

# TD-SCDMA 中联合检测的块傅立叶算法\*

彭天笑, 鄧广增

(南京邮电学院 通信工程系, 江苏 南京 210003)

摘要: TD-SCDMA 已被 ITU 和 3GPP 批准为第三代移动通信国际标准之一, 而联合检测是 TD-SCDMA 中的一项关键技术, 它可以等效为一个求最小二乘解的问题, 由于其中涉及的数据繁多, 使得计算量十分巨大。目前的一些算法(如 Cholesky 算法、Schur 算法及 Levinson 算法等)充分利用了其系统矩阵的块 Sylvester 结构来减少计算量, 研究了一种能更显著减少联合检测计算量的方法——块傅立叶算法的算法复杂度, 并在算法复杂度方面与其他几种算法进行比较, 展示其有效性。

关键词: TD-SCDMA; 联合检测; 块傅立叶算法  
中图分类号: TN929.532 文献标识码: A

## 0 引言

在无线传输上, TD-SCDMA 依靠其独特的操作模式, 可根据传输要求的不同, 灵活地选择传输模式, 适应从低比特率语音业务到高比特率因特网业务的对称和非对称的所有 3G 业务, 因而得到 ITU 以及 3GPP 的承认, 与 WCDMA 及 CDMA2000 一起被作为第三代移动通信的国际标准。基于 TDD 模式的 CDMA 构成了 TD-SCDMA 系统的骨干, 而联合检测是针对在 CDMA 模式中多个平行传送信号的一种高效的检测程序。联合检测问题可以等效为一个求最小二乘解的问题, 联合检测器将一个突发中包含的所有用户的信息组合为一个大的系统方程。由于用户的信息包含从训练序列中估计出的信道冲激响应、扩频码及接收到的天线的采样等, 使得系统方程变得十分庞大, 因此为了尽可能地降低复杂性, 同时又不削弱联合检测的性能, 必须寻求有效的算法。目前的一些算法, 如近似的 Levinson 算法<sup>[1]</sup>、Schur 算法<sup>[2]</sup>及 Cholesky 算法<sup>[3]</sup>等充分利用了系统矩阵特殊的结构特性即块 Sylvester 结构, 从而降低了计算的复杂性。

文献[4, 5]提出了一种块傅立叶算法, 将原来的块 Sylvester 结构的系统矩阵扩展成块循环矩阵, 这样就可以通过傅立叶变换有效地将联合检测问题转换到频域, 如卷积计算在频域比在时域容易得多, 经过变换后的计算比原来的计算更容易。考虑到篇幅问题, 本文侧重研究这种块傅立叶算法的复杂度。

本文中的所有分析都是在复数域中进行的, 上标 \* 代表共轭; T 代表矩阵的转置; H 代表共轭转置; + 代表 Moore-Penrose 广义逆矩阵; ⊗ 代表 Kronecker 乘积, 即

$$A \otimes B = \begin{bmatrix} a_{11}B & a_{12}B & \cdots & a_{1n}B \\ a_{21}B & a_{22}B & \cdots & a_{2n}B \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1}B & a_{m2}B & \cdots & a_{mn}B \end{bmatrix}$$

## 1 系统模型

### 1.1 TD-SCDMA

TD-SCDMA 结合了 FDMA、TDMA 和 CDMA 技术, 在相同的频带和时隙上, 能够同时传送多个用户的数据, 这些用户的数据以不同的扩频码扩频, 其帧结构见图 1, 图 1 中  $B, T_{fr}, N_{fr}, T_{bu}$  和  $K$  分别表示一个频隙的带宽、帧持续时间、每帧突发数、突发持续时间及使用的码字数(即用户数)。每个帧突发中包含了一个保护间隔(guard time)和 2 个数据块(每个数据块含有  $N$  个码元), 这 2 个数据块被一个各用户专有的、包含了  $L_m$  个码片的 midamble 分开, midamble 主要用于信道估计, 图 2 中给出了 TD-SCDMA 系统中一个突发的结构, 图 2 中的  $T_{bu}, T_s, T_c$  和  $Q$  分别代表突发周期、码元周期、码片周期和扩频因子。本文中假设所有用户的扩频因子均相同, 然而算法也直接推广到具有不同扩频因子中。TD-SCDMA 系统中的联合检测能够消除小区

