

文章编号 :1671-7848(2007)03-0301-04

全局收敛的鲁棒极点配置自校正控制算法

房宝玲¹, 刘贺平², 王允建²

(1. 北京科技大学 应用科学学院, 北京 100083; 2. 北京科技大学 信息工程学院, 北京 100083)



摘 要: 提出了一种可消除确定性扰动影响的鲁棒极点配置自适应控制器的设计方法。这种方法可以直接获得控制器参数, 无需求解 Diophantine 方程, 也不需要辨识多余的辅助参数和进行参数分离, 而且根据内模原理可以消除未知确定性扰动的影响, 实现对参考输入的稳态无误差跟踪。给出了所提算法的全局收敛性证明, 并通过仿真实验验证了算法的有效性。

关键词: 多变量系统; 极点配置; 自校正控制; 全局收敛性

中图分类号: TP 273 文献标识码: A

Globally Convergent Robust Pole Placement Self-tuning Control Algorithm

FANG Bao-ling¹, LIU He-ping², WANG Yun-jian²

(1. School of Applied Science, University of Science & Technology of Beijing, Beijing 100083, China;

2. Institute of Information and Engineering, University of Science & Technology of Beijing, Beijing 100083, China)

Abstract: A design method of adaptive pole placement controller is presented to eliminate unknown deterministic disturbance. In this method, parameters of the controller can be directly obtained. It is unnecessary to find the solutions of Diophantine equation and identify the extra auxiliary parameters, and it does not need to separate the disturbance model. The effect of deterministic disturbances can be eliminated according to the internal model principle, no static track control errors for reference input signals could be achieved. Global convergence of the algorithm is given. The simulation results show the validation of the algorithm.

Key words: multivariable systems; pole placement; self-tuning control; global convergence

1 引言

多变量自校正控制算法简单易于实现, 且不需要精确的数学模型, 从而引起了人们广泛的注意。文献 1~7 给出了各种控制算法, 但都未证明算法具有全局收敛性。而在自适应控制中, 控制器的参数是随着过程的发展不断修正的, 一旦参数估计产生较大误差, 有可能导致系统的不稳定, 输入输出开始发散, 破坏生产过程或者导致生产设备的破坏。显然, 自适应控制系统的全局收敛性问题在实际和理论上具有重大意义。文献 8 给出了无任何干扰情况下的全局收敛的多变量极点配置自校正控制算法。本文对具有确定性干扰的多变量系统提出了一种鲁棒极点配置自校正控制算法, 并证明了该算法的全局收敛性。

2 系统描述

设被控对象可用如下差分方程来描述:

$$A(z^{-1})Y(t) = z^{-d}B(z^{-1})U(t) + d(t) \quad (1)$$

式中, $A(z^{-1}) = I + \sum_{i=1}^n A_i z^{-i}$, $B(z^{-1}) = \sum_{j=0}^m B_j z^{-j}$, A_i, B_j 为 $n \times n$ 维矩阵; B_0 为非奇异矩阵, $\det B(z^{-1})$ 的所有根均在 z 平面的单位圆内; $Y(t), U(t), d(t) \in R^n$ 分别为输出、输入、干扰向量; d 为系统传输延迟。

$d_i(t)$ 为非衰减型确定扰动, 常见形式为

$$d_i(t) = \sum_{j=1}^{n_{w_i}} f_j \sin(w_j t + \beta_j) + g_i \quad (i = 1, 2, \dots, n), \text{ 满足:}$$

$$D_i(z^{-1})d_i(t) = 0 \quad (i = 1, \dots, n)$$

$\deg(D_i(z^{-1})) = 2n_{w_i} \quad (i = 1, \dots, n)$, 在此取:

$$D(z^{-1}) = I_n \prod_{i=1}^n D_i(z^{-1}) \quad (2)$$

3 控制律设计

为消除扰动的影响, 实现无静差跟踪控制, 采用以下控制律:

$$L(z^{-1})D(z^{-1})U(t) = H(z^{-1})Y_f(t) - G(z^{-1})Y(t) \quad (3)$$

收稿日期: 2006-03-15; 收修定稿日期: 2006-06-21

作者简介: 房宝玲(1979-), 女, 山东寿光人, 研究生, 主要研究方向为多变量极点配置自校正控制等; 刘贺平(1951-), 男, 辽宁沈阳人, 博士, 教授。

