2006年5月
第13卷第3期

控 制 工 程
Control Engineering of China

May 2006
Vol.13,No.3

文章编号:1671-7848(2006)03-0208-04

不确定时滞广义系统的鲁棒 H_∞ 控制

李文娟[1],张国山[1],邴志刚[2]
(1.天津大学 电气与自动化工程学院,天津 300072;2.天津工程师范学院 自动化系,天津 300222)

摘 要:针对不确定连续时滞广义系统,研究了鲁棒 H_∞ 控制问题。假设参数不确定性是范数有界的,设计了基于观测器的控制器,使闭环系统满足广义二次稳定和给定 H_∞ 性能指标。采用线性矩阵不等式方法,给出了该问题可解的充分条件,该条件对于选择合适的基于观测器的控制器设计方案具有实际指导意义。与已有结论相比,给出的条件中不含有等式限制。最后,给出了应用算例与仿真说明该方法的有效性。
关 键 词:不确定广义系统;时滞;观测器;鲁棒 H_∞ 控制
中图分类号:TP 13 文献标识码:A

Robust H_∞ Control for Uncertain Descriptor Systems with Time-delay

LI Wen-juan[1], *ZHANG Guo-shan*[1], *BING Zhi-gang*[2]
(1. School of Electrical Engineering and Automation, Tianjin University, Tianjin 300072, China;
2. Department of Automation, Tianjin University of Technology and Education, Tianjin 300222, China)

Abstract: The problem of robust H_∞ control for uncertain continuous descriptor systems with time-delay is studied. Parametric uncertainty is assumed to be norm bounded. The observer-based controller is designed such that the resulting closed-loop system is generalized quadratically stable with H_∞ performance. By using linear matrix inequality (LMI), the sufficient conditions for the solvability of the problem are given, and the conditions obtained are instructive for choosing an appropriate controller based on observer. Moreover, compared with the existed results the conditions have no equality constraint. Finally, a numerical simulation shows the effectiveness of the proposed approach.
Key words: uncertain descriptor systems; time-delay; observer; robust H_∞ control

1 引 言

广义系统 H_∞ 控制问题已有一些结论[1]。但是,由于大多数实际系统或多或少地受到时滞的影响,因此,得到的数学建模更多地是时滞广义系统。另外,在实际系统中,由于各种不可避免的因素,如系统运行环境的变化,测量误差,模型近似化以及建模过程中条件的取舍等,都将出现一些不确定参数,不考虑不确定性因素的系统控制都将难以获得理想的实际效果,而且参数的扰动可能破坏系统的正则性及系统的结构。H_∞ 优化控制正是为处理这些不确定性而提出的行之有效的方法。讨论含不确定参数的时滞广义系统的鲁棒 H_∞ 控制[2~5]对广义系统的实际应用是极为重要的。

2 预备知识和问题描述

考虑如下不确定时滞广义系统:

$$\begin{aligned} E\dot{x}(t) &= (A+\Delta A)x(t) + (A_d+\Delta A_d)x(t-\tau) + \\ &\quad (B+\Delta B)u(t) + Gw(t) \\ z(t) &= Cx(t) \\ x(t) &= \phi(t),\ t\in[-\tau,0] \end{aligned} \tag{1}$$

式中,$x(t)\in\mathbf{R}^n$ 为状态向量;$u(t)\in\mathbf{R}^m$ 是控制输入;$w(t)\in\mathbf{R}^q$ 是扰动输入,且 $w(t)\in L_2[0\ \infty)$;$z(t)\in\mathbf{R}^p$ 是测量输出;$\tau>0$ 是不变时滞常数;$\phi(t)$ 是相容的矢量值连续函数;$E\in\mathbf{R}^{n\times n}$ 是奇异的,假设 $\mathrm{rank}E=r<n$;A,A_d,B,G,C 为已知的具有适当维数的常数实矩阵;$\Delta A,\Delta A_d,\Delta B$ 是描述参数有界不确定性的时不变矩阵。

并假设具有如下的形式:

