

货币、价格、利率与真实经济波动 一个可计算的随机动态模型

戴 勇

“理论经济学的的一个职能是提供一个有说服力的、完全人为设计的经济系统作为实验室，用以替代代价过于高昂的实际经济政策实验”。

—— Robert E. Jr. Lucas (1980)

一、引言

80年代中期以来，中国的现实经济经历了剧烈波动，倒是提供了一个难得的真实经济实验。在这十几年的经济波动中，粗略地看，至少这样的两个特征是比较明显的：其一，真实产出增长率与货币供给增长率的波动在时间序列上有很大的相关性（参看图一）；其二，在名义利率由政策控制、波动不大的背景下，通货膨胀率的急剧波动造成经济中真实利率的急剧波动（图二）。在这里，作者首先主观地认为这两件事情是重要的，并且先验地猜想它们之间是有联系的。

货币供给与真实产出密切相关是经济学中基本上被普遍接受的、少数比较稳定的关系之一，尽管二者之间到底谁是因、谁是果、或者同是更深层次变量的果的争论一直是经济分析中的活跃题目¹。名义利率基本保持不变、真实利率经历剧烈波动倒更可能主要是“中国特色”的经济现象。这样的制度背景到底对真实经济运行意味着什么，经济学理论必须接受现实提出的挑战。

作为一项尝试，本文将提供一个可计算的随机动态模型从一个统一的角度来观察和理解现实中所发生的事情。这里，首先需要说明的是，本文将更多地侧重于详细叙述模型的求解过程。因为作者相信：从一定意义上说，工具箱的扩大和磨砺可能要比提出一个具体的观点、解决一个具体的问题更重要²。这样做的另一个原因是，模型的计算结果显示：尽管从定性的角度看，模型经济对现实经济有很好的拟合效果，但从定量的角度看，本文模型仿真获得的数据的统计量与已有的对现实经济的测度数据的统计量之间存在一定程度上的偏差。这势必引出一个比较的标准选择问题。Prescott (1986a, b)有个重要的观点：（动态经济）“理论超前于对现实经济波动的测度手段”。

¹ Sims (1972)研究了美国的季度数据，其结果表明：在货币供给和产出变化之间存在一个单方向的Granger意义上的因果关系，是货币变动带来产出变动而不是相反。King & Plosser (1984)则认为只有“内部货币”（存款货币，即在金融机构内的中介资产）的波动才领先于真实产出，对真实经济有影响；而“外部货币”（存款货币加上流通中的现金，即通常所说的M1）更可能地是内生于经济波动的中央银行货币政策的反映。更宽泛地，关于名义变量（主要是货币供给、价格和利率）波动与真实产出波动的关系，可以参考拙文“经济波动中的货币、价格、利率和产出：理论和（可能的）事实”（1999年4月手稿）。

² 一个很好的脚注是Kydland & Prescott (1982)。Kydland & Prescott强调了认识到资本积累存在时滞和设法扩大消费的跨期替代弹性的重要性，但是他们的文章被广泛引用的主要原因是他们提出了一套进行随机动态一般均衡分析的完整办法。

作为一门科学,经济学的可积累性是至关重要的。经济分析应该是在理论和数据的不断反馈中求得发展,而不是单纯地迷信于数据。基于这两方面的原因,将本文看作是应用随机动态模型分析中国现实经济的一次演练也许更为合适。

全文结构如下。第二部分我们将说明本文的写作动机。由于本文模型的设定和求解过程遵循的是典型的真实经济周期分析思路,不可避免地,我们对真实经济周期分析略作了一些介绍和讨论。第三部分阐明本文模型的具体假设条件,并建立之。第四部分是全文的主体;在那里,模型的具体求解过程将被给出。我们将微调一组具体函数形式下的模型、计算模型变量的稳定状态、近似模型、计算近似模型下收敛的价值函数和决策函数、计算近似模型的冲击响应函数,最后计算模型生成数据的统计量。第五部分总结了模型的计算结果,并与现实经济的测度数据进行了比较。第六部分是总结性评论。部分图表整理于附录(略)。

二、动机:经济波动的随机动态分析

Lucas (1972)在经济学发展史上有着很重要的地位。仅就方法论而言,它所构造的随机动态一般均衡模型是近 20 年来宏观经济分析的主要工具(“类似于供求分析在早期经济分析中的地位”,Prescott 1986a)。“均衡”被 Lucas 解释为定义在由有限维向量撑成的经济可能存在的状态空间上的函数(而不是数值)。更具体地,均衡经济分析的任务是:“写出一段 Fortran 程序,其输入变量是特定的政策规则,输出变量是描述我们所关心的经济变量的时间序列的一些统计量,而这一切都是可以预测到的”(Lucas, 1980)。

随着 Kydland & Prescott (1982)和 Long & Plosser (1983)的开拓性工作,真实经济周期学派形成并渐于成熟,而随机动态一般均衡模型的运用则是其显著标志之一³。他们的工作表明:尽管在解释劳动力市场的波动时存在一些问题,把真实的、来自于技术的随机冲击作为经济波动的(唯一)来源,在解释经济中主要变量的波动程度及其相关关系时,模型生成的时间序列与实际数据有很好的吻合效果(尤其是考虑到他们模型的简洁性)。Hansen (1985)在引入劳动力市场的特殊限制条件(非凸性)后,进一步表明真实经济周期分析在劳动力市场上遇到的困难在一定程度上是可以克服的。Prescott 进而总结认为经济波动的真实分析(均衡分析)是经济学上的新贡献,并在相当程度上赢得了一场与 Summers 在 1986 年的争论(Prescott, 1986a,b; Summers, 1986)。

然而,尽管真实经济周期分析的模型可以做得相当漂亮,其结果也好得可以,多数经济学家还是认定“名义经济周期”是存在的,在数量上也是重要的。即使是与真实经济周期学派很有渊源的一批年轻经济学家,现在多数人在研究中也放弃了“对真实经济造成影响的随机冲击都是真实的”这样的信仰。现在,经济中的冲击来源早已不只限于真实的技术冲击,包括政策甚

³ 以致于现在人们经常混用随机动态一般均衡分析和真实经济周期分析这两个名词。本文也是如此。

至是偏好在内的各种冲击都可以刻划。这样，Lucas 所强调的政策的理论的政策实验功能也就有了可操作性。可以说，现在的所谓真实经济周期研究继承的更多的是 Kydland & Prescott (1982)的方法而非思想。有兴趣的读者至少可以把 McCallum (1989)、Mankiw (1989, 1990)当作学习的起点；而且，严格地说，从思想上看，真实经济周期分析有其相当的传统⁴。

真实经济周期分析的核心是建立一个可计算的动态模型经济。典型的随机动态一般均衡模型假设经济中的决策者面临着来自于各方面的各种随机冲击，在动态的环境中作出自己的最优选择；而所有决策者的相互作用决定了经济中的竞争均衡。从技术角度看，Kydland & Prescott (1982)在建模上提供了一个很好的示范，它所开始采用的微调和仿真技术现在已是真实经济周期学派的基本分析工具；而具体到算法上，则经常采用迭代算法求解理性预期下竞争均衡解。

真实经济周期分析的一个额外好处是它做到了增长模型和波动模型的统一。只要经过适当的变换，非平稳的增长模型可以转化为平稳的波动模型，波动模型获得解以后再经过逆向转化回增长模型，就可以分析起初的增长模型里的问题。King、Plosser & Rebelo (1988a)和 Altug (1989)都是很好的例子。

鉴于真实经济周期分析在宏观经济研究中的重要地位，一个很自然的想法是：这套分析办法对研究中国的经济问题是否有效？遗憾的是，迄今为止，作者尚未看到这样的尝试。本文的最初写作动机就是从借鉴的角度，尝试着依照真实经济周期分析的思路来看看中国的经济问题。

当然，这样做是有困难、有危险的：由于必须解决模型的可计算性问题，有大量的“Fortran 程序”需要写出⁵；由于一方面本文只是一个初步的尝试，一方面是中国宏观经济数据的质量问题，这样的比较其可信度也不会很高。或许一个更深层次的问题是真实经济周期分析的假想研究对象是成熟的市场经济（主要是美国）。中、美之间经济制度上的差异对模型的设定和计算是否会有实质性的影响呢？这势必要求对中国的（特殊）经济制度有所刻划。用 Lucas 的话讲，就是如何定义“特定的政策规则”作为程序的“输入变量”。出于开始时不要把问题搞得过于复杂的认识，本文只是选择了可能的、比较简单的政策规则而已，尽管这样的选择其实是对作者观察力的“观察”。

因此，本文更主要的写作动机其实是对随机动态一般均衡分析的演练，并且企图在适当的场合就分析方法作一些新的尝试。

我们知道，分析的中心环节是可计算、可处理的。在早期的工作中，比如 Kydland & Prescott (1982)，模型经济中的代表性经济行为者 (representive agents) 都是同质的，而且除了面临技术上的不确定性以外，经济中再没有别的什么干扰。近年来的真实经济周期分析正是朝着放松

⁴ 比如，King (1994)指出 Fisher (1933)的债务通货紧缩理论是典型的真实经济周期分析的思路：它提出了一个从最初经济中可能发生各种冲击到经济发生相应波动的传导机制。

⁵ 本文程序的规模大致为：SAS 几十行，Maple 几百行，Matlab 几千行。只要定义好数据集的性质，写出具体的模型，程序（包括大量的接口函数）基本可以实现从原始数据集、原始模型到自动生成所有关心的统计量的全过程。

这两个假定条件而发展的。

其一是解决模型包括异质经济行为人的问题。作者可获得的文献中的处理手段至少有 Prescott & Townsend (1984), King, Plosser & Rebelo (1988b), Kydland & Prescott (1991)。这里的一个核心问题是异质经济行为人为福利加总的微观基础问题, 这需要在模型中给出相当多的假定和约束。本文回避了这一问题。这样做的缺陷是明显的: 异质经济行为人之间的交互作用尤其是财富转移效应得不到刻画, 而这种效应对经济的运行常常有重要的影响⁶。但是对于本文的基本出发点而言, 这样做是足够了, 因而也是允许的。

其二是模型允许来自于制度、政策的干扰存在。比如, Cooley & Hansen (1989)分析了货币供给政策对经济的影响, ǒmrohoroylu (1989)注意到了保险市场的不完全性, Christiano & Eichenbaum (1992)的模型则加进了政府的财政支出政策冲击。但是, 已有文献中的干扰基本上都是数量上的, 来自于价格的极少。数量上的约束其实是好处理的, 而价格上的约束则相对难一些。这里的关键是: 在求解模型时普遍使用的福利经济学第二定律此时已不可适用, 模型的 Pareto 有效解不再是模型的竞争均衡解, 均衡解必须直接求得。价格约束的一个隐含意义是自由市场其实是非均衡的, 在技术上这体现为要求采用非线性规划刻画可能存在的所有内点解和角点解。而现实的情形是, 在中国, 一个关键性的价格变量——名义利率还是没有放开的。本文认为这样的制度约束是重要的, 并将尝试一套基于 Markov 链分析的包括可能存在的角点解的随机动态规划办法直接求解模型。这样的处理办法至少作者在文献里尚未看到。

