

# 山西潇河灌区参考作物腾发量和降水的随机特性

田俊武<sup>1</sup>, 尚松浩<sup>1</sup>, 孙丽艳<sup>1</sup>, 温守光<sup>2</sup>

(1. 清华大学水利水电工程系, 北京 100084; 2. 山西省潇河水利管理局, 榆次 030600)

**摘要:** 气象要素的随机变化对于农田水分的动态变化与优化调控具有重要影响。根据山西潇河灌区 1978~ 2003 年共 26 年的气象资料, 利用 FAO 推荐的 Penman-Monteith 公式计算了逐旬的参考作物腾发量 ( $ET_0$ )。采用时间序列分析方法对  $ET_0$  序列和降水 ( $P$ ) 序列的随机特性进行了分析, 并将以上序列分解为趋势项、周期项(包括均值和标准差)和平稳随机项。结果表明: 近 20 多年来潇河灌区  $ET_0$  序列具有递增趋势, 而降水具有递减趋势, 同时二序列存在负相关关系; 去除趋势项的  $ET_0$  和  $P$  序列的旬均值和标准差具有周期性变化的特征, 可以用 Fourier 级数的二阶分量来描述; 二序列的平稳随机成分可以用自回归模型来描述。以上结果可以进一步用于农田墒情的随机预报和作物灌溉制度的随机优化。

**关键词:** 参考作物腾发量; 降水; 随机特性; 时间序列分析

中图分类号: S161

文献标识码: A

文章编号: 1002-6819(2005)10-0026-05

田俊武, 尚松浩, 孙丽艳, 等. 山西潇河灌区参考作物腾发量和降水的随机特性[J]. 农业工程学报, 2005, 21(10): 26- 30

Tian Junwu, Shang Songhao, Sun Liyan, et al. Stochastic characteristics of reference evapotranspiration and precipitation of Xiaohu Irrigation Areas, Shanxi Province[J]. Transactions of the CSAE, 2005, 21(10): 26- 30 (in Chinese with English abstract)

## 0 引言

在农田土壤水分的模拟研究中, 降水与参考作物腾发量是两个很重要的因素, 且都表现出明显的随机特性。对其随机特性的研究是进行农田墒情随机预报、实现作物灌溉制度随机优化的基础。关于参考作物腾发量(Reference Evapotranspiration, 简记为  $ET_0$ ) 和降水(Precipitation, 简记为  $P$ ) 的时间序列分析, 前人做了大量的研究工作。罗毅等(1997)<sup>[1]</sup>发现参考作物腾发量呈明显的季节性变化趋势, 其多年均值和标准差都能用 Fourier 级数的二阶分量来近似。匡正等(2000)<sup>[2]</sup>利用小波变换时域局部性特点, 对华北地区降水时间序列资料作了多时间尺度小波分析。崔远来等(1999)<sup>[3]</sup>用概率分布法来描述降雨的随机特性。国外则在参考作物腾发量和降水的时空分析上做了很多的研究, 如 Kyriakidis 等(2004)<sup>[4]</sup>用时空分析的方法对大范围的日降水量进行了模拟。目前关于参考作物腾发量和降雨的随机特性的研究都是相互独立的, 本文将山西潇河灌区参考作物腾发量序列和降水序列的随机变化特性放在一起研究, 并初步分析了它们的相互关系, 为灌区灌溉制度的随机优化提供参考依据。

## 1 分析方法

时间序列分析是研究具有随机特性数据的一种重

要方法。时间序列一般是由两种或两种以上成分合成的序列, 如趋势项、周期项、随机项等。

### 1.1 趋势项的识别与提取

趋势项的识别可以采用 Kendall 秩次相关检验法<sup>[5]</sup>。该方法具体如下:

