非平稳时间序列的状态空间建模与预测

路磊
（北京大学中国经济研究中心 98 级博士）

Abstract: The thesis deals with state space modeling and forecasting of time series. Decomposition model methods proposed to construct the model. Based on this method, the original time series can be modeled directly into state space formula. The trend component is modeled as random-walk model, the periodical component is modeled as dynamic harmonic regression model. Finally, the complete state space model is formed. this method removes the complexity in ARIMA model proposed by Box and Jenkins.

Keywords: Time series, State space model, EM algorithm, Kalman Filtering, Theta Algorithm, Optimal fixed interval smoothing

一、引言

随着随机过程、统计学等理论的发展，时间序列分析方法得到了广泛的应用和发展，其理论也逐渐成熟起来。其中 Box 和 Jenkins 的 ARIMA 模型是近几年来国际上流行的一种时间序列预测模型，但是由于 ARIMA 方法计算复杂、繁琐，着重于单纯从数据自身的相关特性来研究时间序列的各种性质，而忽略了引发数据变化的原因，所以在实际中未得到广泛应用。近年来，许多以状态空间模型为框架的时间序列预测方法应运而生，这种方法首先将时间序列转化为状态空间，然后采用卡尔曼滤波对非平稳时间序列进行外推预测、内插以及平滑，同时还可利用卡尔曼滤波对模型的未知参数进行极大似然估计，Kitagawa、Harvey、Young、P.C. 等都在这方面做出了贡献。与 ARIMA 相比而言，状态空间模型不仅具有建模灵活的特点，而且其模型可通过卡尔曼滤波进行线递推计算，以自适应的方式跟踪时间序列变化，大大减少了工作量。尽管利用状态空间模型对时间序列进行预测十分便利，但仍然存在不足，有待进一步改进：〔1〕对于状态空间方法的建模过程大都是基于 ARIMA 模型向状态空间模型的转化技巧〔Kitagawa 1984〕，无法实现对时变过程建模。〔2〕对于状态空间模型的参数估计外推，Young〔1990〕虽对模型的每一步都实现了完全递推形式，但也未给出模型参数的估计方法。

本文在建模方面采用了 Young、P.C 关于时间序列空间建模的方法；在参数估计方面，引用 Shumway〔1988〕针对状态空间模型的参数估计方法—EM 算法〔Expectation-maximination Algorithm〕，从而建立起能比较确切地反映系统特性的模型。本文采用的方法有以下几个优点：〔1〕Box-Jenkins 的建模方法要对数据进行预处理，用差分或取对数的方法除去数据中的趋势性和周期性，这既增加了难度，而且还丢失了非常宝贵的信息——趋势特性和周期特性，预测者无法通过 ARIMA 模型对这两种特性进行分析。本文采用的 Theta 算法〔Assimakopoulos 1995〕可成

功地将原始时间序列中的趋势项和周期性分离出来，一方面预测者可对这两种特性分别研究，另一方面也为建模奠定了基础。〔2〕在建模方面，采用了 Young、P.C.〔1990〕提出的分解模型方法。〔3〕在参数估计方面，采用了将卡尔曼滤波、最优固定区间平滑、预报误差分解似然函数以及 EM 算法融为一体的递推迭代方法，最大限度地利用全部时间序列数据估计参数，通过极大似然函数得到了较符合数据特点的模型，从而使预测结果令人满意。

二、非平稳时间序列的状态空间建模

在社会经济活动中，由于各种经济行为在不同时间所受影响的因素存在差异，作用效果存在区别，从而使经济活动的行为表现出不同特性，特征难于识别。但一般说来，一个时间序列的影响因素从作用方向而言，可将其划分为三种变动：趋势变动〔T〕、周期变动〔P〕和不规则变动〔N〕，任何一个时间列总是表现为上述三种变动的不同组合的总结果 Y，可用下列模型表示：

$$y(k)=t(k)+p(k)+n(k) \qquad (2\text{–}1)$$

其中：　y(k)—时间序列观测值；　t(k)—趋势项序列；

p(k)—周期项序列；　n(k)—不规则项序列；

本文涉及的内容之一就是试图将趋势项和周期项分离出来，分别建立模型，最后重新组合起来，建立总体状态空间模型，进行预测分析。

【趋势模拟与周期识别】

对于大多数决策人员来说，经济发展的趋势是他们希望能够看到的。因此，将长期趋势从时间序列中分离出来，对于研究宏观经济的预警与监测系统很有重要意义。V.Assimakopoulos〔1995〕提出的 Theta 算法通过 Theta 变换一次次地进行，可将原始时间序列一步步地转换为主要反映长期趋势的新时间序列。