三、模型

1、假设

我们首先具体地给出模型的一些假设。

时间 模型中的时间是向前无限期的、离散的。时间被划分为相邻的时期片, 我们用 t 代表本期, $(t+1)$ 代表下期, 如此等等。一般地, 对于时期跨度的理解依赖于模型的其它具体设定。这里我们假定一个生产周期为一期。

行为人 假定经济中存在可数无限多个同质(homogeneous)的家庭(这样我们就可以只分析代表性家庭的行为, 因而本文中的总量都是平均意义上的)。一个家庭实际上由一个丈夫和一个妻子组成, 两人都是可以永远活着的。在每一期的期初(“早晨”), 丈夫都要带上家里积攒起来的“资本品”到一个叫做“资本品市场”的地方去出租, 然后到一个叫做“劳动力市场”的地方去出售自然赋予的劳动力(工作); 妻子则都要带上一种叫做“货币”的东西到一个叫做“消费品市场”的地方去购买商品。在每一期的期末(“夜晚”), 夫妻俩都回到家庭, “消费”采购来的消费品, 并度过一段叫做“闲

⁶ Scheinkman & Weiss (1986)就论证了在财富在经济决策者之间的分配在货币注入以后可能发生的内生变化; 而在外部的随机冲击下, 此种财富转移效应可以触发经济的波动。

暇”的时光。

家庭消费的商品只能是妻子从消费品市场上用货币采购来的商品⁷，而且面临着“货币先行”(cash-in-advance)的约束⁸：本期的货币收入（在夜晚由丈夫带回家来）是不能用于购买本期的消费品的（妻子早晨就出发了）。实物是不可以直接用于交换产品的，为了能够在下期购买商品，丈夫必须在回家的路上绕弯到消费品市场上把本期实物收入的一部分以一定的价格卖掉（买者可以是其他家庭中的妻子或者是任何的中介机构）以获取货币，其余部分带回家、作为资本品积累起来。货币的来源还包括“政府”的印钞机在本期的产出（一般地，可以允许印钞机的产出为负，即名义货币存量可以下降）。

每个家庭在每一期都有数量上等于1的时间禀赋。假定丈夫到劳动力市场、资本品市场和消费品市场是不花时间的，而且妻子的采购时间是很短的，至少总是先于丈夫回到家里⁹。闲暇被定义为夫妻俩都呆在家的时间。

经济中存在一台（或者可数无限多台）叫做“企业”的计算机，每一时期它（们）都运行如下的程序：在期初，从家庭购买来劳动力，租赁来资本品，在一定的技术约束下投入生产；在期末，生产结束，产品的一部分作为劳动力的工资、另一部分作为资本品的租金支付给家庭，剩余（即利润，如果存在的话）以红利的形式分发给股东。家庭既是劳动力要素的所有者，也是资本要素的所有者，还是企业的股东。

经济中还存在一台叫做“政府”的计算机。在政府上运行的程序是在每一期的期初按照一定的政策规则制定本期的名义货币供给和名义利率水平（这台计算机的处理器和显示器之间有一段距离间隔，信号在传输线中可能会被附加上各种各样的噪声），并强制它们在经济中得到执行。

为了使模型尽量简洁（避免引入过多的价格变量），我们假设作为唯一一种产品的不同使用方式，消费品和资本品是同质的，因而它们的价格是一样的。不失一般性，我们定义货币的价格是1，即它是经济中的计价物。家庭、企业和政府都是自然给定的。

偏好 代表性家庭的目标是预期前向各期效用函数经过主观贴现后加总的最大化。主观贴现率 b 是个常数， $0 < b < 1$ 。进入单期效用函数的变量只有当期消费和闲暇，即 $U = U(c_t, l_t)$ 。家庭的偏好是稳定的（ U 是固定的一个函数关系），消费和闲暇的边际效用都是严格正的，但是递减的。

技术 假定存在一个产品的生产函数 $f(x_t, k_t, n_t)$ 把资本品 k_t 和劳动力 n_t 这两种要素以及经济中每一期发生的随机技术冲击 x_t 与最终产品联

⁷ 另一种可能的解释是家庭的偏好是严格凸(convex)的，它倾向于消费所有商品的一个凸组合而不是单纯的（自给自足的）一种商品。这样当商品的种类趋向无穷多时，我们可以认为家庭消费的商品都是购买来的。这里假设不同企业或者同一企业使用来自于不同家庭的要素的产出在所有家庭看来是不同的商品。

⁸ 也就是说，消费品是 Lucas & Stokey (1987)所说的“现金商品”(cash goods)，而不是“信贷商品”(credit goods)。

⁹ McCallum (1990)的分析表明，货币先行模型可以是采购时间模型的一个特例。此外，我们还可以允许妻子作一些“家务活”(household production)，参见 Benhabib, Rogerson & Wright (1991)和 Greenwood & Hercowitz (1991)。

系起来。特别地，我们假定生产函数关于资本品和劳动力是规模报酬不变的（因而企业的数目，即计算机的台数是不重要的）。资本品有一个折旧率，且折旧后的资本品同产品同质。由于资本品市场上实现的利率受到政策的限制，家庭的资本有一部分可能是出租不出去的。一般地，应该允许投入生产的资本品的折旧和未投入生产的资本品的折旧是不同的¹⁰。这里我们不妨把前者定义为 d_t^d ，后者为 d_t^s ，并且有 $0 \leq d_t^s \leq d_t^d \leq 1$ 。产品和货币都是可以无限细分的（因而微积分运算有意义）。

政策环境 模型中的货币是个存量，其名义供给由政府的货币政策决定的。因此本期货币市场出清的约束对本期价格水平有着直接的影响。名义利率是由政府的利率政策所决定的，同样可以认为是外生于经济的。外生的名义利率是模型的一个关键假设，它的引入对于市场的均衡解有深刻的影响。

随机冲击 生产函数面临着真实的随机技术冲击 x_t 。作为政府的政策变量，名义货币供给 M_t 和名义利率 R_t 都是外生于模型的，其历史是公共知识。

信息结构 在每一时期的期初，自然选择随机技术冲击 x_t 的一个实现，并立刻被所有行为人都观测到；政府计算出本期的名义货币供给 M_t 和名义利率 R_t 并通过显示器告之于众。

2、模型

下面我们定义一些符号并给出家庭和企业面临的规划问题。标记除相对于基期的价格水平 P 以外的所有小写变量都是真实变量，而所有的大写变量都是名义变量，即 $x_t = X_t/P_t$ 。特别地， c_t 、 l_t 分别指代在 t 期家庭消费的商品和闲暇； n_t 是家庭出售的劳动力， w_t 是相应的工资； k_t^e 是资本品市场上实现的均衡租赁数量， r_t 是真实利率； d_t^s 是政府的货币供给， A_t 是家庭持有的货币。

家庭求解的是一个无限期的动态规划问题：

$$\max_{\{c_t, l_t\}_{t=0}^{\infty}} E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U(c_t, l_t) . \quad (0)$$

面临的约束有：

$$c_t \leq \frac{A_{t-1}}{P_t} + \frac{M_t - M_{t-1}}{P_t} , \quad (1)$$

$$k_{t+1}^s + \frac{A_t}{P_t} \leq w_t n_t + r_t k_t^e + p_t + (1 - d_t^s)(k_t^s - k_t^e) , \quad (2)$$

$$l_t = 1 - n_t , \quad (3)$$

$$r_t = R_t - \ln(p_t / p_{t-1}) . \quad (4)$$

¹⁰ Burnside & Eichenbaum (1996)使用这一手段避免了可能出现角点解的问题。

以及技术和政策在固定规则下的随机变动（详情参见下文）。

(1)式刻划的是货币先行约束，(2)式是家庭的预算约束。这里我们定义在给定资本品租赁市场上的利率为 r_t 时，实际发生的均衡资本品租赁数量为 $k_t^e := \min(k_t^s, k_t^d)$ 。家庭对资本品的供给 k_t^s 是上期决策决定的，而企业对资本品的需求 k_t^d 是本期决定的；这样， $k_t^e \leq k_t^d$ 的约束永远是成立的(binding)¹¹，即 $k_t^e \equiv k_t^d$ 。这也正是为什么在考虑家庭的规划问题时我们可以省略引入Kuhn-Tucker乘子。(3)式是由时间禀赋决定的一个恒等式。(4)式是真实利率的定义式（真实和名义利率都取毛利）。

企业的优化问题是单期的。

$$\max_{\{k_t^e, n_t\}} p_t = f(\mathbf{x}_t, k_t^e, n_t) + (1 - \mathbf{d}_t^d)k_t^e - \mathbf{w}_t n_t - r_t k_t^e$$

$$\text{s. t: } k_t^e \leq k_t^s.$$

其一阶条件是：

$$r_t + I_t = \frac{\partial f(\mathbf{x}_t, k_t^e, n_t)}{\partial k_t^e} + (1 - \mathbf{d}_t^d), \quad (5)$$

$$\mathbf{w}_t = \frac{\partial f(\mathbf{x}_t, k_t^e, n_t)}{\partial n_t}. \quad (6)$$

其中 I_t 是处理由于利率外生可能导致的市场非均衡时所必须引入的Kuhn-Tucker乘子， $I_t \geq 0$ 。

为行文方便起见，我们重新定义变量 $k_t := k_t^s$ ， $\mathbf{k}_t k_t := k_t^e$ 。标量 \mathbf{k}_t 恰好满足 $0 \leq \mathbf{k}_t \leq 1$ ，它一个形象性的理解可以是资本品的使用率。这样，我们得到如下的资本品的演进规则(laws of motion)：

$$\begin{aligned} k_{t+1} &= (1 - \mathbf{d}_t^d)\mathbf{k}_t k_t + (1 - \mathbf{d}_t^s)(k_t - \mathbf{k}_t k_t) + i_t \\ &= [1 - \mathbf{k}_t \mathbf{d}_t^d - (1 - \mathbf{k}_t)\mathbf{d}_t^s]k_t + i_t. \end{aligned} \quad (7)$$

其中 i_t 是家庭在 t 期的投资。

四、模型的求解

本文模型求解的具体流程如下：

- (1)、设定一组具体的函数形式；
- (2)、对模型中的参数加以微调；

¹¹ 这并不是说在给定 r_t 的情况下，资本品租赁市场上的均衡数量只是由对资本品的意愿需求决定。合适的说法应该是在给定资本品的本期供给的约束下，均衡数量在数值上等于对资本品的可实现的需求。这一结论依赖于我们对模型的设定：价格 r_t 对需求的影响是本期就有效的，对供给则滞后一期（之所以这样做，主要是为了避免引入两个乘子，把问题搞得过于复杂）。下文对企业的讨论已经直接使用了 $k_t^e \equiv k_t^d$ 。

- (3)、计算模型变量的稳定状态;
- (4)、计算近似模型的价值函数、决策函数;
- (5)、计算模型的冲击响应函数;
- (6)、计算模型生成数据的统计量。

1、函数形式的设定(parametric form)