式中, L, H 和 G 均为 z^{-1} 的多项式矩阵; H 为 $n \times n$, 用作前置补偿器, 为消除稳态误差而设计; $Y_r(t)$ 为 n 维参考输入向量, 且各分量 $|Y_{ri}(t)| \leq m_i < \infty, \forall t$ ($i=1, \dots, n$)

闭环系统方程为

$$[L(z^{-1})B^{-1}(z^{-1})A(z^{-1})D(z^{-1}) + z^{-d}G(z^{-1})]Y(t) = H(z^{-1})Y_r(t-d) \quad (4)$$

由于 $B(z^{-1})$ 为稳定多项式矩阵, 所以令:

$$L(z^{-1}) = F(z^{-1})B(z^{-1})$$

闭环系统方程变为

$$[F(z^{-1})A(z^{-1})D(z^{-1}) + z^{-d}G(z^{-1})]Y(t) = H(z^{-1})Y_r(t-d) \quad (5)$$

令:

$$F(z^{-1})A(z^{-1})D(z^{-1}) + z^{-d}G(z^{-1}) = T(z^{-1}) \quad (6)$$

式中, $T(z^{-1}) = \text{diag}(T_i(z^{-1}))$ 为 $n \times n$ 渐近稳定的多项式矩阵, 用来指定闭环系统的极点。

为使式(6)有惟一解, F, G 和 T 的次数分别限定为

$$n_f = d - 1, n_g = n + n_d - 1, n_t \leq n + n_d + d - 1$$

为消除稳态误差, 选择 $H(z^{-1}) = H = T(1)$, 则:

$$T(z^{-1})Y(t) = T(1)Y_r(t-d) \\ \lim_{t \rightarrow \infty} Y(t) = Y_r(t-d)$$

4 自校正控制算法

式(1)两边左乘 FD 并用式(6)及 D 的特殊性, 可得控制器参数辨识方程:

$$T(z^{-1})Y(t) = L(z^{-1})D(z^{-1})U(t-d) + G(z^{-1})Y(t-d) \quad (7)$$

令 $L'(z^{-1}) = L(z^{-1})D(z^{-1}), Y_r(t) = T(z^{-1})Y(t)$ 则有:

$$Y_r(t) = L'(z^{-1})U(t-d) + G(z^{-1})Y(t-d) \quad (8)$$

令: $\Phi^T(t) = [Y^T(t-d), Y^T(t-d-1), \dots, Y^T(t-d-n_g)]$; $U^T(t-d) = [U^T(t-d-n_L)]$; $\Theta = [G_0, G_1, \dots, G_{n_g}; L'_0, L'_1, \dots, L'_{n_L}]^T = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n]$, $\theta_i = [g_{i1}^0, \dots, g_{in}^0; \dots, g_{i1}^{n_g}, \dots, g_{in}^{n_g}; l_{i1}^0, \dots, l_{in}^0; l_{i1}^{n_L}, \dots, l_{in}^{n_L}]^T$ ($i=1, \dots, n$)