收稿日期:2005-05-24; 收修定稿日期:2005-07-05
基金项目:辽宁省教育厅重大基础研究计划资助项目(202022010);天津市高等学校科技发展基金资助项目(20030509)
作者简介:李文娟(1981-),女,江苏扬州人,研究生,主要研究方向为广义系统鲁棒控制等;张国山(1961-),男,教授。

$$[\Delta A \quad \Delta A_d \quad \Delta B] = MF(\sigma)[N_A \quad N_d \quad N_B] \tag{2}$$

式中,M, N_A, N_d, N_B 是已知的具有适当维数的常数实矩阵;$F(\sigma)$为不确定矩阵。

$$F(\sigma)F(\sigma)^{\mathrm{T}} \leqslant I \tag{3}$$

且 $\sigma \in \Theta$,Θ 是一紧集。假设给定任意矩阵 F:$FF^{\mathrm{T}} \leqslant I$,则存在一个 $\sigma \in \Theta$ 使得 $F = F(\sigma)$。如果式(2)和式(3)同时成立,称 $\Delta A, \Delta A_d, \Delta B$ 是容许的。

$u(t) = 0, w(t) = 0$ 时,系统式(1)的非受迫和无扰动标称形式表示成:

$$E\dot{x}(t) = Ax(t) + A_d x(t - \tau) \tag{4}$$

定义 1[3,4]　①如果 $\det(sE - A)$不恒等于零,称(E, A)是正则的。②如果 $\deg(\det(sE - A)) = \mathrm{rank}E$,称$(E, A)$是无脉冲的。

引理 1[3,5]　假设(E, A)是正则、无脉冲的,则在$[0, \infty)$上惟一存在系统式(4)的无脉冲解。

定义 2[3~5]　①如果(E, A)是正则、无脉冲的,称时滞广义系统式(4)是正则、无脉冲的。②如果对任意 $\varepsilon > 0$,存在标量 $\delta(\varepsilon) > 0$ 使得对任意满足 $\sup_{-\tau \leqslant t \leqslant 0} \|\phi(t)\| \leqslant \delta(\varepsilon)$的相容初始条件 $\phi(t)$,系统式(4)的解 $x(t)$在 $t \geqslant 0$ 时满足 $\|x(t)\| \leqslant \varepsilon$,称时滞广义系统式(4)是稳定的。而且 $T \to \infty$ 时,有 $x(t) \to 0$。

定义 3[3,5]　如果不确定时滞广义系统式(1)在 $u(t) = 0, w(t) = 0$时对所有容许的不确定性 $\Delta A, \Delta A_d$ 都是正则、无脉冲和稳定的,则称其是鲁棒稳定的。

引理 2[5]　如果存在矩阵 $Q > 0$ 和 X 使得对所有容许的不确定性 $\Delta A, \Delta A_d$ 有:

$$E^{\mathrm{T}} X = X^{\mathrm{T}} E \geqslant 0 \tag{5}$$

$$X^{\mathrm{T}}(A + \Delta A) + (A + \Delta A)^{\mathrm{T}} X + Q + X^{\mathrm{T}}(A_d + \Delta A_d) Q^{-1} (A_d + \Delta A_d)^{\mathrm{T}} X < 0 \tag{6}$$

则不确定时滞广义系统式(1)是广义二次稳定的。

引理 3[3,5]　考虑不确定时滞广义系统式(1),如果它是广义二次稳定的,则它是鲁棒稳定的。

引理 4[3,5]　给定适当维数的矩阵 Ω, Γ, Ξ,其中 Ω 是对称的,则对所有 $F(\sigma)$:$F(\sigma)F(\sigma)^{\mathrm{T}} \leqslant I$,$\Omega + \Gamma F(\sigma)\Xi + (\Gamma F(\sigma)\Xi)^{\mathrm{T}} < 0$ 成立的充分必要条件是存在标量 $\varepsilon > 0$,使得 $\Omega + \varepsilon \Gamma \Gamma^{\mathrm{T}} + \varepsilon^{-1} \Xi^{\mathrm{T}} \Xi < 0$。

为了简化,下面的讨论中取 $\varepsilon = 1$。

对不确定时滞广义系统式(1)考虑全阶广义状态观测器和基于观测器的无记忆状态反馈控制器:

$$\left.\begin{aligned} E\dot{\hat{x}}(t) &= A\hat{x}(t) + Bu(t) + L[z(t) - C\hat{x}(t)] \\ u(t) &= -K\hat{x}(t) \end{aligned}\right\} \tag{7}$$