我们首先要做的工作是根据已有的经济理论和对经济事实的测度数据设定一组具体的生产函数、效用函数和政策规则。

生产函数 多数工业化国家的经济增长都存在这样一个现象:资本的边际产出比率或者说利率是比较稳定的,而劳动力的边际产出比率或者说工资率则有一个持续增长的趋势。这一事实对可选的生产函数的具体形式施加了限制。特别地, King, Plosser & Rebelo (1988a)认为永久性的技术进步必须表达为有效劳动力的持续增长。此外,临时性的随机技术冲击作为驱动经济的主要动力之一是动态增长或者波动模型所不可或缺的。为了模型的简单起见,同时也为了与已有文献中的计算结果有所比较,这里我们选择如下形式的生产函数:

$$f(\mathbf{x}_t, k_t, n_t) = \mathbf{x}_t (\mathbf{k}_t k_t)^{1-q} (\mathbf{h}_t n_t)^q \quad (1 > q > 0), \quad (8)$$

$$\ln \mathbf{x}_{t+1} = (1 - \mathbf{r}_x) \ln \bar{\mathbf{x}} + \mathbf{r}_x \ln \mathbf{x}_t + \mathbf{e}_{\mathbf{x}_{t+1}} \quad \mathbf{e}_{\mathbf{x}_t} \sim i.i.d. N(0, \mathbf{s}_x^2). \quad (9)$$

(8)式是基本 Cobb-Douglas 生产函数的一个变体 ($\mathbf{h}_t > 1$, 体现永久性的技术进步), (9)式刻划的是临时性的技术冲击:假定 $\ln \mathbf{x}_t$ 的演进可用自回归(AutoRegression)过程加以刻划。 $\ln \bar{\mathbf{x}}$ 可以理解为临时性的随机技术冲击的无条件对数期望值(而不是期望值的对数), \mathbf{r}_x 反映技术冲击的连续性, \mathbf{s}_x^2 反映技术冲击的波动程度。作为一种原则,进行随机分析时,一般地,我们必须得给出(假设的)随机变量的分布函数。这里,简单起见,我们假定:残差 $\mathbf{e}_{\mathbf{x}_t}$ 是同等独立分布的而且服从以 0 为均值、 \mathbf{s}_x^2 为方差的正态(Gauss)分布。

进一步地,我们假定:

$$\mathbf{h}_t = \mathbf{h}_0 (1 + \mathbf{c})^t \quad (\mathbf{h}_0, \mathbf{c} > 0). \quad (10)$$

其中, \mathbf{h}_0 是初期的技术参数, \mathbf{c} 是技术进步率。

假定资本的折旧率是时不变的,即 $\mathbf{d}_t^d \equiv \mathbf{d}^d$, $\mathbf{d}_t^s \equiv \mathbf{d}^s$ 。

效用函数 King, Plosser & Rebelo (1988a)指出,当要求存在竞争均衡以支持稳定的持续增长(或者说经济中行为人的跨期最优选择的必要条件与稳定的持续增长相匹配)时,可选的效用函数只能是两种形式:

$$U(c_t, l_t) = \frac{c_t^{1-g}}{1-g} v(l_t),$$

或者

$$U(c_t, l_t) = \ln c_t + v(l_t).$$

其中, $g > 0$, $g \neq 1$, $v(\cdot)$ 是任意的一个凹函数。

从美国的历史数据对消费者的跨期替代弹性和商品和闲暇的期内替代弹性的要求看, Prescott (1986a)认为如下的效用函数是合适的:

$$U(c_t, l_t) = \frac{(c_t^{1-f} l_t^f)^{1-g} - 1}{1-g} \quad (g > 0, g \neq 1, 1 > f > 0), \quad (11)$$

或者

$$U(c_t, l_t) = (1-f) \ln c_t + f \ln l_t. \quad (12)$$

其中, (12)式是(11)式当 g 倾向于 1 时的极限情形, g 是体现消费者的相对风险规避度的参数, 而 $1/g$ 即为当把 $c_t^{1-f} l_t^f$ 视作一种复合商品时消费的不变跨期替代弹性; f 刻划闲暇在消费者的复合消费中的比例参数。这样的效用函数的一个隐含判断是商品和闲暇的期内替代弹性恒为 1, 这是与美国的数据相吻合的。

由于我们没有中国的消费调查数据, 同时由于参数 $\{g, f\}$ 的存在给我们的分析留下了相当的自由度, 这里我们不妨选择(11)式作为模型中的效用函数, $\{g, f\}$ 是待确定的参数。

政策规则 为了简单起见, 假定政府制定名义利率政策的规则如下:

$$\ln R_{t+1} = (1 - r_R) \ln \bar{R} + r_R \ln R_t + e_{R,t+1} \quad e_{R,t} \sim i.i.d. N(0, s_R^2). \quad (13)$$

其中 \bar{R} 、 $0 \leq r_R \leq 1$ 、 s_R^2 是待确定的参数。 $\ln \bar{R}$ 可以理解为名义利率的无条件对数期望值, r_R 反映名义利率政策的连续性, s_R^2 反映政策的波动大小。

在现实经济中, 货币存量这个时间序列不是平稳的。因此必须作一个转换以得到平稳序列。常用的办法是取一阶对数差分, 即求出增长率。这里, 我们假定货币供给规则如下¹²:

$$M_{t+1} = g_{t+1} M_t, \quad (14)$$

$$\ln g_{t+1} = (1 - r_g) \ln \bar{g} + r_g \ln g_t + e_{g,t+1} \quad e_{g,t} \sim i.i.d. N(0, s_g^2). \quad (15)$$

其中 $\ln \bar{g}$ 、 $0 \leq r_g \leq 1$ 、 s_g^2 是待确定的参数。 g_t 可以理解为货币存量的增长率, 其余参数的经济含义类似于利率政策。 Cooley & Hansen (1989)即采用此规则来描述美国的货币供给过程。

¹² 另一种可能的选择是: $M_t = M_t^s y_t (1 + c)^t$, $y_t = (1 + m)^t$,

$\ln M_{t+1}^s = (1 - r_{M^s}) \ln \bar{M}^s + r_{M^s} \ln M_t^s + e_{M^s,t+1}$ $e_{M^s,t} \sim i.i.d. N(0, s_{M^s}^2)$, 其中

m 、 \bar{M}^s 、 $0 \leq r_{M^s} \leq 1$ 、 $s_{M^s}^2$ 是待确定的参数。 $(1 + c)$ 因子的引入是为了分离出支持真实变量增长的货币供给增长和纯粹的名义的货币供给增长。这样, m 就可以理解为货币存量的单纯名义固定增长率 $($ 与 h_t 形式对称的 y_t 是永久性的纯粹名义货币增长, $y_0 = 1)$ 。

M_t^s 是随机的政策选择, 其余参数的经济含义类似于利率政策。本文不采用这一规则, 尽管这样的政策规则比正文中的规则更逼近中国的经济现实。原因是如果这样做的话, 刻划货币供给的状态变量就会有两个, 下文讨论时的经济意义不甚明显; 而且计算表明: 即使采用这一规则, 模型解的性质变化不大。

2、模型参数的微调(calibration)

自Kydland & Prescott (1982)首次在经济文献中使用这种技术以来,对模型参数进行微调已经成为动态经济分析的一种基本作法¹³。在我们的模型中,不包括刻划资本品租赁市场特殊限制的Markov转移矩阵的参数以外,需要微调的参数有 $\{b, d^d, d^s, q, h_0, c, g, f, m, r_x, r_R, r_g, \ln \bar{x}, \ln \bar{R}, \ln \bar{g}, s_x^2, s_R^2, s_g^2\}$ 共计18个。其中, b 是主观贴现率, $\{d^d, d^s, q, h_0, c\}$ 刻划生产函数, $\{g, f\}$ 刻划效用函数,最后的10个参数刻划随机的技术冲击和政策冲击(制度特征)。

在开始具体地处理中国的历史数据和整理文献中的结果之前,需要说明一下有效数字的问题。在科学实验中,误差是天然存在的,有效数字位数的多少反映了实验结果的误差水平或者说是可信度。汇报过多的(不真实的)有效数字至少是不诚实的(这一点在经济分析中很少有人注意)。真实经济周期文献中的数据一般至少是有2位以上的有效数字。基于对中国数据的信心和对中国经济波动程度的先验判断,在下文中,一般地,对于微调的变量,我们取2位有效数字。另一方面,模型的内在机制会对参数之间的关系施加一定的限制(参见模型稳定状态的计算)。这样,由于2位有效数字带来的误差可能过大,在给定的一些(容易微调的)参数的微调结果下,由模型的内在机制生成的参数数值和模型的稳定状态我们取3位有效数字¹⁴。

技术参数 $\{q, h_0, c, r_x, \ln \bar{x}, s_x^2, d^d, d^s\}$

参数 q 刻划的是劳动在生产中的贡献,理论上它应该等于劳动力收入在总收入中的比例(因为生产函数是一次齐次的)。Kydland & Prescott (1982)最早使用的是0.64。依据不同的对收入的定义,King、Plosser & Rebelo (1988a)使用0.58, Christiano & Eichenbaum (1992)使用0.66,而几乎所有其它的真实经济周期模型对 q 的赋值都处在这二者之间。根据已有的数据,这里我们选取1997和1996年中国的劳动者报酬比例的三种可能算法的简单平均数的平均值(数据来源:《中国统计年鉴》1998年表3-10和1997年卷表2-17)。令人欣慰的是,求得的 q 值在这两年里相当稳定,分别为0.643和0.650(这同时也验证了选取的生产函数的合理性)。这样,我们取 $q = 0.65$ 。

接下来,我们计算技术进步率 c 。 c 在理论上应该等于模型经济中增长变量的平稳季度增长值,其误差大小对模型经济对现实经济的拟合程度可能会有实质性的影响(参看下文通过仿真作的敏感性分析)。因此,我们应该尽可能地利用多种数据对其加以确定。年度数据(来源:《中国统计年鉴》)、季度数据(来源:中国证券市场设计研究中心)和月度数据(作者

¹³ Christiano & Eichenbaum (1992)使用Hansen (1982)提出的一般化矩方法(Generalized Method of Moments, GMM)比较严格地给出了计量分析手段。由于数据的缺陷,同时由于微调其实已经蕴含了GMM的思想,这里我们沿用Kydland & Prescott (1982)的经典作法。

¹⁴ 也就是说,下文中凡是3位有效数字的变量都是模型内生出来的,而不高于两位有效数字的变量都是外生于模型的输入参数。例外的是利率和货币供给增长率,由于我们取的是毛利率和毛增长率,实际的有效数字是小数点以后的有效数字。

搜集) 计算出的产出和消费的季度平稳增长率¹⁵分别为 0.0233、0.0226 和 0.0188 (其中月度数据只用了消费变量, 月度的产出变量为工业总产值, 采用之有高估增长率的嫌疑, 其稳定值为 0.0349)。这样, 我们取三种数据的平均值, 即 $c = 0.022$ ¹⁶。

Solow (1957)把总产出变动中不能由劳动力投入和资本投入的变动所解释的部分解释为技术的变动, 此即增长模型中常用的 Solow 残差概念。这里我们沿用这一作法。由(8)式和(10)式, 我们知道:

$$\ln x_t = \ln f_t - (1-q)\ln(k_t k_t) - q(\ln h_0 + t\ln(1+c) + \ln n_t). \quad (16)$$