于是, $Y_i(t) = \Phi^T(t)\theta_i$, 上式各分量可写为

$$Y_{ri}(t) = \Phi^T(t)\theta_i \quad (i=1, \dots, n) \quad (9)$$

当系统式(1)的参数未知时, 采用如下递推最小二乘自校正算法:

$$\hat{\theta}_i(t) = \hat{\theta}_i(t-1) + \frac{P(t-1)\Phi(t)}{1 + \Phi^T(t)P(t-1)\Phi(t)} \times [Y_{ri}(t) - \Phi^T(t)\hat{\theta}_i(t-1)] \quad (10)$$

$$P(t) = [I - \frac{P(t-1)\Phi(t)\Phi^T(t)}{1 + \Phi^T(t)P(t-1)\Phi(t)}]P(t-1) \quad (11)$$

$$\Phi^T(t)\hat{\theta}_i(t-1) = Y_{ri}^*(t) \quad (12)$$

式中, $Y_{ri}^*(t) = (HY_r(t-d))_i = (T(1)Y_r(t-d))_i$.

辨识得到 L 后, 无需分离 D , 直接将其带入式(3)便可求得控制器方程。

5 全局收敛性分析

为了证明算法的全局收敛性, 先引入下面 3 个引理:

引理 1 若:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{s^2(t)}{b_1(t) + b_2(t)\delta^T(t)\delta(t)} = 0 \quad (13)$$

式中, $b_1(t), b_2(t), s(t)$ 为实标量序列; $\delta(t)$ 为实向量序列。

满足:

$$0 < b_1(t) < k < \infty, 0 \leq b_2(t) < k < \infty, t \geq 0 \quad (14)$$

$$\|\delta(t)\| \leq c_1 + c_2 \max_{0 \leq \tau \leq t} |s(\tau)|, 0 \leq c_1 < \infty, 0 < c_2 < \infty \quad (15)$$

则有: $\lim_{t \rightarrow \infty} s(t) = 0; \|\delta(t)\|$ 有界^[9]。

引理 2 系统 $A(z^{-1})Y(t) = z^{-d}B(z^{-1})U(t) + d(t)$ 若 $\det B(z^{-1}) \neq 0$, 对于 $|z| > 1$ 则:

$$|U_i(t-d)| \leq u_2 + u_3 \max_{\substack{0 \leq \tau \leq t \\ 1 \leq j \leq n}} |Y_j(\tau)|, 1 \leq i \leq n, \\ 0 \leq u_2 < \infty, 0 < u_3 < \infty$$

式中, $Y_j(t) = (T(z^{-1})Y(t))_j$ ($j=1, \dots, m$); $\det T(z^{-1})$ 的零点在单位圆内。

引理 3 使用算式(10)式(11)式(12)有 $V(t) = \tilde{\theta}_i^T(t)P^{-1}(t)\tilde{\theta}_i(t)$ 是有界非增且非负函数, 并且有:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\Phi^T(t)\tilde{\theta}_i(t-1)}{[1 + \Phi^T(t)P(t-1)\Phi(t)]^{1/2}} = 0$$

式中, $\tilde{\theta}_i(t) = \hat{\theta}_i(t-1) - \theta_i$

证明 由式(9)和式(10)得:

$$\tilde{\theta}_i(t) = \tilde{\theta}_i(t-1) - \frac{P(t-1)\Phi(t)\Phi^T(t)}{1 + \Phi^T(t)P(t-1)\Phi(t)}\tilde{\theta}_i(t-1) \quad (16)$$

由式(11), 上式变为

$$\tilde{\theta}_i(t) = P(t)P^{-1}(t-1)\tilde{\theta}_i(t-1)$$

$$\text{即 } P^{-1}(t)\tilde{\theta}_i(t) = P^{-1}(t-1)\tilde{\theta}_i(t-1)$$

$$V(t) - V(t-1) = \tilde{\theta}_i^T(t)P^{-1}(t)\tilde{\theta}_i(t) - \tilde{\theta}_i^T(t-1)P^{-1}(t-1)\tilde{\theta}_i(t-1) = -\frac{\tilde{\theta}_i^T(t-1)\Phi(t)\Phi^T(t)\tilde{\theta}_i(t-1)}{1 + \Phi^T(t)P(t-1)\Phi(t)} < 0$$