对序列  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , 确定所有的对偶值 ( $x_i, x_j$ ,  $i < j$ ) 中的  $x_i < x_j$  出现的个数(设为  $p$ )。检验统计量为

$$U = \frac{\tau}{[Var(\tau)]^{1/2}} \quad (1)$$

式中  $\tau = \frac{4p}{n(n-1)} - 1$ ,  $Var(\tau) = \frac{2(2n+5)}{9n(n-1)}$

原假设为无趋势。给定显著水平  $\alpha$  后, 在正态分布表中查出  $U_{\alpha/2}$  值, 如果  $|U| < U_{\alpha/2}$ , 接受原假设, 即趋势不显著; 如果  $|U| > U_{\alpha/2}$ , 拒绝原假设, 即趋势显著, 此时可用回归分析方法提取序列的趋势项  $N$ 。

### 1.2 周期项的检验与描述

对于提取了趋势项  $N$  后的序列

$$S_i = x_i - N_i$$

其中可能含有周期成分。为了消除周期成分的影响, 需要对其进行标准化。将  $S_i$  序列以旬为单位计算出各旬的均值和标准差, 表示为

$$E_1, E_2, \dots, E_T, \dots, E_T$$

$$\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_T, \dots, \sigma_T$$

式中  $T$ ——基本周期, 对于本文  $T$  应取为 36(旬)。序列的旬均值和标准差可用 Fourier 级数表示为

$$\begin{cases} \bar{E} = [\bar{E}] + \sum_{j=1}^d [EA(j)\cos(\frac{2\pi j T}{T}) + EB(j)\sin(\frac{2\pi j T}{T})] \\ \sigma = [\sigma] + \sum_{j=1}^d [DA(j)\cos(\frac{2\pi j T}{T}) + DB(j)\sin(\frac{2\pi j T}{T})] \end{cases} \quad (2)$$

式中  $\bar{E}$ ——各旬均值;  $[\bar{E}]$ —— $\bar{E}$  的平均值;  $d$ ——Fourier 级数的阶数, 可用 Fisher 统计量确定;

收稿日期: 2005-04-18 修订日期: 2005-06-21

基金项目: 国家 863 计划节水农业专项(2002AA 2Z4311); 国家自然科学基金项目(50579027)

作者简介: 田俊武(1981-), 安徽霍邱人, 硕士生, 主要从事非充分灌溉理论研究。北京 清华大学水利水电工程系, 100084

通讯作者: 尚松浩(1971-), 河南叶县人, 副教授, 主要从事水文水资源与灌溉排水研究。北京 清华大学水利水电工程系, 100084。

Email: shangsh@mail.tsinghua.edu.cn

$EA(j), EB(j)$ ——均值的 Fourier 级数  $d$  阶分量的系数;  $\tau$ ——旬序数, 一月上旬为 1;  $\sigma$ ——标准差;  $[\sigma]$ —— $\sigma$  的平均值;  $DA(j), DB(j)$ ——标准差的 Fourier 级数  $d$  阶分量的系数。

### 1.3 随机项 $\eta$ 的检验与描述

用 Fourier 级数所拟合的各旬均值  $\bar{E}$  和相应旬的标准差  $\sigma$  对各旬的  $S_t$  进行标准化, 得到标准化的随机序列  $\eta_t$ :

$$\eta_t = \frac{S_t - \bar{E}}{\sigma} \quad (3)$$

式中  $\eta$ ——经过标准化处理后的随机项, 为离散的时间序列, 在理论上  $E[\eta] = 0, E[\eta\eta] = 1_0$ 。

根据上式, 可以将  $S_t$  分解成确定性的趋势项与随机项之和:

$$S_t = \bar{E} + \sigma\eta \quad (4)$$

下文所讨论的随机序列都是指标准化以后的随机序列  $\eta_t$ 。

序列自相关系数  $r_k$  可以按下式计算:

$$r_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} \eta_t \eta_{t+k}}{n} \quad (5)$$

观察  $r_k$  的估计值, 如果随  $k$  值的增大, 自相关系数  $r_k$  值越来越小, 则序列相依性越来越弱, 呈拖尾状, 则序列为平稳随机序列, 可用自回归 (AR) 模型来表示。