Theta 变换每进行一次，时间序列中的一个观测值被选出，由其相邻观测值的平均值代替，一次变换完成，其数学表达式如下所示：

$$y_i=\begin{cases}\dfrac{x_{i+1}+x_{i-1}}{2} & \left|T_{r_i}-T_{r_{i-1}}\right|>0 \quad and \\ & \left|T_{r_I}-T_{r_{i-1}}\right|=\max\left\{\left|T_{r_k}-T_{r_{k-1}}\right|\right\}_{k=2}^{N-1} \\ x_i & other\end{cases} \qquad (2\text{–}1\text{–}1)$$

其中：　x_i—Theta 变换时输入的时间序列；

y_i—Theta 变换后输出的时间序列；

T_{r_i}—给定时间序列 $\{x_i\}$ 在 I 时刻的瞬时趋势　$T_{r_i}=x_{i+1}-x_i$；

N—样本空间；

经过变换后，原时间序列中的异常点或随机因素影响点被删除，有“棱角”的点将逐渐被“修平”，时间序列趋向平滑，直到时间序列上剩下长期趋势项为止。

为了能够用一种比较系统的方式从原始时间序列中分解周期项，我们引入 Theta 点指数，由下式表示：

$$q_p = \frac{1}{\max L - \min L} \max_{i=2}^{N-1} \left\{ \left| T_{r_i} - T_{r_{i-1}} \right| \right\} * 100 \qquad (2\text{–}1\text{–}2)$$

其中 maxL-minL 为原始时间序列观测值中最大值与最小值之差，随着 Theta 变换次数的增加，q_p 随之减小。V.Assimakopoulos 发现，不管原始时间序列的振幅如何，一个序列经过 Theta 变换后，如果 $q_p < k$（k 为常数）则序列中长度为 l_k 个观察的周期将被去掉。

l_k 和 q_p 关系如下：

q_p	被去除的周期长度（以观测值的个数表示）
7	随机项
1	5（周期为 5 个月）
0.1	12（季节性周期，周期为 12 个月）
0.02	45－60（周期为 4–5 年）

这样随着 Theta 换的连续进行，我们就逐渐得到了原始数据的长期趋势。

在社会经济系统中，原始时间序列往往含有多个周期，这些周期的长短、波动各有不同，混杂起来，难于从直观上确定各周期分量，利用周期图可判断数字信号序列中是否隐含有周期分量，并把这些分量检测出来，进行估计分析。含有谐波分量的数字信号序列 $\{x_t \quad t = 1 \quad 2 \quad \cdots \quad N\}$ 可描述成如下数学形式：

$$x_t = \sum_{j=1}^{k} c_j \cos(2pf_j t + j_j) + e_t \qquad (2\text{–}1\text{–}3)$$

其中：　$k \quad \{c_j\} \quad \{f_j\}$ 为常数，j=1,2···k

$\{j_j\}$—在 $(-p \quad p)$ 内均匀分布的独立随机变量；

$\{e_t\}$—独立于 $\{j_j\}$ 的白噪声序列，$Ee_t = 0 \quad Ee_t^2 = s_e^2$；

（2–1–3）式可改写为：

$$x_t = \sum_{j=1}^{k} (a_j \cos 2pf_j t + b_j \sin 2pf_j t) + e_t \qquad (2\text{–}1\text{–}4)$$