从上式可以看出, $V(t)$ 是有界非增且非负函数, 因此是收敛的。并且有:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\tilde{\theta}_i^T(t-1)\Phi(t)\Phi^T(t)\tilde{\theta}_i(t-1)}{1 + \Phi^T(t)P(t-1)\Phi(t)} = 0$$

$$\text{即 } \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\Phi^T(t) \tilde{\theta}_i(t-1)}{[1 + \Phi^T(t) P(t-1) \Phi(t)]^{1/2}} = 0$$

多变量系统自校正控制算法式(10)~式(12)的全局收敛性由下面的定理给出。

定理 1 如果系统式(1)满足:

- ①系统传输延迟 d 已知。②系统的阶 n_a 和 n_b 的上界已知。③ $\det \mathbf{B}(z^{-1}) \neq 0, |z| > 1$ 。
- 则自适应算法用于系统式(1)时,有 $\{Y(t)\}$ 和 $\{U(t)\}$ 有界,并且 $\lim_{t \rightarrow \infty} (Y_i(t) - Y_n(t-d)) = \alpha (i = 1, \dots, n)$

证明 令 $e_{ii}(t) = Y_{ii}(t) - Y_i(t)$,由式(9)及

(12)知 $e_{ii}(t) = -\Phi^T(t) \tilde{\theta}_i(t-1)$,由引理 3 得:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{e_{ii}(t)}{[1 + \Phi^T(t) P(t-1) \Phi(t)]^{1/2}} = 0$$

$$\text{而 } \frac{|e_{ii}(t)|^2}{1 + \Phi^T(t) P(t-1) \Phi(t)} \geq \frac{|e_{ii}(t)|^2}{1 + \|\Phi(t)\|^2 (\lambda_{\max}[P(t-1)])}$$

所以有:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{|e_{ii}(t)|^2}{1 + \|\Phi(t)\|^2 (\lambda_{\max}[P(t-1)])} = 0 \quad (17)$$

这说明当 $b_1(t) = 1, b_2(t) = \lambda_{\max}[P(t-1)]$ 时符合式(13)的形式。

由式(11)和矩阵求逆公式得:

$$P^{-1}(t) = P^{-1}(t-1) + \Phi(t) \Phi^T(t)$$

$$X^T P^{-1}(t) X \geq X^T P^{-1}(t-1) X \geq \lambda_{\min}[P^{-1}(t-1)] \|X\|^2$$

$$\text{则 } \lambda_{\min}[P^{-1}(t)] \geq \lambda_{\min}[P^{-1}(t-1)]$$

由此可以看出 $\lambda_{\min}[P^{-1}(t)]$ 是非减有界的,记 $\lambda_{\min}[P^{-1}(t)] = k^{-1} > 0$,则 $0 \leq b_2(t) \leq k$,所以满足式(14)。由定理条件知系统式(1)满足引理 2 的条件,所以:

$$|U_i(t-d)| \leq u_2 + u_3 \max_{\substack{0 \leq \tau \leq t \\ 1 \leq j \leq n}} |Y_j(\tau)|,$$

$$1 \leq i \leq n, 0 \leq u_2 < \infty, 0 < u_3 < \infty \quad (18)$$

由 $Y_i(t) = \mathbf{T}(z^{-1}) Y(t), \det \mathbf{T}(z^{-1}) \neq 0, |z| > 1$,应用引理 2 则:

$$|Y_i(t)| \leq u_4 + u_5 \max_{\substack{0 \leq \tau \leq t \\ 1 \leq j \leq n}} |Y_j(\tau)|,$$

$$1 \leq i \leq n, 0 \leq u_4 < \infty, 0 < u_5 < \infty \quad (19)$$

由 $\Phi(t)$ 的定义及式(18)式(19)得:

$$\|\Phi(t)\| \leq p \{ \max_{0 \leq \tau \leq t} (u_2 + u_4) + \max_{\substack{0 \leq \tau \leq t \\ 1 \leq j \leq n}} |Y_j(\tau)| \}$$