序列偏相关系数  $Q_k$  [5] 是反映消除  $(k-1)$  阶自相关影响后所剩余的自相关程度, 其推算公式如下:

$$\begin{cases} Q_{k,1} = r_1 \\ Q_{k+1,k+1} = (r_{k+1} - \sum_{j=1}^k r_{k+1-j} Q_{k,j}) / (1 - \sum_{j=1}^k r_j Q_{k,j}) \\ Q_{k+1,j} = Q_{k,j} - Q_{k+1,k+1} Q_{k,k+1-j}, j = 1, 2, \dots, k \end{cases} \quad (6)$$

Box-Jenkins 建模方法是离散时间序列比较常用的建模方法。该方法的思想是: 根据样本序列的自相关函数和偏相关函数特性初步确定时间序列所满足的模型类型及阶数。模型的识别准则为: (1) 若序列的自相关函数在  $k > q$  后截尾, 那么该序列为  $MA(q)$  序列; (2) 若偏相关函数在  $k > p$  后截尾, 那么该序列属于  $AR(p)$  序列; (3) 若前二者均不截尾, 那么该序列属于  $ARMA$  序列, 模型阶数尚需利用其它方法确定。模型类型及阶数确定以后, 可以利用样本数据对模型参数进行估计 [6]。

对于自回归模型, 本文根据 AIC 准则 (即赤池信息量准则) [7] 来确定模型的阶数。

## 2 结果与分析

本文的气象资料来源于山西潇河灌区, 共有 26 年 (1978~2003) 的逐旬气象资料, 包括温度、湿度、日照、风速、降水等。将日气象资料以旬为单位统计后, 用 Penman-Monteith 公式 [8] 计算得到旬参考作物腾发量, 并以旬参考作物腾发量和旬降水量作为研究对象。

潇河灌区位于晋中盆地东北边缘, 地形呈西南、东北走向的长方形, 系大型三级灌区。灌区属温带大陆性

半干旱气候, 四季分明, 光热资源丰富, 全年平均气温  $9.3^\circ\text{C}$ , 多年平均降水量 430 mm, 最大降水量 601.5 mm, 最小降水量 200.9 mm。

### 2.1 旬 $ET_0$ 和旬 $P$ 旬均值的年内分布

山西潇河灌区 26 年 (1978~2003) 的旬参考作物腾发量和旬降雨量的年内分布见图 1。从图中可以看出旬参考作物腾发量旬均值具有明显的周期性, 虽然年际间也有变化, 但变化幅度不大, 即标准差较小; 而旬降雨量的点分布则比较散乱, 但也基本落在一较为规则的三角形区域内, 表明旬降雨量年际间变化大, 即标准差会较大。

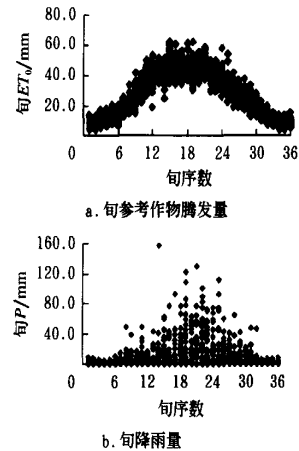


图 1 多年旬参考作物腾发量和多年旬降雨量的年内分布  
Fig 1 Annual distribution of multi-year  $ET_0$  and  $P$  per 10 days

### 2.2 趋势项的检验结果与提取

利用 Kendall 秩次相关检验法对  $ET_0$  和  $P$  序列的趋势项进行检验, 结果表明 (表 1) 二者均具有显著的趋势。其趋势项可分别表示为:

$$N_t(ET_0) = 24.066 + 0.0071t \quad (t = 1, 2, \dots, 936) \quad (7)$$

$$N_t(P) = 11.709 - 0.0018t \quad (t = 1, 2, \dots, 936) \quad (8)$$

从  $ET_0$  序列和  $P$  序列的趋势项可以看出, 山西潇河灌区的降水量近 20 多年来具有减少的趋势, 递减率为  $0.06 \text{ mm/a}$ ; 而  $ET_0$  具有增大的趋势, 递增率为  $0.26 \text{ mm/a}$ 。这一结果与文献 [9] 中太原市在 20 世纪 70 年代末到 90 年代初的降水量和蒸发量的趋势是一致的。