这里, 我们选取中国 1985-1996 年间第二产业 (包括工业和建筑业, 1998 年统计年鉴表 3-1) 的 GDP¹⁷作为产出变量 f_t , 第二产业中的就业人数 (表 5-2) 作为原始的劳动力投入 n_t ¹⁸, 工业和建筑业国有企业年底固定资产净值 (表 2-5) 作为资本投入 $k_t k_t$ (此外再无别的资本存量数据)。因为使用的是年度数据, 所以时间趋势变量 $t = 4, 8, 12, \dots$ 。这样我们可以得到时间序列 $(\ln x_t + q \ln h_0)$, 也就是说 $\ln x_t$ 和 $\ln h_0$ 是不能同时确定的。为了下文计算的方便, 不妨再额外附加一个条件: $\ln \bar{x} = 0$ 。这样, 初期的技术参数 h_0 和 Solow 残差序列 x_t 即可求出。

模型中要求的时间序列 x_t 是季度变量, 而我们求得的是年度变量。这样势必存在一个转化问题。这里, 为了估算 r_x 和 s_x^2 , 我们姑且回归方程:

$$\ln x_t = r \ln x_{t-4} + e_t, \quad e_t \sim i.i.d. N(0, s_e^2). \quad (17)$$

并令¹⁹:

$$r_x = \sqrt[4]{\hat{r}},$$

$$s_x^2 = \hat{s}_e^2 / (1 + r_x^2 + r_x^4 + r_x^6).$$

其中, \hat{r} 是 r 的估计量, 以下微调过程中所有加上标 " ^ " 的变量都表示相

¹⁵ 变量 x_t 的平稳增长率至少可以有如下三种办法: 取 x_t / x_{t-1} 的平均值; 取

$(\ln x_t - \ln x_{t-1})$ 的平均值; 或者回归 $\ln x_t = a + t \ln(1+g)$, 取对 g 的估计量。一般地, 单独就一种方法而言, 取第 2 种办法的误差要小一些。这里我们取三种方法的平均值 (要求 2 位有效数字时, 参数微调的结果与第 2 种办法完全一致, 其余两种则多少有些出入)。

¹⁶ King, Plosser & Rebelo (1988a) 计算出美国经济的 c 值为 0.4%。

¹⁷ 《中国统计年鉴》1998 年卷表 3-1 给出的是 GDP 的名义值, 本文使用表 9-1 给出的商品零售价格指数计算其以 1977 年不变价格计算的真实值。对固定资产净值也作类似处理。

¹⁸ 实际用于计算的变量应该是工作的小时数。由于没有具体的调查数据, 我们简单地假定每人一年工作 2000 小时。

¹⁹ 由(9)式和 $\ln \bar{x} = 0$, 我们知道:

$$\ln x_t = r_x^4 \ln x_{t-4} + r_x^3 e_{x-3} + r_x^2 e_{x-2} + r_x e_{x-1} + e_{x_t}.$$

应不加上标变量的估计值。这样估算的结果为 $r_x = 0.91$, $s_x^2 = 0.0015$ 。

另一方面,在文献中,Hansen (1985)使用的相应数值分别为 0.95 和 0.00712 (他建议后者的取值范围为 0.007-0.01), Cooley & Hansen (1989)使用的是 0.95 和 0.00721²⁰, 而 King、Plosser & Rebelo (1988a)则假定随机技术冲击 x_t 的变动偏差 (定义为 $\ln(x_t / \bar{x})$) 的一阶自相关系数为 0.9。

这样,我们不妨就先选取以上估算的结果。

资本品折旧率的大小直接影响经济在稳定状态时资本与产出的比率关系。真实经济周期文献中的普遍的做法是令 $d = 0.025$ (即年折旧率为 10%)。由于并无相关数据,我们不妨假定 $d^d = 0.025$ 和 $d^s = 0.025$, 并记 $d := d^d = d^s$ 。

政策参数 $\{m, r_R, r_g, \ln \bar{R}, \ln \bar{g}, s_R^2, s_g^2\}$

比较而言,由于名义利率和名义货币供给的季度数据是可获取的,政策参数的确定在数据上不存在多大问题。这里,名义货币供给采用季度 M0 存量作指标,名义利率由名义年利率按换算为季度值 (两位有效数字时,复利算法和单利算法结果一样)。数据的时间跨度为 1986 年第 1 季度到 1998 年第 1 季度,共计 49 个观测点 (数据来源:中国证券市场研究设计中心)。所有变量均先经过季节调整²¹。

作如下的受限最小二乘回归(RLS)²²,

$$\ln R_t = c_1 + c_2 \ln R_{t-1} + e_t \quad e_t \sim i.i.d. N(0, s_e^2) \quad (18)$$

$$s.t: c_1 / \ln \bar{R} + c_2 = 1$$

即可求出 $r_R = c_2$ ($\ln \bar{R}$ 取作对数名义利率的无条件期望值)。此外,我们令 $s_R^2 = s_e^2$ 。

类似地,我们也可获得货币政策的描述参数的估计值。

政策参数的估计结果列于表一。

偏好参数 $\{b, g, f\}$

作为一种标准选择,我们取主观贴现因子 b 等于 0.99。参数 f 刻划的是闲暇在复合“商品” $c_t^{1-f} l_t^f$ 中的比例参数。Prescott (1986a)设置其为 2/3 (家庭把约 2/3 的时间禀赋投入到消费非市场性的“闲暇”中),我们遵守这一作法,认为其应该在 2/3 左右,但具体数值由模型的稳定状态决定。

跨期替代弹性参数 g 的确定亦请参见下文有关模型稳定状态的讨论。

Markov 转移概率矩阵 \mathbf{P}

在求解企业的优化问题时,一阶条件(5)式中的非负乘子 l_t 如果严格大于 0,则模型的解为角点解 ($k_t^e = k_t^s$ 或者 $k_t = 1$)。在任一时期 t , 定义

²⁰ 需要注意的是, Hansen (1985)和 Cooley & Hansen (1989)都假定技术冲击的水平值而不是对数值有一阶自相关过程。

²¹ 本文采用统计软件 SAS (所用版本为 6.12)附带的附加 ARIMA 扩展调整的 X11 过程。

²² 计算结果与平常最小二乘回归(OLS)结果极为近似。

事件 $\mathbf{L}_t = 0$ ，如果 $I_t = 0$ （对应于内点解 $k_t < 1$ ）； $\mathbf{L}_t = 1$ ，如果 $I_t > 0$ （对应于角点解 $k_t = 1$ ）。假设随机过程 $\{\mathbf{L}_t\}$ 构成一阶 Markov 链，其转移概率为 $p_{ij} := \mathbf{R}(\mathbf{L}_{t+1} = j | \mathbf{L}_t = i)$ 。我们需要微调转移概率矩阵

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} p_{00} & p_{01} \\ p_{10} & p_{11} \end{pmatrix}$$

中元素的具体数值。

对于任何一个 Markov 链 $\{\mathbf{L}_t\}_{t=0}^n$ ，其对数似然比函数为：

$$\begin{aligned} \ln L(\{\mathbf{L}_t\}_{t=0}^n) &:= \ln \mathbf{R}(\mathbf{L}_0) + \mathbf{S}_{t=0}^{n-1} \ln \mathbf{R}(\mathbf{L}_{t+1} = j | \mathbf{L}_t = i) \\ &= \ln \mathbf{R}(\mathbf{L}_0) + \mathbf{S}_{ij} \ln p_{ij}^{n_{ij}} \end{aligned}$$

其中， $\mathbf{R}(\mathbf{L}_0)$ 表示初始状态发生的概率， $n_{ij} (ij = 00, 01, 10, 11)$ 表示在链 $\{\mathbf{L}_t\}_{t=0}^n$ 中从状态 j 转移到状态 i 的次数。容易求得转移概率的极大似然估计量为：

$$\hat{p}_{ij} = n_{ij} / \mathbf{S}_j n_{ij}$$

回到我们的问题。由(5)式，我们知道乘子 I_t 是否等于 0 依赖于真实利率 r_t 和资本的边际产出率以及折旧率的比较。由于没有足够的估计资本边际产出率的时间序列，这里我们只能假定其为时不变常数。折旧率也是常数。这样， I_t 是否等于 0 完全依赖于真实利率 r_t 的高低。如果真实利率偏高，则乘子 I_t 等于 0；如果真实利率偏低，则乘子 I_t 大于 0。

需要特别注意的是，我们拥有的利率数据是银行储蓄存款的利率，而事实上，真实经济周期分析里的利率是指实物资本的真实利率 (Prescott, 1986b)。一般地，它要远高于平常意义上的借贷利率：美国的 30 年期国库券的真实收益平均约为 1%，而真实经济周期分析的典型作法是取年利为 4%²³。因为我们关心的是利率的相对是高是低而不是具体的高低数值，这里，作为一种近似，我们不妨认为储蓄利率的高低与资本利率的高低在方向上是一致变动的。这样，我们取真实利率 r_t 的长期平均值 \bar{r} 作为比较的标准。在我们的数据集中，49 个真实利率的观测点里，从 $r_t \geq \bar{r}$ 跳转到 $r_t \geq \bar{r}$ 的次数为 25 次，从 $r_t \geq \bar{r}$ 跳转到 $r_t < \bar{r}$ 为 4 次，从 $r_t < \bar{r}$ 跳转到 $r_t \geq \bar{r}$ 5 次，从 $r_t < \bar{r}$ 跳转到 $r_t < \bar{r}$ 14 次。这样，转移概率矩阵的极大似然估计量为：

$$\hat{\mathbf{P}} = \begin{pmatrix} 0.86 & 0.14 \\ 0.76 & 0.74 \end{pmatrix}$$

至此，我们已经完成所有的参数微调操作，其结果总结于表一。作为一种原则，Kydland & Prescott (1982) 建议不能或难以微调的函数参数可以由仿真实验确定。这里，我们微调容易微调的参数，对于不能或难以微调的

²³ King & Watson (1996) 甚至使用了 6.5% 的年利率水平。

参数利用模型的稳定状态施加的约束确定之。而且我们将适当改变参数的取值，作敏感性分析。

表一：模型参数的微调结果

技术参数		偏好参数		政策参数	
d^d	.025	b	.99	$\ln \bar{R}$.020
d^s	.025	g	1.5	r_R	.96
q	.65	f	.628	s_R^2	1.6e-6
h_0	1.2			m	.028
c	.022			$\ln \bar{g}$.050
$\ln \bar{x}$	0			r_{M^s}	.25
r_x	.91			s_o^2	1.4e-3
s_x^2	1.5e-3				

说明：时间跨度为季度

3、模型的稳定状态(steady state)

生产函数(10)式的引进使得模型中的真实变量呈增长态势。从模型的可计算性出发，我们需要剔除所有变量的增长趋势、将其转化为平稳值（这样下文的迭代算法才有可能收敛）。为了尽量拟合现实经济，模型经济里的名义货币供给存量也是增长的，这又引入了第二类增长因素：名义变量的增长。或许更为棘手的是，真实货币供给（定义为 $m_t := M_t / p_t$ ）存量的平稳增长率，一般地也是不同于经济中真实变量的平稳增长率（等于永久性技术进步的增长率 c ）²⁴的。这样，在我们的模型里，为了得到稳定的真实变量和名义变量，我们必须作两种剔除趋势的操作。

模型的真实增长因素来自于以有效劳动力的持续增长表示的永久性技术进步 h_t 。这里，我们不妨重新定义变量 $x_t^* := x_t / h_t$ ，其中 $x_t = y_t, k_t, i_t, c_t, w_t$ （ $y_t := f(x_t, k_t, h_t, n_t)$ 为产出变量）；则 y_t^* 、 k_t^* 、 i_t^* 、 c_t^* 和 w_t^* 为平稳的真实变量。