式中,$\hat{x}(t) \in \mathbf{R}^n$ 是观测器的状态;常数矩阵 L 和 K 是待设计的观测器和控制器增益。

定义误差状态:

$$e(t) = x(t) - \hat{x}(t) \tag{8}$$

则由式(1)和式(7)得:

$$E\dot{e}(t) = (\Delta A - \Delta BK)x(t) + (A - LC + \Delta BK)e(t) + (A_d + \Delta A_d)x(t - \tau) + Gw(t) \tag{9}$$

结合式(1),式(7)和式(9)得到下面的闭环系统:

$$\begin{bmatrix} E & 0 \\ 0 & E \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{e}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - BK + \Delta A - \Delta BK & BK + \Delta BK \\ \Delta A - \Delta BK & A - LC + \Delta BK \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x(t) \\ e(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A_d + \Delta A_d & 0 \\ A_d + \Delta A_d & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x(t-\tau) \\ e(t-\tau) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G \\ G \end{bmatrix} w(t)$$

$$z(t) = Cx(t) \tag{10}$$

本文的目的是设计参数 L 和 K,使得闭环系统式(10)是鲁棒稳定的且满足给定 H_∞ 性能指标 γ,即:给定常数 $\gamma > 0$,在零初始条件的假设下对所有的不确定性有:

$$\|z(t)\|_2 \leqslant \gamma \|w(t)\|_2, \forall\, w(t) \in L_2[0, \infty), T > 0 \tag{11}$$

3　主要结果

用线性矩阵不等式给出问题的解。矩阵 $U \in \mathbf{R}^{n \times (n-r)}$满足 $E^{\mathrm{T}} U = 0$ 且 U 的秩满足 $\mathrm{rank}U = n - r$。

定理 1　给定 $\gamma > 0$。如果存在对称正定矩阵 $X_1, X_2, Q_1, Q_2, S_1, S_2, R$ 和矩阵 Y_1, Y_2, K, L_1 使得下面的式(12) ~ (15)成立。

$$S_1 + S_2 - \gamma^2 I < 0 \tag{12}$$

$$\begin{bmatrix} -R + MM^{\mathrm{T}} & A_d & 0 \\ A_d^{\mathrm{T}} & -Q_1 & N_d^{\mathrm{T}} \\ 0 & N_d & -I \end{bmatrix} \leqslant 0 \tag{13}$$

$$\begin{bmatrix} A^{\mathrm{T}}P_1 + P_1^{\mathrm{T}}A + Q_1 + C^{\mathrm{T}}C & K^{\mathrm{T}}B^{\mathrm{T}} & P_1^{\mathrm{T}}M & (N_A - N_B K)^{\mathrm{T}} & P_1^{\mathrm{T}} & P_1^{\mathrm{T}} & P_1^{\mathrm{T}}G \\ BK & -I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ M^{\mathrm{T}}P_1 & 0 & -I/2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ N_A - N_B K & 0 & 0 & -I/2 & 0 & 0 & 0 \\ P_1 & 0 & 0 & 0 & -I/3 & 0 & 0 \\ P_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -R^{-1}/2 & 0 \\ G^{\mathrm{T}}P_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -S_1 \end{bmatrix} < 0 \tag{14}$$

$$\begin{bmatrix} A^TP_2+P_2{}^TA-C^TL_1{}^T-L_1C+Q_2 & K^TB^T & K^TN_B{}^T & P_2{}^TM & P_2{}^TG & P_2{}^T & P_2{}^TR \\ BK & -I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ N_BK & 0 & -I/2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ M^TP_2 & 0 & 0 & -I/2 & 0 & 0 & 0 \\ G^TP_2 & 0 & 0 & 0 & -S_2 & 0 & 0 \\ P_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & -R^{-1}/2 & 0 \\ RP_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -I \end{bmatrix} < 0 \qquad (15)$$