其中：　$a_j = c_j \cos j_j \qquad b_j = -c_j \sin j_j$

本文采用周期图方法来搜索隐含周期，这种方法的基本思想是：假定某谐波频率 f_* 可估计为 $\hat{f}_*$，则可由 $\hat{f}_*$ 获得相应的 $\hat{a}_*$ 和 $\hat{b}_*$，如果 f_* 与 $\hat{f}_*$ 很接近或者相等，则 $\hat{a}_*$ 和 $\hat{b}_*$ 也就接近 a_* 和 b_*，因而 $\hat{a}_* + \hat{b}_*$ 就显然非零，所以 $\hat{a}_* + \hat{b}_*$ 与周期图有密切的关系，当 f_* 与 $\{f_j\}$ 中某一值接近时，相应频率上的周期图显现局部的极大，运用这种方法可达到估计序列隐含周期的目的。根据上述基本思想可得到几个观察序列 $\{x_1 \quad x_2 \quad \cdots \quad x_N\}$ 的周期图为：

$$I_N(f) = \frac{2}{N} \left[\sum_{t=1}^{N} x_t e^{-j2pf_t} \right]^2 \quad (-\frac{1}{2} \le f \le \frac{1}{2}) \qquad (2\text{–}1\text{–}5)$$

（实际计算中 f 的取值为离散的 $0\quad \frac{1}{N}\quad \frac{2}{N}\quad \cdots\quad \cdots$）

取：　$I_p = I_N(f_p)\quad f_p = p/N\qquad p = 0\quad 1\quad \cdots\quad \left[\frac{N}{2}\right]$

有：　$I_p = \frac{N}{2}\left[\hat{a}_j^2 + \hat{b}_j^2\right]$　（2–1–6）

其中 $\hat{a}_j$ 和 $\hat{b}_j$ 由 OLS 可得 ：　$\hat{a}_j = \frac{2}{N}\sum_{t=1}^{N} x_t \cos 2pf_j t$　（2–1–7）

$$\hat{b}_j = \frac{2}{N}\sum_{t=1}^{N} x_t \sin 2pf_j t \qquad （2–1–8）$$

按照标准频率 $f_p = p/N$ （$p = 0\quad 1\quad 2\quad \cdots\cdots\quad \left[\frac{N}{2}\right]$）画出周期图，然后从图上找出峰值，用统计检验法将峰值进行零假设检验，即可判断隐含周期的存在性。

【建立时间序列状态空间模型】

前面我们已提过，从原始时间序列着手直接建立状态空间模型，然后对各项分别进行分析和建模，模型的形式如下：

$$\begin{cases} x(k) = Ax(k-1) + Bv(k-1) \\ y(k) = Cx(k) + w(k) \end{cases} \qquad （2–2–1）$$

其中：　$A = \begin{bmatrix} A_t & & \\ & A_p & \\ & & A_n \end{bmatrix}\quad B = \begin{bmatrix} B_t & & \\ & B_p & \\ & & B_n \end{bmatrix}\quad C = \begin{bmatrix} C_t & C_p & C_n \end{bmatrix}$

● 趋势项模型：

对于非平稳时间序列的趋势，二阶一般随机走动 GRW 模型是一种最为简单而又广泛应用的随机表示：

$$\begin{cases} x_t(k) = A_t x_t(k-1) + B_t v_t(k-1) \\ t(k) = C_t x_t(k) \end{cases} \qquad （2–2–1–1）$$

其中：$a\quad b\quad g$ —常数；$t(k)$—k 时刻的趋势；$d(k)$—二阶状态变量；$v_{t1}(k)\quad v_{t2}(k)$—零均值序列不相关的离散白噪声；

GRW 有几种特殊的表现形式，在实际应用中，由于 IRW 模型可用最少数量的未知参数代表序列的趋势模型，故最为常用，Harvey〔1984〕称之为"局部线性趋势模型"，模型形式如下：

$$x_t(k) = \begin{bmatrix} t(k) \\ d(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} t(k-1) \\ d(k-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} v_{t1}(k-1) \\ v_{t2}(k-1) \end{bmatrix}$$

$$t(k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} t(k) \\ d(k) \end{bmatrix} \qquad （2–2–1–2）$$

其中： $v_{t1}(k)\quad v_{t2}(k)$ 的协方差 $Q_t(k)=\begin{bmatrix}0 & 0\\ 0 & q_{t22}\end{bmatrix}$

在 IRW 模型中，t(k)和 d(k)可被解释为趋势变化时的趋势水平分量和趋势坡度分量。

● 周期项模型：

本文采用的动态谐波回归(DHR)模型避免了 kitagawa 利用差分形式建立周期模型的复杂性，同时也解决了 Harvey 随机振荡模型处理周期项幅值有变化时无能为力的缺点，能够自适应地跟踪周期项幅值变化，更好地反映数据的实际情况。