模型的名义增长因素来自于纯粹的名义货币供给的持续增长。为此，定义 $x_t^s := x_t / M_t$ ，其中 $x_t = A_t, p_t$ ，则 A_t^s 和 p_t^s 为稳定的纯粹名义变量。

此外，为去除目标函数的增长趋势（来自于消费的增长），主观贴现率需要作相应调整。我们取 $b^* := b(1+c)^{(1-f)(1-g)}$ ，目标函数的有界性要求 $b^* < 1$ 。

剔除增长因素后的具体模型整理如下：

目标函数

²⁴ 从中国的实际数据看，以 M_0 表示的真实货币供给的季度平稳增长率为 2.9%，要高于真实变量的平稳增长率 2.2%。

$$\max_{\{c_t^*, l_t\}_{t=0}^{\infty}} h_0^{(1-f)(1-g)} (E_0 \mathbf{S}_{t=0}^{\infty} \mathbf{b}^{*t} \frac{(c_t^{*1-f} l_t^f)^{1-g} - 1}{1-g}). \quad (0')$$

约束条件

$$c_t^* \leq \frac{A_{t-1}^s + g_t - 1}{g_t p_t^s}, \quad (1')$$

$$(1 + \mathbf{c})k_{t+1}^* + \frac{A_t^s}{p_t^s} \leq \mathbf{x}_t(\mathbf{k}_t k_t^*)^{1-q} n_t^q + (1 - \mathbf{d})k_t^*, \quad (2')$$

$$r_t = R_t - \ln(g_t p_t^s / p_{t-1}^s), \quad (4')$$

以及(3)、(9)、(13)和(15)式。

此外，模型中的内生变量投资水平 i_t^* 、工资率 w_t^* 和产出水平 y_t^* 分别取决于：

$$(1 + \mathbf{c})k_{t+1}^* = [1 - \mathbf{d}]k_t^* + i_t^*, \quad (19)$$

$$\mathbf{w}_t^* = \mathbf{q}\mathbf{x}_t(\mathbf{k}_t k_t^* / n_t)^{1-q}, \quad (20)$$

$$y_t^* = \mathbf{x}_t(\mathbf{k}_t k_t^*)^{1-q} n_t^q. \quad (21)$$

原则上，这一问题可以借助于动态规划技术获得求解。为此，需要找到一个连续函数 $V : S \rightarrow R$ (S 表示状态空间， R 为实数域) 满足如下的 Bellman 方程：

$$\begin{aligned} & V(\mathbf{k}_{t-1}, k_t^*, A_{t-1}^s, \mathbf{x}_t, g_t, R_t) \\ & = \max\{U(c_t^*, l_t) + \mathbf{b}^* E_t[V(\mathbf{k}_t, k_{t+1}^*, A_t^s, \mathbf{x}_{t+1}, g_{t+1}, R_{t+1}) | (\mathbf{k}_{t-1}, \mathbf{x}_t, g_t, R_t)]\} \end{aligned} \quad (22)$$

这里，我们取模型的状态变量向量为 $s = (\mathbf{k}_{t-1}, k_t^*, A_{t-1}^s, \mathbf{x}_t, g_t, R_t)^T$ ；最大化操作作用在 c_t^* 和 l_t 上，但由于一系列约束条件的存在，我们取决策变量向量为 $d = (\mathbf{k}_t, c_t^*, k_{t+1}^*, l_t, n_t, A_t^s)^T$ 。

遗憾的是，这一问题的分析解是不存在的²⁵，我们只能求助于数值解。纯粹的数值动态规划作为一种技术，现在已经比较成熟。但是，由于其算法的复杂性和缺乏计算背后的经济含义，经济学文献中经常采用的作法是：先对模型进行近似处理，然后计算近似模型从而求得模型的近似解。

常见的比较简单的处理办法有两种，一是先求出模型的一阶条件(Euler 方程)，然后把所有的一阶条件和约束条件一起作线性化或者对数线性化，转化为线性差分方程组，最后使用或者 Blanchard & Kahn (1980) 的迭代公式，或者 Campbell (1994) 的待定系数法，或者 Uhlig (1999) 的求解系数矩阵的一般化本征值等等的办法求得模型内生变量的演进规则。

二是在模型的稳定状态附近作某种处理。常用的办法有：一、Taylor 展开至有限阶数，通常是二阶；二、对函数施加某些特殊限制，如 Kydland & Prescott (1982) 要求函数在稳定点附近展开时误差最小那样作二阶近似。最简单的一种情形是目标函数为二阶多项式、约束条件是线性等式的

²⁵ 可以求得分析解的一种简单情形是 Long & Plosser (1983)。

LQ(linear-quadratic)经济, 此时有成熟算法(最优控制理论中的 Ricatti 方程问题)。

由于本文模型包含着来自于货币政策和利率政策的干扰, 第一种算法实际上是用不上的。本文先对模型在稳定点附近对效用函数作二阶近似、对约束条件作对数线性近似, 然后使用动态规划理论中常用的迭代算法直接求解模型的竞争均衡解。这样, 我们首先得确定模型的稳定状态(稳定点)。

模型的稳定状态定义为模型内生决定的变量的时不变取值。一般地, 它由上述动态规划问题的一阶条件以及其它约束条件决定。下面我们确定之。

首先要处理的是角点解的问题。资本品租赁市场上的真实利率 r_t 不是在资本品市场上决定的, 而是外生的名义利率政策 R_t 和商品市场内生决定的价格水平(通货膨胀率 p_t / p_{t-1}) 共同决定的。这是本文模型的关键点之一。而资本品租赁市场的均衡条件为:

$$r_t + I_t = (1 - q)x_t(k_t k_t^* / n_t)^{-q} + (1 - d). \quad (5')$$

这样, 如果外生决定的 r_t 高于资本品租赁市场内在要求的均衡利率 $(1 - q)x_t(k_t k_t^* / n_t)^{-q} + (1 - d)$, 则乘子 $I_t = 0$ 并且 $k_t < 1$; 如果 r_t 等于内在要求的均衡利率, 则 $I_t = 0$ 并且 $k_t = 1$; 如果 r_t 低于内在要求的均衡利率, 则 $I_t > 0$ 并且 $k_t = 1$ 。即分别有:

$$\begin{cases} I_t = (1 - q)x_t(k_t k_t^* / n_t)^{-q} + (1 - d) - r_t = 0 & \& k_t < 1, \\ I_t = (1 - q)x_t(k_t k_t^* / n_t)^{-q} + (1 - d) - r_t = 0 & \& k_t = 1, \\ I_t = (1 - q)x_t(k_t k_t^* / n_t)^{-q} + (1 - d) - r_t > 0 & \& k_t = 1. \end{cases}$$

这里, 我们取外生决定的真实利率等于内在要求的均衡利率即 $\bar{I} = 0$ 并且 $\bar{k} = 1$ 是模型的稳定状态(尽管从连续随机变量分布的角度看, 事件 $I_t = 0$ 并且 $k_t = 1$ 发生的概率等于 0)。

严格地, 上述动态规划问题的一阶条件是²⁶:

$$c_t^*: \quad (1 - f)c_t^{*(1-f)(1-g)^{-1}} l_t^{f(1-g)} - I_{1t} = 0, \quad (23)$$

$$k_{t+1}^*: \quad b^* E_t[V_k(k_t, k_{t+1}^*, A_t^s, \mathbf{x}_{t+1}, g_{t+1}, R_{t+1})] - (1 + c)I_{2t} = 0, \quad (24)$$

$$l_t: \quad f c_t^{*(1-f)(1-g)} l_t^{f(1-g)^{-1}} - I_{3t} = 0, \quad (25)$$

$$n_t: \quad q l_{2t} x_t(k_t k_t^* / n_t)^{1-q} - I_{3t} = 0, \quad (26)$$

$$A_t^s: \quad b^* E_t[V_A(k_t, k_{t+1}^*, A_t^s, \mathbf{x}_{t+1}, g_{t+1}, R_{t+1})] - (I_{2t} / p_t^s) = 0. \quad (27)$$

其中 I_{1t}, I_{2t}, I_{3t} 分别是对应于(1')式、(2')式和(3)式的 Kuhn-Tucker 乘子, 并且容易证明 $I_{1t}, I_{2t}, I_{3t} > 0$ ²⁷。

此外, 还有如下的两个包络条件:

²⁶ 此外还有截断条件(transversality conditions), 用以排除爆破解的存在。

²⁷ 即约束条件有效, 货币先行约束的有效对可能的货币政策施加了限制, 参见 Cooley & Hansen (1989)的讨论。

$$k_t^* : V_k(\mathbf{k}_{t-1}, k_t^*, A_{t-1}^s, \mathbf{x}_t, g_t, R_t) = I_{2t} [(1-q)k_t \mathbf{x}_t (k_t k_t^* / n_t)^{-q} + (1-d)],$$

$$A_{t-1}^s : V_A(\mathbf{k}_{t-1}, k_t^*, A_{t-1}^s, \mathbf{x}_t, g_t, R_t) = I_{1t} / (g_t p_t^s).$$

将包络条件的时期下标 t 换为 $(t+1)$ ，带入一阶条件，并消去乘子 I_{1t}, I_{2t}, I_{3t} ，我们得到：

$$b^* E_t \left\{ \frac{f c_{t+1}^{*(1-f)(1-g)} l_{t+1}^{f(1-g)-1}}{q \mathbf{x}_{t+1} (k_{t+1} k_{t+1}^* / n_{t+1})^{1-q}} [(1-q)k_{t+1} \mathbf{x}_{t+1} (k_{t+1} k_{t+1}^* / n_{t+1})^{-q} + (1-d)] \right\}$$

$$= (1+c) \frac{f c_t^{*(1-f)(1-g)} l_t^{f(1-g)-1}}{q \mathbf{x}_t (k_t k_t^* / n_t)^{1-q}}$$

$$b^* E_t \left[\frac{(1-f)c_{t+1}^{*(1-f)(1-g)-1} l_{t+1}^{f(1-g)}}{g_{t+1} p_{t+1}^s} \right] = \frac{f c_t^{*(1-f)(1-g)} l_t^{f(1-g)-1}}{q \mathbf{x}_t (k_t k_t^* / n_t)^{1-q} p_t^s}.$$

上述两个方程以及有效约束的三个方程(1')、(2')和(3)的稳定状态，对模型经济中变量稳定状态的可能取值施加了(五条)限制²⁸。在稳定状态，我们已知 $\bar{x} = 1$ ， $\bar{g} = 1.050$ ，并另取 $\bar{A}^s = 1$ ²⁹；作为一个基本的经济事实，应该有 $\bar{n} = 0.33$ ；参数 q 、 c 和 m 的取值又都有相当的“事实基础”。这样，模型里剩下的比较自由的参数只有 b 、 f 、 g 和 d 。 b 和 d 的取值在真实经济周期文献里已经基本成为固定值，为了保持模型的可比性，我们遵守惯例。最后剩下 f 、 g ，而且我们知道 f 应该在 2/3 左右， g 应该在 1 左右。

数值实验表明：比较而言，模型的稳定状态对 f 的取值要比对 g 的取值敏感得多³⁰。这样，我们不妨设定 $g = 1.5$ ³¹，继而可以求出模型的五个变量(参数) $\{f, \bar{c}^*, \bar{k}^*, \bar{l}, \bar{p}^s\}$ 的稳定状态³²。其它变量和参数的稳定状态 (b^* 、