则闭环系统式(10)是广义二次稳定的且满足给定 H_∞ 性能指标 γ。

式中，$P_1=(E^TX_1+Y_1U^T)^T$；$P_2=(E^TX_2+Y_2U^T)^T$；$L=P_2^{-T}L_1$。

证明　由已知很容易得：$E^TP_1=P_1{}^TE\geqslant 0$，

$$E^TP_2=P_2{}^TE\geqslant 0 \qquad (16)$$

先证明闭环系统式(10)是广义二次稳定的。

定义　$\bar{E}=\begin{bmatrix} E & 0 \\ 0 & E\end{bmatrix}$，$\bar{P}=\begin{bmatrix} P_1 & 0 \\ 0 & P_2\end{bmatrix}$，

$$\bar{A}+\Delta\bar{A}=\begin{bmatrix} A-BK+\Delta A-\Delta BK & BK+\Delta BK \\ \Delta A-\Delta BK & A-LC+\Delta BK\end{bmatrix},$$

$$\bar{A}_d+\Delta\bar{A}_d=\begin{bmatrix} A_d+\Delta A_d & 0 \\ A_d+\Delta A_d & 0\end{bmatrix},\ \bar{Q}=\begin{bmatrix} Q_1 & 0 \\ 0 & Q_2\end{bmatrix} \qquad (17)$$

则由(16)得 $\bar{E}^T\bar{P}=\bar{P}^T\bar{E}\geqslant 0$。由引理 2，要使系统式(10)广义二次稳定还需有下式成立：

$$\bar{P}^T(\bar{A}+\Delta\bar{A})+(\bar{A}+\Delta\bar{A})^T\bar{P}+\bar{Q}+\bar{P}^T(\bar{A}_d+\Delta\bar{A}_d)\bar{Q}^{-1}(\bar{A}_d+\Delta\bar{A}_d)^T\bar{P}<0 \qquad (18)$$

将式(17)代入式(18)，并令：

$$(A_d+\Delta A_d)\bar{Q}^{-1}(\bar{A}_d+\Delta\bar{A}_d)^T\leqslant R$$

可将问题转化为需不等式(19)成立，由引理 4 又可将式(19)转化为式(20)(21)成立即可。令：

$D=(A-BK+\Delta A-\Delta BK)$，

$H=(A-LC+\Delta BK)$，

$H_1=\Delta A-\Delta BK$，

$H_2=BK+\Delta BK$

$$\begin{bmatrix} D^TP_1+P_1{}^TD+Q_1+P_1{}^TRP_1 & H_1^TP_2+P_1^TH_2+P_1^TRP_2 \\ H_2^TP_1+P_2^TH_1+P_2^TRP_1 & H^TP_2+P_2^TH+Q_2+P_2{}^TRP_2\end{bmatrix}<0 \qquad (19)$$

$$A^TP_1+P_1{}^TA+Q_1+K^TB^TBK+P_1{}^TRP_1+2P_1{}^TMM^TP_1+2(N_A-N_BK)^T(N_A-N_BK)+3P_1{}^TP_1<0 \qquad (20)$$

$$A^TP_2+P_2{}^TA+Q_2-C^TL_1{}^T-L_1C+P_2{}^TRP_2+2P_2{}^TMM^TP_2+2K^TN_B{}^TN_BK+K^TB^TBK+P_2{}^TRRP_2<0 \qquad (21)$$

由式(14)，(15)显然有式(20)，(21)成立，因此，闭环系统式(10)是广义二次稳定的。

下面证明闭环系统式(10)满足给定 H_∞ 性能指标 γ。令：

$$V(x(t),e(t))=x(t)^TE^TP_1x(t)+e(t)^TE^TP_2e(t)+\int_{t-\tau}^t x(s)^TQ_1x(s)\mathrm{d}s+\int_{t-\tau}^t e(s)^TQ_2e(s)\mathrm{d}s$$

显然，$V(x)(t),e(t))\geqslant 0$ 再次运用引理 4，经计算得：

$$\dot{V}(x(t),e(t))+z(t)^Tz(t)-\gamma^2w(t)^Tw(t)\leqslant x(t)^T\Sigma_1x(t)+e(t)^T\Sigma_2e(t)+w(t)^T(S_1+S_2-\gamma^2I)w(t)$$