表 1  $ET_0$  和  $P$  序列的趋势项检验结果 ( $\alpha = 0.05$ )

Table 1 Testing results of the trend components of  $ET_0$  series and  $P$  series ( $\alpha = 0.05$ )

	$n$	$p$	$\tau$	$Var(\tau)$	$U$	$U_{\alpha/2}$
$ET_0$	936	235080	0.0745	0.000477	3.41	1.96
$P$	936	193425	-0.1159	0.000477	-5.31	1.96

### 2.3 Fourier 级数的参数确定

通过 Fisher 统计量确定  $ET_0$  序列和  $P$  序列的 Fourier 级数都应取为二阶。因为序列被提取过趋势项, 故  $E[\eta] = 0$ , 所以均值和方差的 Fourier 级数形式分别

为:

$$\bar{E} = \sum_{j=1}^2 [EA(j) \cos(\frac{\pi j T}{18}) + EB(j) \sin(\frac{\pi j T}{18})] \quad (9)$$

$$\sigma = [\sigma] + \sum_{j=1}^2 [DA(j) \cos(\frac{\pi j T}{18}) + DB(j) \sin(\frac{\pi j T}{18})] \quad (10)$$

其中,  $[\sigma]_{ET_0} = 5.22$ ,  $[\sigma]_P = 12.56$ ,

Fourier 级数二阶分量的系数见表 2, 拟合结果见图 2、图 3。其中, 图 2a 中的实测值是指用 Penman-Monteith 公式得到的计算值。

### 2.4 随机序列 $\eta$ 的检验结果及自回归模型的建立

随机序列  $\eta$  的自相关系数和偏相关系数如图 4 所示。

表 2  $ET_0$  序列和  $P$  序列均值和标准差的 Fourier 二阶分量的系数

Table 2 Second-order Fourier coefficients of mean and standard deviation of  $ET_0$  and  $P$  series

	EA (1)	EA (2)	EB (1)	EB (2)	DA (1)	DA (2)	DB (1)	DB (2)
$P$	- 11.96	0.00	- 6.01	3.64	- 10.31	0.17	- 4.19	1.69
$ET_0$	- 20.10	0.04	- 0.46	- 1.00	- 1.99	0.31	- 0.24	- 0.52

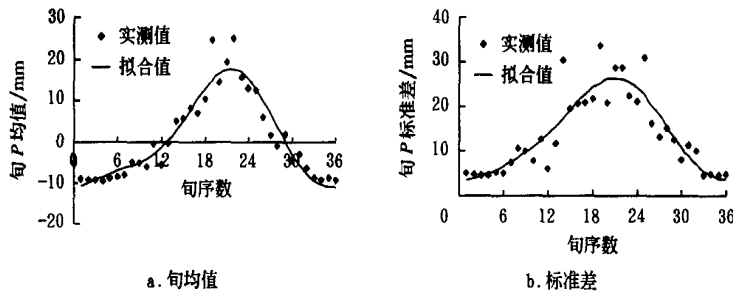


图 2 多年降水旬均值、标准差的实测值及拟合值

Fig. 2 Observed values and simulated values of mean and standard deviation of precipitation per 10 days

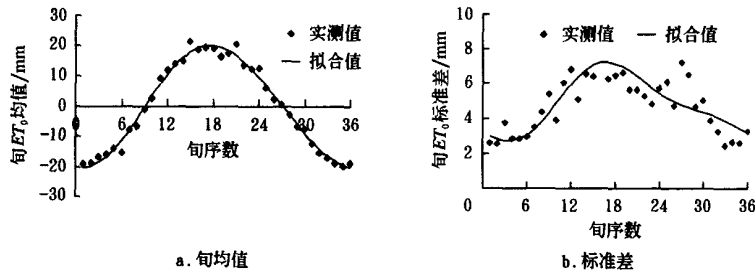


图 3 参考作物腾发量旬均值、标准差的实测值及拟合值

Fig. 3 Observed values and simulated values of mean and standard deviation of reference evapotranspiration per 10 days