²⁸ 文献里常用到的一个约束条件是在模型稳定状态下的 Lucas 资产定价方程(Lucas, 1978)。在本文环境下，其具体表达式为： $r \approx (1/b^*) + (g + f - gf) \cdot (Dc/c)$ ，其中 r 为稳定状态的真实利率， (Dc/c) 表示人均消费的平稳增长率(由资产定价方程取对数偏差近似即可)。但是，由于货币先行约束的引入，在本文中，这一定价方程要作修改(从数学上看，是因为典型地 $I_{1t} \neq I_{2t}$)。应该说，本文采用的解必要条件的联立方程组的作法要严谨一些，而且事实上已经包括了 Lucas 资产定价方程在内(它只是必要条件之一)。

²⁹ 从加总的角度看， $\bar{A}^s = 1$ 的含义是货币的供给和需求是相等的。取数值为 1 只是为了简单起见(有相应的 \bar{p} 对应于其它取值，具体取值不影响经济的真实方面)。

³⁰ Prescott (1986a) 指出 g 值不应远离于 1，而且真实经济周期模型经济的波动性质对 g 值并不敏感。本文的数值实验结果与此判断相一致。

³¹ 之所以选取这一数值，其一、消费者应该是风险规避的 ($g > 1$)；其二，这是 Kydland & Prescott (1982) 的取值。

³² 在本文中，稳定状态的计算(非线性方程组的获得和求解)以及下文对模型近似的部分工作实际上是由符号演算软件 Maple (所用版本为 VR4) 来完成的，解的精确性(误差大小)和唯一性也很容易验证。

\bar{y}^* 、 \bar{i}^* 、 \bar{w}^* 、 \bar{r} 和 \bar{R})由约束条件即可求得。

模型的稳定状态总结于表二(此外 $\bar{I} = 0$ 、 $\mathbf{k} = 1$ 、 $\mathbf{b}^* = 0.986$)。

表二：模型变量的稳定点

外生稳定点		内生稳定点		伴生稳定点	
\bar{x}	1	\bar{c}^*	0.617	\bar{y}^*	.842
\bar{A}^s	1	\bar{k}^*	4.79	\bar{i}^*	.225
\bar{g}	1.050	\bar{l}	0.67	\bar{w}^*	1.66
\bar{n}	0.33	\bar{p}^s	1.62	\bar{r}	
				\bar{R}	1.0853

说明：时间跨度为季度

4、模型的价值函数(value function)、决策函数(policy function)

由于两方面的原因,本文模型的价值函数和决策函数的计算要比一般的真实经济周期模型复杂一些。其一,货币的引入使得普遍使用的福利经济学第二定律不再适用:此时 Pareto 最优解不再是竞争均衡解。本文采用 Cooley & Hansen (1989)使用的由 Kydland 在 1987 年提出的一个算法来直接计算模型的竞争均衡解。此时均衡的定义和计算的流程请参考该文。其二,本文引入了利率(价格)约束,而价格约束的一个隐含意义是市场可能是非均衡的。在技术上这体现为要求采用非线性规划刻划可能存在的所有内点解(interior solutions)和角点解(corner solutions)。本文尝试一种基于 Markov 链的求解包括角点解的随机动态规划问题的办法³³。

在求解模型的竞争均衡解之前,我们首先必须区分经济中的总量变量和家庭的个人变量³⁴。企业的投入是市场上买来的,因而是人均变量;劳动力的真实工资水平也是由人均变量决定的。这里的一个重要观点是:家庭平等地拥有企业的股份,因而只能从企业得到人均的分红。这样的观点决定了家庭的预算约束需要作如下的修正:

$$i_t^* + \frac{A_t^s}{p_t^s} = \mathbf{x}_t (K_t K_t^*)^{1-q} N_t^q + \mathbf{q} \mathbf{x}_t (K_t K_t^* / N_t)^{1-q} (n_t - N_t) + [R_t - \ln((1 + \mathbf{m}) p_t^s / p_{t-1}^s)] (\mathbf{k}_t k_t^* - K_t K_t^*) \quad (2'')$$

其中大写变量代表相应小写变量(个人变量)的人均变量,约束条件(4')式和(19)式已经代入。对称于(20)式,有如下的人均变量关系:

$$(1 + \mathbf{c}) K_{t+1}^* = [1 - \mathbf{d}] K_t^* + I_t^* \quad (19')$$

对经济中的所有个人加总(2'')式,我们将得到一个额外的条件:

$$I_t^* + (1 / p_t^s) = \mathbf{x}_t (\mathbf{k}_t K_t^*)^{1-q} N_t^q \quad (2''')$$

³³ 这一点受到 Mrohorovic (1989)的启发。

³⁴ 由于我们模型里的行为人是同质的,总量变量可以用人均变量来衡量。对于单个的家庭来说,总量变量在事前决策时被看作是给定的。当然,从事后均衡的角度看,同质模型的竞争均衡解必然要求人均变量和家庭的个人变量是相等的。

(2'')式可以用于消去 N_t (其中, 我们已经代入货币市场的均衡条件 $A_t^s = 1$)。此外, 注意到把(1')式代入效用函数可以消去 c_t , 而由(2'')和(3)式可以消去 l_t 和 n_t , 简单地, 我们可以选取模型中的个人决策变量向量为 $d = (k, i, A)^T$, 状态变量向量为 x 。包括在效用函数的计算里, 所以也算入状态变量。经济中的总量变量向量为 y 。为了标记的简单起见, 我们已经省略了变量的上下角标, 只是用减号上角标表示相应变量是上期变量, 用撇号上角标表示相应变量是下期变量(见下文, 如 U 表示下期的状态变量向量)。

严格地, $\beta u(c_t, 1 - n_t)$ 和 $\beta v(k_t, i_t, A_t)$ 都是 x_t 的非线性函数; 其中, " x_t " 表示除 k_t, i_t, A_t 以外的其它状态变量。定义 $\beta u(c_t, 1 - n_t)$, 如果 $\beta u(c_t, 1 - n_t)$; 如果 $\beta v(k_t, i_t, A_t)$ ($\beta u(c_t, 1 - n_t)$ 的定义类似), 我们可以把来源于 x_t 的非线性因素解释为决策向量 d_t 、系数的不同。这样, $\beta u(c_t, 1 - n_t)$ 、 $\beta v(k_t, i_t, A_t)$ 也可以从状态变量中消失(其信息由转移概率矩阵 Γ 提供)。

按照 Cooley & Hansen (1989) 的处理办法, 家庭认为总量变量 y_t 是总量状态变量 x_t 的函数。这样, 模型的竞争均衡解就是一组个人决策规则 $d_t = d(x_t)$, 一组总量决策规则 $y_t = y(x_t)$, 一个价格函数 p_t ; 它们满足 Bellman 方程 (22), 满足市场出清条件 $y_t = z_t$, 并且当 $x_t = x^*$ 时有 $d_t = d^*$ 。

可计算性是随机动态规划的关键性问题。在 Kydland & Prescott (1982) 的开创性工作中, 模型被近似化为 LQ 经济从而可计算。这里, 我们采用近年来更为常用的 loglinear-quadratic 近似算法³⁵。

首先, 我们需要消除约束条件里的非线性因素。Kydland & Prescott (1982) 的原则是线性约束保留, 非线性约束替代到效用函数里去。由于我们实际投入计算的是变量的变动偏差, 这里的作法是所有状态变量的演进规则保留, 其它约束替代到效用函数里去。具体过程依赖于模型是处于内点解还是处于角点解 $x_t = x^*$ 的状态。分析的核心是约束条件:

$$\beta u(c_t, 1 - n_t) + \lambda_t [z_t - y_t] + \mu_t [y_t - z_t] \leq 0 \quad (5'')$$

如果经济处于状态 0 ($x_t = x^*$), 则乘子 $\lambda_t = 0$; 外生的 μ_t 通过(5'')式对 $\beta u(c_t, 1 - n_t)$ 施加约束。如果经济处于状态 1 ($x_t = x^*$), 则 $\mu_t = 0$, (5'')式的作用在于确定 $\beta u(c_t, 1 - n_t)$ 的具体取值。在其它方面, (1')、(2'')、(3)和(4')式已经被代入效用函数, 状态变量的演进规则(9)、(13)、(15)式和(19)、(19')式又

³⁵ 比如 King, Plosser & Rebelo (1988a), Christiano (1988), Christiano & Eichenbaum (1992), Campbell (1994), Uhlig (1999) 等都是采用对数线性近似。这样做的一个明显好处是模型的最优(线性)决策函数的系数可以被解释为弹性。

都是线性或对数线性约束，现在我们可以具体地对模型作近似了。

定义变量 \tilde{x} ，其中 \bar{x} 为 x 的稳定点， \tilde{x} 为 x 的变动偏差。由于模型中所有变量的稳定点已经得到，而 \tilde{x} 和 x 之间存在唯一的对应关系，近似过程可以首先用变动偏差值（以及稳态值）替代原始值，然后代入约束条件作一阶（对数线性）近似，代入效用函数作二阶近似³⁶。二阶近似的具体算法参见 Kydland & Prescott (1982)。

近似处理后的 Bellman 方程为：

$$V = \max_{\tilde{x}} \{ U(\bar{x} + \tilde{x}) + \beta \sum_{s'} P_{s'} [U(\bar{x}' + \tilde{x}') + \lambda' (V(\bar{x}' + \tilde{x}') - V(\bar{x} + \tilde{x}))] \}$$

这样，求解规划问题的价值函数等价于确定矩阵 \tilde{V} 的元素，而 V 则为相应的决策函数（矩阵 \tilde{V} 是已知的，由当期效用函数和约束条件共同确定；下角标 \tilde{x} ，分别表示模型处于内点解 或者角点解 的状态）。

不难证明，上述 Bellman 方程（组）等价于：

$$\tilde{V} = \max_{\tilde{x}} \{ U(\bar{x} + \tilde{x}) + \beta \sum_{s'} P_{s'} [U(\bar{x}' + \tilde{x}') + \lambda' (\tilde{V}(\bar{x}' + \tilde{x}') - \tilde{V}(\bar{x} + \tilde{x}))] \}$$

其中：

$$\tilde{V}(\bar{x} + \tilde{x}) = U(\bar{x} + \tilde{x}) + \beta \sum_{s'} P_{s'} [U(\bar{x}' + \tilde{x}') + \lambda' (\tilde{V}(\bar{x}' + \tilde{x}') - \tilde{V}(\bar{x} + \tilde{x}))]$$

而 $\tilde{V}(\bar{x}' + \tilde{x}')$ ， \tilde{V} 为与 \tilde{V} 同阶的单位阵，0 表示相应的向量或矩阵。

\tilde{V} 和 \tilde{V} 即为待求的价值函数和决策函数。

一般地，为了求得 \tilde{V} 的具体函数形式，须得先求得 \tilde{V} 的具体元素取值；而为了求得 \tilde{V} 的具体元素取值，可以采用如下的迭代 (recursive) 算法：

$$\tilde{V} = \max_{\tilde{x}} \{ U(\bar{x} + \tilde{x}) + \beta \sum_{s'} P_{s'} [U(\bar{x}' + \tilde{x}') + \lambda' (\tilde{V}(\bar{x}' + \tilde{x}') - \tilde{V}(\bar{x} + \tilde{x}))] \}$$