式中 p 为 $\Phi(t)$ 的维数。

$$|Y_{ii}(t)| \leq |e_{ii}(t)| + |Y_i^*(t)| \leq |e_{ii}(t)| + u_1 \quad (i = 1, \dots, n)$$

式中 u_1 是 $|Y_i^*(t)| = |(\mathbf{T}(1) Y_i(t-d))| (i = 1, \dots, n)$ 的上界。

由于 n 是有限值,可以找到某个 j 使得:

$$\|\Phi(t)\| \leq p \{ \max(u_2, u_4) + \max(u_3, u_5) \max_{0 \leq \tau \leq t} [e_j(\tau) + u_1] \} = c_1 + c_2 \max_{0 \leq \tau \leq t} |e_j(\tau)| \quad (20)$$

由引理 1 得 $\lim_{t \rightarrow \infty} e_{ii}(t) = 0$,且 $\|\Phi(t)\|$ 有界,即

$$\{Y(t)\} \text{ 和 } \{U(t)\} \text{ 有界。} \lim_{t \rightarrow \infty} e_{ii}(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} [Y_{ii}(t) - Y_i^*(t)] = \lim_{t \rightarrow \infty} [T_{ii}(z^{-1}) Y(t) - T_{ii}(1) Y_n(t-d)] = 0$$

($i = 1, \dots, n$) 因为 $T_{ii}(z^{-1})$ 为稳定多项式,所以 $\lim_{t \rightarrow \infty} [Y_i(t) - Y_n(t-d)] = \alpha (i = 1, \dots, n)$

6 仿真实验

系统模型为

$$Y(t) + A_1 Y(t-1) + A_2 Y(t-2) = B_1 U(t-1) + B_2 U(t-2) + d(t)$$

$$\text{式中 } A_1 = \begin{pmatrix} 1.4 & 0.2 \\ 0.1 & 0.9 \end{pmatrix}; A_2 = \begin{pmatrix} 0.48 & 0.1 \\ 0 & 0.2 \end{pmatrix};$$

$$B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; B_2 = - \begin{pmatrix} 0.5 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; d(t) = \begin{pmatrix} 0.3 \sin 0.5 t \\ 0.25 \sin 0.3 t \end{pmatrix}$$

参考输入 Y_{r1} 和 Y_{r2} 分别是幅值为 $\pm 5, 120$ 个采样周期和幅值为 $\pm 10, 100$ 个采样周期的方波信号,系统闭环极点为 $z_1 = -0.5, z_2 = -0.5$,即:

$$\mathbf{T}(z^{-1}) = \mathbf{I} + \begin{pmatrix} -0.5 & 0 \\ 0 & -0.5 \end{pmatrix} z^{-1}$$

仿真结果如图 1 所示。

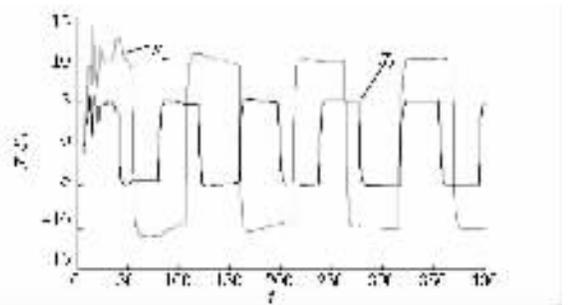


图 1 鲁棒极点配置自校正算法下的输出曲线
Fig.1 Output curves of robust pole placement self-tuning algorithm

结果表明,本文算法消除了未知确定性扰动的影响,实现了静态无误差跟踪。

7 结语

本文根据内模原理,通过合理设计控制律,消除了多变量系统确定性扰动的影响,能够任意配置闭环极点,实现了无稳态误差跟踪。本文还对所提出的算法进行了全局收敛性的证明。仿真结果证明了算法的有效性。(下转第 331 页)