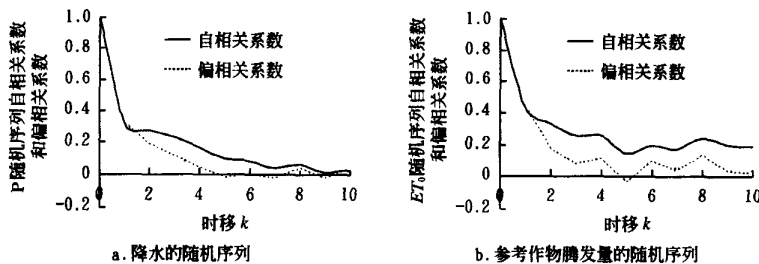


图 4 随机序列的自相关和偏相关系数

Fig. 4 Autocorrelation coefficients and partial correlation coefficients of stochastic series

从图 4 可以看出,  $P$  的随机序列的自相关系数是拖尾的, 且在  $k$  达到某一值时趋于 0, 而偏相关系数是截尾的, 故该序列为平稳随机序列, 可以用自回归模型来描

述。虽然  $ET_0$  的随机序列的自相关系数拖尾较慢, 但其偏相关系数却相对截尾较快, 因此也可以用自回归模型来描述。又根据表 3 的 AIC 准则检验结果,  $P$  随机序列

的模型阶数可取为 4,  $ET_0$  序列的模型阶数可取为 8, 即

$$\eta(P) = \sum_{k=1}^4 \varphi_k(P) \eta_{-k}(P) + \epsilon \quad (11)$$

$$\eta(ET_0) = \sum_{k=1}^9 \varphi_k(ET_0) \eta_{-k}(ET_0) + \epsilon \quad (12)$$

式中的自回归系数  $\varphi_k(P)$  和  $\varphi_k(ET_0)$  见表 3。

表 3 随机序列的参数估计

Table 3 Parameter estimates of stochastic series

	$k$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$P$	$\varphi$	0.217	0.166	0.111	0.031	-0.020	-0.004	-0.034	0.042	-0.020	0.027
	$AIC(k)$	0.042	-0.006	-0.033	-0.037	-0.032	-0.030	-0.026	-0.027	-0.025	-0.024
$ET_0$	$\varphi$	0.317	0.098	0.049	0.067	-0.052	0.045	0.008	0.109	0.011	-0.033
	$AIC(k)$	-0.011	-0.047	-0.060	-0.078	-0.067	-0.075	-0.075	-0.105	-0.104	-0.096

### 2.5 $ET_0$ 序列与 $P$ 序列互相关性分析

图 5 表示  $ET_0$  序列和  $P$  序列随机项的互相关系数。可以看出, 在时移  $k=0$  时,  $ET_0$  序列与  $P$  序列的互相关系数的绝对值最大, 即相关性最强; 随着时移  $|k|$  的增加, 二者的相关性逐渐减弱。二序列在整体上有明显的负相关关系, 这也说明降水和参考作物腾发量的多年变化趋势是相反的。

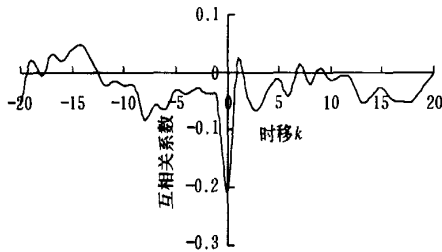


图 5  $ET_0$  序列和  $P$  序列随机项的互相关系数

Fig 5 Cross-correlation coefficients of the stochastic components of  $ET_0$  series and  $P$  series