式中，

$$\Sigma_1=A^TP_1+P_1{}^TA+2P_1{}^TP_1+K^TB^TBK+2P_1{}^TMM^TP_1+2(N_A-N_BK)^T(N_A-N_BK)+2P_1{}^TRP_1+P_1{}^TGS_1{}^{-1}G^TP_1+C^TC+Q_1$$

$$\Sigma_2=A^TP_2+P_2{}^TA-C^TL_1{}^T-L_1C+K^TB^TBK+2P_2{}^TMM^TP_2+2K^TN_B{}^TN_BK+2P_2{}^TRP_2+P_2{}^TGS_2{}^{-1}G^TP_2+Q_2$$

由式(14)(15)得 $\Sigma_1<0$，$\Sigma_2<0$，再由式(12)，

$$\dot{V}(x(t),e(t))+z(t)^Tz(t)-\gamma^2w(t)^Tw(t)<0$$

因此，闭环系统式(10)具有 H_∞ 性能指标 γ。

4　算例与仿真

考虑不确定时滞广义系统式(1)，其参数如下：

$E=\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 0\end{bmatrix}$，$A=\begin{bmatrix} -8 & 0 \\ 0 & -8\end{bmatrix}$，$A_d=\begin{bmatrix} 0.25 & 0 \\ 0 & 0.1\end{bmatrix}$，

$B=\begin{bmatrix} -0.001 \\ 0.010\end{bmatrix}$，$G=\begin{bmatrix} 1.0 \\ -0.5\end{bmatrix}$，$C=\begin{bmatrix} 0.70 \\ 0.05\end{bmatrix}^T$，

$N_B=\begin{bmatrix} 0 \\ 0.01\end{bmatrix}$，$M=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1\end{bmatrix}$，$N_A=\begin{bmatrix} 0.2 & 0 \\ 0 & 0.2\end{bmatrix}$，

$N_d=\begin{bmatrix} 0.2 & 0 \\ 0 & 0.2\end{bmatrix}$

此例中假设时滞 $\tau=1.5$，不确定量 $F(\sigma)=\sin(\sigma)$。目的是要设计一个基于观测器的控制器使得闭环系统对所有的不确定性是广义二次稳定的且满足给定 H_∞ 性能指标 γ，令 $\gamma=0.5$。选取 $U=[0\ \ 1]^T$。使用 Matlab LMI Control Toolbox 解线性矩阵不等式(12)～(15)，得到解如下：

$X_1=\begin{bmatrix}0.129\,8 & 0\\ 0 & 1.500\,8\end{bmatrix}$，$X_2=\begin{bmatrix}0.047\,2 & 0\\ 0 & 1.500\,8\end{bmatrix}$，

$S_1=0.106\,4$，$S_2=0.089\,1$，

$Q_1=\begin{bmatrix}0.581\,7 & -0.157\,9\\ -0.157\,9 & 0.746\,4\end{bmatrix}$，$Q_2=\begin{bmatrix}1.494\,7 & 0.085\,1\\ 0.085\,1 & 0.309\,6\end{bmatrix}$，

$R=\begin{bmatrix}2.191\,8 & 0.004\,8\\ 0.004\,8 & 2.157\,7\end{bmatrix}$，$Y_1=\begin{bmatrix}0.039\,8\\ 0.196\,9\end{bmatrix}$，

$Y_2=\begin{bmatrix}-0.001\,9\\ 0.081\,1\end{bmatrix}$，$L=\begin{bmatrix}37.515\,5\\ 26.651\,4\end{bmatrix}$，

$K=[2.015\,4\quad 5.073\,6]$。

该系统在单位阶跃输入，初始条件：

$$x(0)=[1\quad 0]^{\mathrm T},\ w(t)=\begin{cases}\sin\sigma, & 1<t<3\\ 0, & \text{others}\end{cases}$$