\* 收稿日期: 2003-01-24 修订日期: 2003-04-11

作者简介: 彭天笑(1978-), 女, 四川安岳人, 硕士研究生, 主要研究方向是移动通信与无线技术; 鄧广增, 教授, 博士生导师, 中国通信学会学术工作委员会委员, 中国通信学会无线通信委员会副主任委员, 研究方向是数字移动通信、信号处理等。

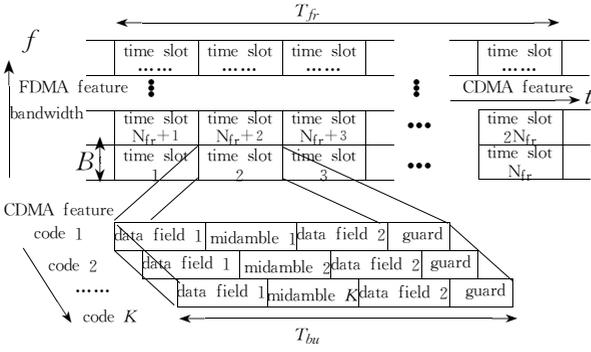


图1 TD-SCDMA的帧结构  
Fig. 1 Frame structure of TD-SCDMA

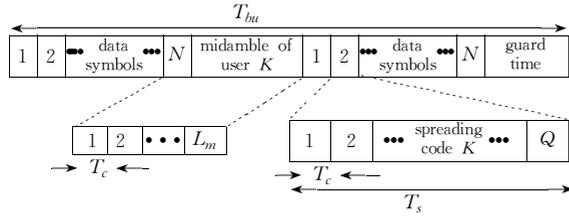


图2 TD-SCDMA突发的结构图  
Fig. 2 Burst structure of TD-SCDMA

内部各用户之间的干扰,如果考虑小区间干扰加噪声的空时协方差矩阵,就能够消除小区间的干扰。

本文中的讨论针对上行链路,也可以推广到下行链路的情况。

## 1.2 数学模型

假设在每个时隙有  $K$  个用户,分别用  $K$  个不同的正交码标识,每个用户在一个数据块内传送  $N$  个码元(为方便起见,本文只考虑一个数据块的情况),第  $k$  个用户的  $N$  个码元表示为

$$\mathbf{d}^{(k)} = (d_1^{(k)}, d_2^{(k)}, \dots, d_N^{(k)})^T \in \mathbf{C}^N, k = 1, \dots, K \quad (1)$$

每个码元序列用扩频因子为  $Q$  的序列扩频,扩频序列为

$$\mathbf{c}^{(k)} = (c_1^{(k)}, c_2^{(k)}, \dots, c_Q^{(k)})^T \in \mathbf{C}^Q, k = 1, \dots, K \quad (2)$$

将此扩频序列与  $N \times N$  的单位阵  $\mathbf{I}_N$  作 Kronecker 乘,得到对应于第  $k$  个扩频码的块对角扩频矩阵  $\mathbf{C}^{(k)}$ :

$$\mathbf{C}^{(k)} = \mathbf{I}_N \otimes \mathbf{c}^{(k)} = \begin{bmatrix} \mathbf{c}^{(k)} & & & \\ & \mathbf{c}^{(k)} & & \\ & & \ddots & \\ & & & \mathbf{c}^{(k)} \end{bmatrix} \in \mathbf{C}^{NQ \times N} \quad (3)$$

假设接收端有  $M$  根天线,第  $k$  个用户(对应于第  $k$  个扩频码)在第  $m$  根天线上的信道冲激响应向量  $\mathbf{h}^{(k,m)}$  的长度为  $W$ ,则  $K$  个用户的长度为  $NQ + W - 1$  的数据序列同步到达接收端,并且受到一个静态的高斯白噪声序列的干扰,第  $m$  根天线对应的白噪声序列可以表示为

$$\mathbf{n}^{(m)} = (n_1^{(m)}, n_2^{(m)}, \dots, n_{NQ+W-1}^{(m)})^T \quad (4)$$

这样第  $m$  根天线上的接收量可以表示为

$$\mathbf{x}^{(m)} = \begin{bmatrix} x_1^{(m)} \\ x_2^{(m)} \\ \vdots \\ x_{NQ+W-1}^{(m)} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^K \mathbf{H}^{(k,m)} \cdot \mathbf{C}^{(k)} \cdot \mathbf{d}^{(k)} + \begin{bmatrix} n_1^{(m)} \\ n_2^{(m)} \\ \vdots \\ n_{NQ+W-1}^{(m)} \end{bmatrix} \quad (5)$$