DHR 模型采用傅立叶形式将各周期分量表示为余弦函数和正弦函数之和的形式，模型的参数为各周期分量的振幅和频率，这些参数也是系统的本征参数，由前面得到的各次周期分量的频率 f_i (i=1,2…F)后，周期项由下式表示：

$$p(k)=\sum_{t=1}^{F}\left[q_{1i}(k)\cos 2pf_j k+q_{2i}(k)\sin 2pf_j k\right] \tag{2-2-2-1}$$

q_{1i} — f_i 频率处余弦分量的振幅； q_{2i} — f_i 频率处正弦分量的振幅；F—周期频率的个数，其中 $q_{1i}\quad q_{2i}$ 是时变的；

并且定义振幅变化 $A_i(k)$ 为：

$$A_i(k)=\sqrt{q_{1i}^2+q_{2i}^2} \tag{2-2-2-2}$$

由于将振幅参数直接设为状态向量，故周期项的幅值变化可由状态向量的变化来表示，即通过在状态向量中加入振幅变化率的方法处理振幅的非平稳变化，周期项的状态空间模型如下：

$$\begin{cases} x_p(k)=A_p x_p(k-1)+B_p v_p(k-1)\\ \qquad p(k)=C_p x_p(k)\end{cases} \tag{2-2-2-3}$$

$$x_p(k)=\left[q_{11}(k)\quad s_{11}(k)\quad q_{21}(k)\quad s_{21}(k)\quad \cdots\quad q_{1F}(k)\quad s_{1F}(k)\quad q_{2F}(k)\quad s_{2F}(k)\right]^T$$

其中： $q_{1i}(k)\quad q_{2i}(k)$ — $q_{1i}\quad q_{2i}$ 在 k 点的值； $s_{1i}(k)\quad s_{2i}(k)$ — $q_{1i}\quad q_{2i}$ 在 k+1 点对 k 点的变化值；

$$A_p=\begin{bmatrix}A_1 & & & \\ & \ddots & & \\ & & \ddots & \\ & & & A_1\end{bmatrix}_{4F\times 4F}\qquad B_p=\begin{bmatrix}B_1 & & & \\ & \ddots & & \\ & & \ddots & \\ & & & B_1\end{bmatrix}_{4F\times 4F}$$

$$C_p=\left[\cos 2pf_1 k\quad 0\quad \sin 2pf_1 k\quad 0\quad \cdots\cdots\quad \cos 2pf_F k\quad 0\quad \sin 2pf_F k\quad 0\right]$$

$$A_1=\begin{bmatrix}1 & 1\\ 0 & 1\end{bmatrix}\quad B_1=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}$$

$$v_p(k)=\left[v_{p11}(k)\quad v_{p21}(k)\quad v_{p12}(k)\quad v_{p22}(k)\quad \cdots\quad v_{p1F}(k)\quad v_{p2F}(k)\right]^T$$

$v_p(k)$ ——元素互不相关零均值的白噪声；

● **随机项模型:**

当时间序列除去趋势项和周期项后，余下的信息就是随机项为平稳序列，为了适应状态空间模型的特点，以实现参数递推估计，我们采用递推的 AR(P)模型形式拟合随机项 n(k)，用 AIC 准则定出最佳阶数 p；随机项 n(k)用 AR(p)模型表示如下：

$$n(k)=\sum_{i=1}^{p} f_i n(k-i) \qquad (2\text{–}2\text{–}3\text{–}1)$$

其中：$f_1 \quad f_2 \quad \cdots \quad fp$——自回归系数

将 AR(P)模型中的参数$\left(f_1 \quad f_2 \quad \cdots \quad f_P\right)^{\prime}$ 设为状态向量 $x_n(k)$，建立状态空间模型为：

$$\begin{cases} x_n(k)=A_n x_n(k-1) \\ n(k)=C_n x_n(k)+w(k) \end{cases} \qquad (2\text{–}2\text{–}3\text{–}2)$$

其中：$A_n=\begin{bmatrix} 1 & & \\ & \ddots & \\ & & 1 \end{bmatrix}_{p\times p}$，$C_n=\left[n(k-1) \quad n(k-2) \quad \cdots \quad n(k-p)\right]$