定义收敛的价值函数 \tilde{V}^k ，如果 \tilde{V}^k (ϵ 是控制计算精度的参数，本文取 $\epsilon = 10^{-6}$)。对于迭代初值，简单地，可以赋 $\tilde{V}^0 = 0$

（严格地，数值动态规划理论证明：在当期效用函数最高为二阶时，只要迭代初值选择为一个负定的矩阵，经过有限次的迭代，价值函数就会收敛）。由于价值函数是二阶的，线性的从状态空间映射到实数域上的决策函数 \tilde{V}

³⁶ 由于演进规则 (9')、(13')、(15') 是对数线性约束，代入变动偏差值后不必近似即为线性。Uhlig (1999) 总结了对数线性近似时的一些基本公式。本文则对约束条件直接利用 Maple 将被近似函数对变动偏差值 Taylor 展开至一阶；对效用函数由于包含变量过多，符号演算 (Taylor 展开至二阶) 消耗过大，仍然沿用 Kydland & Prescott (1982) 的数值算法。使用变量的变动偏差，模型需要作两点改动：一是状态变量里的常数项不再需要了，二是家庭持有货币的均衡条件需要改为变动偏差值为 0。

可以相应求出³⁷。

5、模型的冲击响应函数(impulse-response function)

Frisch (1933)把经济波动分解为两个过程：激励（或者说是冲击）过程和响应（或者说是传导）过程。对于经济中的冲击，一般的处理是把它看作是外生于经济的、是给定的，它只是不断地提供给经济体系运动所需的“能量”而已³⁸。经济学家一直以来主要关心的是冲击在经济系统内的传导问题。

冲击响应函数是刻画动态系统的传导机制的常用手段。真实经济周期分析的早期工作之一 Long & Plosser (1983)就已经采用了这一在工程领域相当基本的技术。标记 x_t 为模型内生的状态变量向量， z_t 为内生的其它变量向量， u_t 为外生的随机冲击向量，由均衡的决策函数我们可以得到如下的演进规则³⁹：

此外，我们设定了随机冲击的演进规则 $u_t = \rho u_{t-1} + \epsilon_t$ 。这里的标记相应的矩阵（在变量为对数偏差值时，其经济意义为弹性）。

系统对冲击 u_t 的响应可以由以下步骤求出⁴⁰：

- (1)、设置 $x_0 = 0, z_0 = 0, u_0 = 0$ ；
- (2)、由上述演进规则迭代确定。

本文模型中的冲击有：真实的随机技术 u_t 的冲击，货币供给政策 u_t 的冲击以及名义利率政策 u_t 的冲击。

6、模型对现实的拟合(theory & measurement)

最后，我们需要比较模型（人工经济）的生成数据与现实（真实经济）的测度数据，从而看看模型对真实经济的解释力。经济周期分析的传统（可以追溯到 Burns & Mitchell 以及 NBER 在 40 年代的工作）主要是比较单个变量的（相对）波动程度和变量之间在时间序列上共同波动 (comovement) 的特征。一般地，二阶矩的统计量已经能够得到所需的信息。这样，刻画前者比较合适的统计量为变量的变动方差，后者则为包括滞后和超前期的变量之间的相关系数⁴¹。由于真实产出是经济中的核心变量，对于后者，真实经

³⁷ 实验表明计算收敛的速度几乎不依赖于初值的选取，而严重地取决于要求的精度；而且 x_t 的收敛要比 z_t 的收敛快得多。本文所用数值计算软件为 Matlab (版本为 5.2)。

³⁸ 比如本文模型中外生的技术进步。本文还把制度性的政策冲击包括进来，它所带来的冲击的性质是干扰(distortion)而不是驱动力(driving force)。

³⁹ 这与由 Sims (1980)引入纯粹实证经济分析领域的向量自回归(Vector AutoRegression)方法极其类似。VAR 分析尽管是“没有理论的巫术”，但其有效性使得其应用颇广。

⁴⁰ 此处 0 为相应的零向量， e_i 为第 i 个分量等于 1、其余分量等于 0 的单位向量。

⁴¹ 从谱分析的角度看，变量的自相关系数的 Fourier 变换即其功率谱密度函数。因而，

济周期文献一般只汇报变量与真实产出的相关系数表。

Lucas (1977)把经济的周期波动定义为产出变量相对于其“趋势”值的偏差的波动。这样，对这一定义的操作也就依赖于对趋势的定义。在现代经济周期波动分析中，由于其简单和有效（相对于频率域的谱分析办法而言），经常使用的是 Hodrick 和 Prescott 1980 年首先在经济学文献中使用的一个算法。简单地说，HP 滤波器就是对原始数据做个线性变换以剔除其频谱中的低频成分（“趋势”）。详细的介绍请参见 Prescott (1986a)。

在模型的决策函数得到以后，为了得到模型的生成数据，可以进行若干次观测长度与可获得的测度数据长度相同的仿真模拟(simulation)。模拟得到的数据（波动偏差值）首先转化回水平值，然后转化回增长情形，最后通过滤波得到其波动成分。

五、计算结果 “理论”与“现实”

模型的决策函数状态依存于上期资本品租赁市场的均衡状态。收敛的决策函数下，变量的演进规则整理如下。

状态 0 () :

状态 1 () :

从以上解的系数矩阵，我们可以看出，

“理论”预测：产出、消费、投资、资本存量、真实利率对真实的技术冲击的弹性⁴²都是正的；投资的弹性大于产出的弹性，产出的弹性又大于消费的弹性；而且比较而言，经济处于状态 0 时要比处于状态 1 时弹性来得更

单纯地比较相关系数并不象初看起来容易得到的印象：“信息量太小”。

⁴² 这里所有的变量均为相对于稳定点的变动偏差值；因而准确地说，弹性是针对变量的变动偏差值而言的。由于一些数值很接近，我们写出了小数点后的 3 位数字。但是，这里具体数字的可信度是有问题的。

大（参看系数阵的第三列）。这些都是与“现实”或者说是“直觉”相符的（经济处于状态0时资本品的使用率小于1，因而产出上调的空间要比处于状态1时为大）。

“理论”预测：经济处于状态0时，产出、消费、投资、资本存量对名义利率政策冲击的弹性都是负的，而且此时投资的弹性大于产出的弹性，产出的弹性又大于消费的弹性；价格水平对名义利率政策冲击的弹性是正的；经济处于状态1时利率弹性几乎可以忽略（参看系数阵的第四列）。真实利率对名义利率的弹性都是正的。这些也都是与“现实”相符的（经济处于状态1时名义利率对资本品租赁市场没有什么影响）。

“理论”预测：经济处于状态0时，产出、消费、投资、资本存量对名义货币供给增长率冲击的弹性都是正的，而且此时投资的弹性大于产出的弹性，产出的弹性又大于消费的弹性；经济处于状态1时经济对货币供给增长率的弹性几乎可以忽略（参看系数阵的第五列）。两种状态下，真实利率对货币供给增长率的弹性都是负的。这些也都是与“现实”相符的。对于价格水平，状态0下弹性为负，状态1下弹性为正，粗看起来，似乎有点问题。这里的解释是，在状态0下，真实的产出上调会对价格的上调带来很大的压力。

“理论”预测：下期资本存量的变动偏差高度正相关于本期资本存量的变动偏差。经济处于状态0时，产出、消费、投资对作为状态变量的本期资本存量的弹性几乎可以忽略；经济处于状态1时这些弹性都是正的，而且此时投资的弹性大于产出的弹性，产出的弹性又大于消费的弹性（参看系数阵的第一列）。这是很好理解的：状态0下的模型经济中，存在闲置的资本存量。

“理论”预测：经济处于状态0时，产出、消费、投资、资本存量对作为状态变量的上期价格水平的弹性都是负的，而且此时投资的弹性大于产出的弹性，产出的弹性又大于消费的弹性；经济处于状态1时这些弹性都是0（参看系数阵的第二列）。真实利率的弹性都是正的。

综合以上观察，我们可以说，模型经济在“定性”方面很好地拟合了现实经济。从这层意义上说，本文应该算是提供了一个“实验室”，一个有相当“说服力的、完全人为设计的经济系统”。因而，它应该会对我们理解现实有所帮助。

模型经济对真实的随机技术冲击、货币供给增长率政策冲击以及名义利率政策冲击的冲击响应函数分别绘于图四至图九（我们还绘出了同时存在两种政策冲击时的联合响应函数）。由于模型中关键性的、内生的资本存量的变动偏差的自身弹性严格小于1，所有外生冲击对模型经济的影响最终都会消失（六张图中的所有变量都收敛于0）。由于冲击响应函数只是给出了从动态角度看变量演进规则的一种具体办法，基于以上已获得的对模型决策函数的观察，模型的冲击响应函数与“直觉”相符是很自然的一件事情。多少有些新鲜信息的是：常见的冲击响应是指数式衰减的，而技术冲击下的模型经济的响应呈振荡式衰减。这来自于模型存在两种状态、两种决策函数。

下面我们从比较统计量的角度来看看模型对现实的拟合程度。我们先看看对中国实际经济运行的测度数据能给我们提供什么样的信息。

分析经济的波动，数据一般要求是季度值⁴³。而中国GDP的季度数据是1996年以后才有的。因此，我们必须采用一些替代变量。这里，限于我们已有的数据，采用工业总产值（以1990年不变价格计算）作为产出水平的替代变量。名义货币供给采用M0作指标，其真实值由名义值和商品零售物价指数算来。通货膨胀率采用零售物价指数，取其季度的环比值。名义利率由年利率按复式利率换算而来，真实利率等于名义利率减去零售物价指数。变量均为季度数据，所有变量都有效的时间跨度为1986年第1季度到1996年第2季度，共计42个观测点（数据来源：中国证券市场研究设计中心）。所有变量先经过季节调整，再取对数⁴⁴，最后经过HP滤波剔除各自趋势值。滤波后的测度数据绘于图三，相应的统计量列于表三、六⁴⁵。

由图三我们可以看到，中国经济波动的一个显著特色是名义利率（图中近于水平的那条线）基本没有多少变化，以至于价格的波动和真实利率的波动几乎构成了对称于名义利率的镜像。此外，图中多少也反映了货币供给波动在时序上似乎领先于产出的波动，真实货币供给尤其如此。这是粗略地看。较细致地，由表三，我们认为中国的经济波动可能存在以下一些事实⁴⁶：

(1)、比较而言，中国经济的波动要比美国经济的波动剧烈（产出波动约为4.1%，而美国为1.7%；货币供给M0波动更为剧烈，名义量约为7.2%，真实量约为6.3%，而美国M0波动为0.86%）；通货膨胀率和真实利率的波动要远比名义利率的波动为大（参看对角线上的元素，美国数据转引自Kydland & Prescott, 1990）；

(2)、通货膨胀率和真实利率的波动几乎完全负相关(-0.99)，而名义利率基本上不与通货膨胀率和真实利率相关（参看非对角线上比较极端即接近0或□的元素，它们的可信度应该要高一些）。

由表六，我们进一步地认为：

(3)、货币供给(M0)与产出的波动正相关，即同方向波动，且与产出同步；真实货币供给（以M0衡量）与本季度的产出波动正相关，但是与滞后1-2个季度的产出波动有更大的正相关性（这表明真实货币供给的波动领先于产出的波动，领先约1-2个季度）；