### 3 结论

1) 从  $ET_0$  序列和  $P$  序列的趋势项可以看出, 近 20 多年来, 山西潇河灌区的降水量呈减少的趋势, 而  $ET_0$  呈增大的趋势。

2) 提取完趋势项后的  $ET_0$  序列和  $P$  序列的多年均值和标准差可以用 Fourier 级数来表示, 且级数取为二阶时便能得到较好的拟合效果。

3) 提取趋势项并按旬标准化后的  $ET_0$  序列和  $P$  序列均为平稳随机序列, 都可以用自回归模型进行模拟, 阶数分别是 8 和 4。

4)  $ET_0$  序列与  $P$  序列在时移为 0 时的相关性显著, 且呈负相关关系。随着时移的增加, 相关系数以较小的幅度在 0 值附近平稳波动, 表现出随机性。

5) 本文虽然在分别分析  $ET_0$  序列和  $P$  序列随机特性的基础上, 进一步对二者做了互相关分析, 但并没有实现根据二者的互相关系数对它们进行建模分析, 有关这方面的研究仍需要进一步深入。

### [参 考 文 献]

- [1] 罗毅, 雷志栋, 杨诗秀. 潜在腾发量的季节性变化趋势及概率分布特性研究[J]. 水科学进展, 1997, 8(4): 308-312
- [2] 匡正, 季仲贞, 林一骅. 华北降水时间序列资料的小波分析[J]. 气候与环境研究, 2000, 5(3): 312-317
- [3] 崔远来, 袁宏源, 李远华. 考虑随机降雨时稻田高效节水灌溉制度[J]. 水利学报, 1999, (7): 4-45
- [4] Kyriakidis P C, Miller N L, Kim J. A spatial time series framework for simulating daily precipitation at regional scales[J]. Journal of Hydrology, 2004: 236-255
- [5] 丁晶, 邓育仁. 随机水文学[M]. 成都: 成都科技大学出版社, 1988
- [6] Box G E P, Jenkins G M. Time Series Analysis forecasting and control[M]. Hoden-Day, London, 1976
- [7] 申鼎焯. 随机过程[M]. 武汉: 华中理工大学出版社, 1990: 206-207
- [8] Allen R G, Pereira L S, Raes D, et al. Crop evapotranspiration-guidelines for computing crop water requirements[M]. FAO Irrigation and Drainage Paper 56: 50-51
- [9] 李国华, 钱锦霞. 气候变化对山西农业发展利弊及减灾对策[J]. 干旱地区农业研究, 1996, 14(2): 81-87

## Stochastic characters of reference evapotranspiration and precipitation of Xiaohe Irrigation Areas, Shanxi Province

Tian Junwu<sup>1</sup>, Shang Songhao<sup>1</sup>, Sun Liyan<sup>1</sup>, Wen Shouguang<sup>2</sup>

(1. Department of Hydraulic and Hydropower Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China;

2. Xiaohe Water Resources Administration of Shanxi Province, Yuci 030600, China)

**Abstract:** The stochastic characteristics of meteorological factors play important roles in the dynamic variation and optimal regulation of soil moisture. Using 26 years' meteorological data of Xiaohe Irrigation Area, Shanxi Province, reference evapotranspiration per 10 days was calculated with Penman-Monteith equation suggested by FAO. The stochastic characteristics of reference evapotranspiration series and precipitation series were analyzed by time series analysis method, and each series was decomposed to trend component, periodic component and stationary stochastic component. The results suggest that the reference evapotranspiration has an increasing trend, while the precipitation series has a decreasing trend in the recent over 20 years. These two series are negatively correlated. Their mean values and standard deviation can be expressed with the second order Fourier series, and their stochastic component can be expressed with autoregression models. These models can be further used in the stochastic forecasting of soil moisture and stochastic optimization of irrigation scheduling.

**Key words:** reference evapotranspiration; precipitation; stochastic characteristics; time series analysis