$n(k-1) \quad n(k-2) \quad \cdots \quad n(k-p)$是第 $k-1 \quad k-2 \quad \cdots \quad k-p$ 处时间序列数据的随机项余项。

●**总体状态空间模型:**

将结构模型的各分项分别确定出来以后，就可建立起总体的状态空间模型：

$$\begin{cases} x(k)=Ax(k-1)+Bv(k-1) \\ y(k)=Cx(k)+w(k) \end{cases} \qquad (2\text{–}2\text{–}4\text{–}1)$$

其中：　$x(k)=\left[x_t(k) \quad x_p(k) \quad x_n(k)\right]$；$y(k)$——时间序列数据；

$$A=\begin{bmatrix} A_t & & \\ & A_p & \\ & & A_n \end{bmatrix} \quad B=\begin{bmatrix} B_t & & \\ & B_p & \\ & & B_n \end{bmatrix} \quad C=\left[C_t \quad C_p \quad C_n\right]$$

$v(k)=\left[v_t(k) \quad v_p(k) \quad 0\right]^T$

$v_t \quad v_p$—相互独立的白噪声序列　　　$E(v_t v_p^{\prime})=0$

$w(k)$——零均值白噪声　　　　　$E(w(k)w^T(k))=R$

至此，时间序列的总体空间建模就全部完成了。

【卡尔曼滤波、参数估计与时间序列预测】

建立起时间序列的空间总体模型后，接下来要解决的另一个重要问题是如何得到系统状态向量的估计值，而卡尔曼滤波对未知状态的随机动态系统给出了一个线性、无偏、最小方差的递推算法。

已知系统的状态方程和量测方程如（2–2–4–1）式，其卡尔曼滤波公式为：

$$
\begin{aligned}
\hat{x}(k/k) &= \hat{x}(k/k-1) + k(k)e(k) \\
e(k) &= y(k) - \hat{y}(k) = y(k) - C\hat{x}(k/k-1) \\
\hat{x}(k/k-1) &= A\hat{x}(k-1/k-1) \\
k(k) &= p(k/k-1)C^T\left[Cp(k/k-1)C^T + R\right] \\
p(k/k-1) &= Ap(k-1/k-1)A^T + BQB^T \\
p(k/k) &= \left[I - k(k)C\right]p(k/k-1)
\end{aligned}
\qquad (2\text{–}3\text{–}1)
$$

初始条件：$x(0) = m \quad p(0) = p_0$；经过卡尔曼滤波，我们就得到 $x(N/N)$ 和 $p(N/N)$。

对于一组时间序列观测值 $\{y(j) \quad j = 1 \quad 2 \quad \cdots \quad N\}$，利用卡尔曼滤波可确定 x(k)的最优估计 $x(k/k)$ (k=0,1⋯N)，最优滤波估计后，我们就可以看到当 k=0,1⋯N 时，我们所具有的量测值超过了 k，于是可用固定区间平滑估计的方法提高状态滤波估计的精度，即基于所有有效量测数据 $\{y(k) \quad k = 0 \quad 1 \quad \cdots \quad N\}$ 求状态 x(k)的最优估计：

$$\hat{x}(k/N) = E\left[x(k)\left(y(1) \quad y(2) \quad \cdots \quad y(k)\right)\right] = \hat{x}(k/k) + J(k)\left[\hat{x}(k+1/N) - \hat{x}(k+1/k)\right]$$

(k=N-1、N-2⋯⋯0) (2–2–2)

其中：$x(N/N)$ 为初值，由卡尔曼滤波给出；

$J(k) = p(k/k)A^T p^{-1}(k+1/k)$ ——平滑滤波器增益矩阵

最优固定区间平滑误差随机过程：

$$\left\{\hat{x}(k/N) = x(k) - \hat{x}(k/N), k = N \quad N-1 \quad \cdots \quad 0\right\} \qquad (2\text{–}3\text{–}3)$$

是零均值、高斯——二阶马尔可夫序列，其协方差矩阵由以下方程给出：

$$p(k/N) = p(k/k) + J(k)\left[p(k+1/N) - p(k+1/k)\right]J^T(k)$$

(k=N-1、N-2⋯⋯0) (2–3–4)