(4)、价格水平（零售物价指数）与产出的波动是正相关的，即同方向波动，而且价格的波动似乎领先于产出波动大约1个季度；

(5)、名义利率和产出的波动的当期相关性不大（弱正相关），名义利率的波动似乎滞后于产出波动约4-5个季度（这可能表明了名义利率政策的

⁴³ 在真实经济周期文献中，一般假定2-8年为一个周期。比如King & Watson (1996)使用的就是数据中周期为6-32个季度的频率成分。这样，使用年度数据，失真就会比较大。

⁴⁴ 对原始变量取对数除了有平滑数据的作用（宏观经济数据多近似呈指数增长态势）以外，一个重要的计算上的方便是：对数变量的标准差是刻画原始变量波动的较好指标。

⁴⁵ 需要说明的是，表三、六以及下文的表四、七给出的是变量之间的相关系数表和（时期）交叉相关系数表。汇报这样的表格在真实经济周期分析中是基本的要求。有关对其的理解，可以参阅Kydland & Prescott (1990)。

⁴⁶ 之所以说是“可能”，主要是因为这里我们使用的是产出的替代变量，我们假定它的波动“可能”表征了产出的波动。

某种内生性），但是与滞后约6个季度的产出波动有较大的负相关性（这可能表明名义利率对经济影响的时滞）；真实利率和产出的波动是负相关的，即反方向波动，而且似乎领先于产出波动约1个季度。

接下来，我们看看模型经济的生成数据。

由于本文数据集的观测点的长度为42期，我们进行100次、每次42个点的仿真模拟。仿真获得的变动偏差值依次转换回水平值、加进增长趋势、经过HP滤波器，计算的统计量列于表四、七，统计量的标准差列于表五、八。

一个直接的观察是相对于其标准差而言，绝大部分统计量是不显著的。因而，这里我们只看看显著的（“有意义的”）统计量。

由表四，通货膨胀率和真实利率波动的标准差要比名义利率波动的标准差大得多，以至于真实利率与通货膨胀率呈高度负相关，与名义利率倒是基本不相关。真实货币供给与真实产出之间也是高度正相关的。这些是与“现实”相符的。

表七与表六的具体数值存在相当的差距。最明显的是，几乎所有的统计量不显著。有两点倒是明显的，一、真实货币供给与真实产出之间存在很大的正相关性；二、真实利率与滞后几期的真实产出有显著的负相关性。这些也与“现实”相符。

综合以上比较，我们可以说，模型经济在“定量”方面与现实经济有一定的距离。当然，这里很可能存在Prescott所说的“理论超前于现实”的因素，但作者却更愿意相信：这里更需要的其实是更强的理论和更准的数据在未来的不断反馈。从这层意义上说，本文提供的“实验室”目前是不能“替代代价过于高昂的实际经济政策实验”的，尽管本文可能做了一些对于理解、分析已经发生的“实际经济政策实验”有帮助的“可积累”的工作。

六、总结性评论

本文提供了一个可计算的包括货币、价格和利率变量在内的随机动态模型，尝试着从一个统一的角度来观察和理解中国的现实经济波动。从定性的角度看，本文模型对理解现实经济有一定的指导意义。从定量的角度看，模型经济生成的统计量多数是不显著的，但仅就显著的统计量而言，模型经济的生成数据与对经济现实的测度数据在性质上并不矛盾。

在理论经济分析中，“想法”的阐明需要模型作为工具是一种规范；而欲“善其事”，必先“利其器”。动态模型的可计算性是宏观经济研究中的一个瓶颈问题。中国的宏观经济研究更是如此。本文的真正意义其实并不是得到了以上这些与“直觉”相符的判断、与“测度”不矛盾的统计量。更主要地，本文是应用当前宏观经济学的主要分析工具——随机动态一般均衡分析（真实经济周期分析）理解、分析中国现实经济问题的一次演练；而且，在理论上，本文尝试了一套基于Markov链分析的迭代算法直接求解存在制度、政策干扰时的模型经济的竞争均衡解。用Lucas的话讲，本文所作的工作就是“提供”了一个有（相当）“说服力的、完全人为设计的经济系统作为实验室”，用以理解、分析已有的“实际经济政策实验”。

作为一项尝试，可以想象得到的是本文可能存在相当多的不妥、甚至是

错误之处。仅就模型的求解办法而言，本文只能解出近似后模型的线性决策函数。80年代后期以来，大量的数值办法被提出用于求解非线性的决策函数，比如加权残差法（对函数作高阶的指数多项式逼近）、有限元法（对状态空间进行小片的分割）等等。作者希望在以后能给出更高阶的解来（如果确实有这样的必要），尽管这基本上只是一个计算上的问题。本文模型对现实政策规则的刻划也是从最“经济”的角度考虑的，这方面也应该会有一些改进工作可作。

为了增加模型经济对现实经济的拟合程度，一个可选的更基本的思路可能是引进异质的经济行为人。存在异质行为人时的模型经济一般地要比同质行为人时提供的信息量大得多。而且，从根本上说，要注意到竞争不充分、信息不对称这些“现实”的问题，存在异质的经济行为人是基本的要求。作者也同样希望日后能够模型化这些现实问题。

当然，对于本文作者而言，所有的这些企图、打算都是建立在本文的基础之上的。作者希望这样的工作是可积累的，而可积累性正是经济学能成为“科学”的一个主要原因。另一方面，“积累”的隐含意义是任何时候都只是起点，对运用随机动态一般均衡模型分析（中国）现实经济问题的计划而言更是如此。

参考文献

1. S. "Time-to-build and aggregate fluctuations: Some new evidence," *International Economic Review*, vol. 30, pp. 889-920, 1989.
2. R. and P. "Homework in macroeconomics: Household production and aggregate fluctuations," *Journal of Political Economy*, vol. 99, pp. 1166-87, 1991.
3. C. and C. "The solution of linear difference models under rational expectations," *Econometrica*, vol. 48, pp. 1305-11, 1980.
4. R. and M. "Factor hoarding and the propagation of business-cycle shocks," *American Economic Review*, vol. 86, pp. 1154-74, 1996.
5. "Inspecting the mechanism: An analytical approach to the stochastic growth model," *Journal of Monetary Economics*, vol. 33, pp. 465-506, 1994.
6. "Why does inventory investment fluctuate so much?," *Journal of Monetary Economics*, vol. 21, pp. 247-80, 1988.
7. L. and M. "Current Real-Business-Cycle theories and the aggregate labor-market fluctuations," *American Economic Review*, vol. 82, pp. 430-50, 1992.
8. and C. "The inflation tax in a real business cycle model," *American Economic Review*, vol. 79, pp. 733-48, 1989.
9. , "The debt-deflation theory of Great Depressions," *Econometrica*, vol. 1, pp. 337-57, 1933.
10. , "Propagation problems and impulse problems in dynamic economics," in *Economic Essays in Honour of Gustav Cassel*, pp. 171-205, Allen and Unwin, London, 1936.
11. and Z. "The allocation of capital and time over the business cycle," *Journal of Political Economy*, vol. 99, pp. 1188-214, 1991.

- 1985 "Indivisible labor and the business cycle," *Journal of Monetary Economics*, vol. 16, pp. 309-27, 1985.
- 1982 "Large sample properties of Generalized Method of Moments estimators," *Econometrica*, vol. 50, pp. 1029-54, 1982.
- 1989 "Cost of business cycles with indivisibilities and liquidity constraints," *Journal of Political Economy*, vol. 97, pp. 1364-83, 1989.
- 1994 "Debt deflation: Theory and evidence," *European Economic Review* vol. 38, pp. 419-45, 1994.
- 1984 "Money, credit, and prices in a Real Business Cycle," *American Economic Review*, vol. 74, pp. 363-80, 1984.
- 1988a "Production, growth and business cycles I: The basic neoclassical models," *Journal of Monetary Economics*, vol. 21, pp. 195-232, 1988a.
- 1988b "Production, growth and business cycles II: New directions," *Journal of Monetary Economics*, vol. 21, pp. 309-41, 1988b.
- 1996 "Money, prices, interest rates and the business cycle," *Review of Economics and Statistics*, vol. LXXVIII, pp. 35-53, 1996.
- 1982 "Time to build and aggregate fluctuations," *Econometrica*, vol. 50, pp. 1345-70, 1982.
- 1990 "Business cycles: Real facts and a monetary myth," *Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review*, vol. 14, pp. 3-18, 1990.
- 1991 "Hours and employment variation in business cycle theory," *Economic Theory*, vol. 1, pp. 63-81, 1991.
- 1983 "Real business cycles," *Journal of Political Economy*, vol. 91, pp. 39-69, 1983.
- 1972 "Expectations and the neutrality of money", *Journal of Economic Theory*, vol. 4, pp. 103-24, 1972.
- 1977 "Understanding business cycles ", *Carnegi e-Rochester Conference Series on Public Policy*, vol. 5, pp. 7-29, 1977.
- 1978 "Asset prices in an exchange economy," *Econometrica*, vol. 46, pp. 1429-45, 1978.
- 1980 "Methods and problems in business cycle theory," *Journal of Money, Credit and Banking*, vol. 12, pp. 696-715, 1980.
- 1987 "Money and interest in a cash-in-advance economy," *Econometrica*, vol. 55, pp. 491-514, 1987.
- 1989 "Real business cycles: A new keynesian perspective," *Journal of Economic Perspectives*, vol. 3, pp. 79-90, 1989.
- 1990 "A quick refresher course in macroeconomics ", *Journal of Economic Literature*, vol. XXVIII, pp. 1645-60, 1990.
- 1989 "Real business cycle models," in *Modern Business Cycle Theory* (R. J. Barro ed.), chap. 1, Harvard University Press, 1989.
- 1990 "Inflation: Theory and evidence" in *Handbook of Monetary Economics* (B. M. Friedman and F. H. Hahn, ed.), pp. 963-1012, Elsevier Science Publishers B.V.(North-Holland), 1990.
- 1990 "Theory ahead of business cycle measurement," *Federal Reserve Bank of*

- M nneapolis Quarterly Review, vol. 10, pp. 9-22, 1986a.
- ☒☒ "Response to a skeptic," Federal Reserve Bank of M nneapolis Quarterly Review, vol. 10, pp. 28-33, 1986b.
- ☒☒ and ☒☒ "Pareto optima and competitive equilibria with adverse selection and moral hazard," Economet rica, vol. 52, pp. 21-45, 1984.
- ☒☒ and ☒☒, "Borrowing constraints and aggregate economic activity," Economet rica, vol. 54, pp. 23-45, 1986.
- ☒☒ "Money, income, and causality," American Economic Review, vol. 62, pp. 540-52, 1972.
- ☒☒ "Macroeconomics and realities," Economet rica, vol. 48, pp. 1-48, 1980.
- ☒☒ "Technical change and the aggregate production function," Review of Economics and Statistics, vol. XXXIX, pp. 312-20, 1957.
- ☒☒ "Some skeptical observations on real business cycle theory," Federal Reserve Bank of M nneapolis Quarterly Review, vol. 10, pp. 23-27, 1986.
- ☒☒ "A toolkit for analyzing nonlinear dynamic stochastic models easily," in Computational Methods for the Study of Dynamic Economies (R. Marimon and A. Scott ed.), chap. 3, Oxford University Press, 1999.