d \sim 10^{-1}eV$ 的暗物质粒子是否存在需要实验的检验, 就本文而言, 从对应关系的表格中可见, 通过大数演绎出 m_d 粒子也不是不合理的. 关于 m_d 粒子是否存在, 目前只有一些间接的证据: 由 m_d 粒子可解释宇宙大尺度流^[6]和超星系团尺度的纤维^[14]; 经过文[15]中的归一化处理, m_d 粒子的存在可维持超星系团尺度的准稳态结构; 对于有关暗物质研究中的典型观测结果, 即旋涡星系旋转速度变平的现象也可用存在 m_d 粒子来解释, 按文[15]中归一化处理的结果表明, 由于 m_d 粒子质量很小, 其直接结果是晕区显着扩大和发光区内暗物质含量略有减少.

(v) 本文仅讨论与宇宙超大尺度结构有关的一类暗物质(热暗物质粒子), 并不排除其它类型暗物质(譬如冷暗物质粒子)的存在^[6], 目前似乎用热暗物质与冷暗物质并存的模型能较好解释天体物理方面的各种观测结果.

(vi) 从宇宙演化角度来讲, m_n 是一个中间标度. 由宇宙极早期(m_{pl})至核子产生(m_n)是粒子物理研究的重点地区, 在这期间宇宙中发生着多次宇宙相变(对称性破缺); 随着宇宙温度进一步降低, 在 m_n 至 m_d 期间有无新的宇宙相变, 对此以及对上述 m_d 粒子的质量范围与物态的进一步探讨将另文叙述(可参考文[9]).

参 考 文 献

- [1] L. D. Landau *et al.*, Statistical Physics, Pergamm Press, London, 1958.
- [2] 黄无量, 基本常数的意义, 高能物理所内部文献, 1980.
- [3] P. A. M. Dirac, *Nature*, **139** (1937) 323.
- [4] P. A. M. Dirac, *Direction in Physics*, John Wiley, 1978.
- [5] M. J. Rees, *Phil. Trans. R. Soc. Lond.*, **A310** (1983) 311.
- [6] W. L. Huang, *Commun. Theor. Phys. (Beijing, China)*, **13** (1990) 129.

- [7] 黄无量, 高能物理与核物理, **15** (1991) 1135.
- [8] W. L. Huang, BIHEP-CR-94-03.
- [9] W. L. Huang, BIHEP-CR-94-04.
- [10] R. B. Tully, *Ap. J.*, **303** (1986) 25.
- [11] R. B. Tully, *Ap. J.*, **323** (1986) 1.
- [12] M. J. Geller *et al.*, *Science*, **246** (1989) 897.
- [13] T. J. Broadhurst *et al.*, *Nature*, **343** (1990) 726.
- [14] 黄无量等, 科学通报, **33** (1987) 740.
- [15] W. L. Huang *et al.*, *Commun. Theor. Phys. (Beijing, China)*, **2** (1983) 1453.

Dark Matter and the Large Number Guesses in the Universe

Huang Wuliang

(*Institute of High Energy Physics, The Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039*)

Received 11 May 1995

Abstract

In this paper, we discuss that the mass of stellar, nucleon, and the dark matter particles are connected by a large number $A \sim 10^{19}$, and the strong interaction might be phenomenologically connected with the gravitation also by this large number in a deeper level.

Key words large numbers, dark matter, universe.