其中：$p(N/N)$ 为初值，由卡尔曼滤波给出。

利用固定区间平滑我们就可得到初值 X(0)和初始方差阵 p_0 的修定值，并将其作为下一次递推滤波的初值。下面我们来确定未知参数 $x(0) \quad p_0 \quad Q \quad R$ 以便进行递推估计。Shumway 针对状态空间模型给出的 EM 算法，对于解决时间序列状态空间模型的参数估计问题非常方便灵活，EM 算法是一种求参数的极大似然估计的迭代算法，它在不完全数据处理领域得到了广泛的应用。设有样本空间 X 和 Y，Y=Y(X)是不完全数据 X 到完全数据 Y 的映射，可以把 $f(Y/q)$ 看成是 $f(X/q)$ 边缘分布，通过极大似然估计法估计参数 q 即 $\max_{q\in\Omega} f(Y/q)$：

利用 EM 算法 $q^{(i)} \to q^{(i+1)}$ 如下：

E 步：对于 $q^{(i)}$ 计算 $Q(q/q^{(i)}) = E\left[\log f(X/q|Y, q^{(i)})\right]$

M 步：求出 $q^{(i+1)} \in \Omega$ 使 $Q(q^{(i+1)} | q^{(i)}) = \max_{q \in \Omega} Q(q | q^{(i)})$

其中：E 步求完全数据的似然函数求条件期望；M 步求条件期望的最大值；通过反复迭代，逐步逼近 q 的极大似然估计。

由于直接对不完全数据的对数似然函数进行优化非常困难，而对完全数据的对数似然函数优化通常较为容易，故可借助于 EM 算法对对数似然函数极大化，得出 q 的估计值。

完全数据〔状态变量 X(K)、系统噪声 V(K)和量测噪声 W(K)〕的似然函数为：

$$L(x,v,w;q) = f(x(1) \quad \cdots \quad x(N);q) * f(v(1) \quad \cdots \quad v(N);q) * f(w(1) \quad \cdots \quad w(N);q)$$
(2–3–5)

可求出其对数似然函数为(去掉常数项) $LnL(x.v,w;q)$，按照 EM 算法的 E 步可求出关于 Y，q_i 条件数学期望：

$$Q(q/q_i) = E[\ (LnL(x,v,w;q)\,|\,Y]$$ (2–3–6)

为了对 $Q(q|q_i)$ 极大化，只需对 q 求偏导，并令其为 0，就可求得下一步迭代的参数值，可计算出 Q(i+1)和 R(i+1)，同时为了求得 $p(k,k-1|N)$，Shumway 给出了该值的向后滤波递推值，重要就解决了状态空间模型的参数估计问题。

三、预 测

解决了状态空间模型的参数估计问题，然后在 $x(k/k)$ 知道的情况下，利用这些信息就可以进行第 s 步预测。

$$\begin{cases} x(k+s) = Ax(k+s-1) + Bv(k+s-1) \\ \quad y(k+s) = Cx(k+s) + w(k+s) \end{cases}$$ (3–1)

$$E[x(k+s)(y(k)] = x(k+s(k) = Ax(k+s-1) + BE(v(k+s-1) = Ax(k+s-1)$$
(3–2)

由上式知：$A(k+s|k) = A^s x(k|k)$

$$\hat{y}(k+s|k) = E(y(k+s)|y(k)) = Cx(k+s|k) + E(w(k+s)) = CA^s x(k|k)$$
(3–3)

参考文献：

〔1〕Young,P.C.,Ng,C.N.,“Recursive Estimate and Forecasting of Nonstationary Time Series” Journal of Forecasting,Vol.9,173–204,1990

〔2〕Shumway,R.H,“Applied Statistical Time Series Analysis” ,1988

〔3〕 G.Kitagawa,W.Gersch,“A Smoothness Priors–state Space Modeling of Time Series with Trend and Seasonality” , Journal of American Statistical Association,378–38,1984

〔4〕 V.Assimakopoulos，“A Successive Filtering Technique for Identifying Long

Term Trends" Journal of Forecasting,Vol.14,35–43,1995

〔5〕Harvey,A.C., "A Unified View of Statistical Forecasting Procedures" Journal of Forecasting,Vol.3,245–275,1984