扰动下的仿真曲线，如图 1 所示。

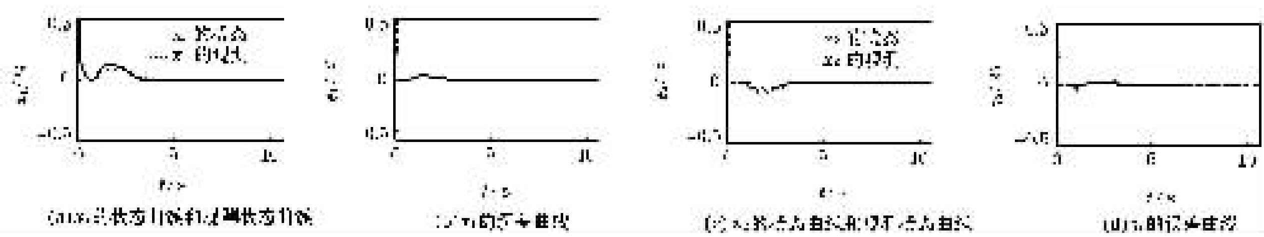

图 1　仿真曲线图

仿真结果表明，由观测器观测到的状态能很好地跟踪系统原来的状态，从而证明了用该方法设计观测器的有效性。

5　结　语

本文研究了线性连续不确定时滞广义系统的鲁棒 H_∞ 控制问题。设计了基于观测器的控制器，用线性矩阵不等式给出使闭环系统对所有容许的不确定性都是广义二次稳定的且满足给定 H_∞ 性能指标 γ 的充分条件。与已有的结果相比，所得的条件中不含有等式限制，因此在数值计算时更容易处理且可靠。所给的例子证明了所得结论的有效性。应用结果表明，用该方法设计基于观测器的控制器方案具有实际意义。

参考文献：

[1] Izumi M, Yoshiyuki K, Atsumi O, *et al*. H_∞ control for descriptor systems: a matrix inequalities approach[J]. Automatica, 1997, 33(4): 669-673.

[2] Liu Y Q, Xie X S. On problem of stabilization by output feedback for linear singular systems with time delay: a new approach[C]. Shanghai: Proc IEEE Conf on Industrial Technology, 1996.

[3] Xu S Y, Dooren V P, Stefan R, *et al*. Robust stability and stabilization for singular systems with state delay and parameter uncertainty[J]. IEEE Trans Automat Contr, 2002, 47(7): 1122-1128.

[4] Shu W R, Zhang Q L. H_∞ Control for singular systems with time-delay[C]. Hangzhou: 5th World Congress on Intelligent Control and Automation, 2004.

[5] Dong X Z, Zhang Q L. Robust H_∞ control for singular systems with state delay and parameter uncertainty[C]. Hangzhou: 5th World Congress on Intelligent Control and Automation, 2004.

（上接第 207 页）

图中机侧直行温度设定值为 1 260 ℃，焦侧直行温度设定值为 1 320 ℃。

某钢铁公司焦化厂新 2 号焦炉燃烧过程温度优化控制系统自 2004 年投入自动控制以来，自动控制的投运率达到 95 %以上，机焦侧直行温度偏差控制在 ±5 ℃以内的达到 80 %，控制在 ±7 ℃以内的达到95 %。

5　结　语

本文研究的焦炉燃烧过程温度优化控制系统，采用了融合线性回归和神经网络建立火道温度软测量模型，将多种控制策略综合运用到焦炉燃烧过程控制中，能够适应焦炉生产过程的工况变化，保证了直行温度的稳定性和合理燃烧状态，提高了焦炭质量，同时对降低能耗，减少环境污染具有重要意义。

参考文献：

[1] 赖旭芝，周国雄，曹卫华，等. 焦炉集气管的模糊专家控制及其应用[J]. 控制工程，2006，13(2)：108-110.

[2] 高军伟，叶阳东，史天运，等. 焦炉加热智能控制系统的研究与应用[J]. 信息与控制，2003，32(1)：86-91.

[3] 姚昭章. 炼焦学[M]. 北京：冶金工业出版社，1995.

[4] 严文福，郑明东，宁方青，等. 焦炉加热优化串级调控制数学模型的研究与应用[J]. 安徽工业大学学报，2003，20(4)：299-302.

[5] Yang C H, Wu M, Shen D Y, *et al*. Hybrid intelligent control of gas collectors of coke oven[J]. Control Engineering Practice, 2001, 11(9): 725-733.

[6] Battel E T, Chen K L. Automatic coke oven heating control system at Burn Harbor Works for normal and repair operation[C]. Chicago: Ironmaking Conference Proceedings, 1997.

[7] 郑明东，宁方青. 焦炉立火道温度控制研究[J]. 大连理工大学学报，2001，41(4)：442-445.

[8] 王笑波，黄祺，徐忠. 热轧钢板层流冷却过程的优化设定控制[J]. 控制工程，2005，12(4)：382-386.