其中,

$$\mathbf{H}^{(k,m)} = \begin{bmatrix} \mathbf{h}^{(k,m)} & & & \\ & \mathbf{h}^{(k,m)} & & \\ & & \ddots & \\ & & & \mathbf{h}^{(k,m)} \end{bmatrix} \quad (6)$$

即  $\mathbf{H}^{(k,m)} \in \mathbf{C}^{(NQ+W-1) \times NQ}$  是由信道冲激响应向量  $\mathbf{h}^{(k,m)}$  组成的 Toeplitz 矩阵。在式(5)中令

$$\mathbf{B}^{(k,m)} = \mathbf{H}^{(k,m)} \cdot \mathbf{C}^{(k)} \in \mathbf{C}^{(NQ+W-1) \times N} \quad (7)$$

则有

$$\mathbf{x}^{(m)} = \sum_{k=1}^K \mathbf{B}^{(k,m)} \cdot \mathbf{d}^{(k)} + \mathbf{n}^{(m)}, m = 1, \dots, M \quad (8)$$

其中,

$$\mathbf{B}^{(k,m)} = \begin{bmatrix} \mathbf{b}^{(k,m)} & & & \\ & \mathbf{b}^{(k,m)} & & \\ & & \ddots & \\ & & & \mathbf{b}^{(k,m)} \end{bmatrix} \quad (9)$$

式(9)中  $\mathbf{B}^{(k,m)}$  是由混合响应向量  $\mathbf{b}^{(k,m)}$  组成的块 Toeplitz 矩阵,混合响应向量  $\mathbf{b}^{(k,m)}$  可以表示成信道冲激响应向量  $\mathbf{h}^{(k,m)}$  与相应的扩频码  $\mathbf{c}^{(k)}$  的卷积,即

$$\mathbf{b}^{(k,m)} = [b_1^{(k,m)}, b_2^{(k,m)}, \dots, b_{NQ+W-1}^{(k,m)}]^T = \mathbf{h}^{(k,m)} * \mathbf{c}^{(k)} \in \mathbf{C}^{Q+W-1}, \quad k = 1, \dots, K; m = 1, \dots, M \quad (10)$$

将  $M$  根天线上的接收量  $\mathbf{x}^{(m)}$  用一个矩阵来表示有

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{V} \\ \mathbf{V} \\ \vdots \\ \mathbf{V} \end{bmatrix} + \mathbf{n} = \mathbf{T} \cdot \mathbf{d} + \mathbf{n} \quad (11)$$

其中  $\mathbf{V}$  矩阵有如下形式:

$$\mathbf{V} = [\mathbf{b}^{(1)}, \mathbf{b}^{(2)}, \dots, \mathbf{b}^{(K)}] \in \mathbf{C}^{(M(Q+W-1)) \times K} \quad (12)$$

式(12)中,  $\mathbf{b}^{(k)} = [\mathbf{b}^{(k,1)^T}, \mathbf{b}^{(k,2)^T}, \dots, \mathbf{b}^{(k,M)^T}]^T$  为所有  $M$  根天线上的混合信道冲激响应向量组成的列向量,注意到式(11)中的矩阵  $\mathbf{T} \in \mathbf{C}^{M(NQ+W-1) \times NK}$  具有块 Toeplitz 结构。

### 1.3 通过块线性均衡器进行联合检测

根据式(11)的数学模型,要估计出每个用户在一个数据块内传输的  $N$  个码元,即通过一个块线性均衡器使得输出序列

$$\hat{d} = [\hat{d}_1^T, \hat{d}_2^T, \dots, \hat{d}_N^T]^T = W^H x = [w_1, w_2, \dots, w_{NK}]^H x \in \mathbb{C}^{NK} \quad (13)$$

式(13)中,  $W^H \in \mathbb{C}^{NK \times M(NQ+W-1)}$  是加权矩阵,根据标准的最小二乘算法(LS),  $W^H$  应使得式(14)所示的误差的欧氏距离最小

$$\|x - T \cdot \hat{d}\|_2^2 \quad (14)$$

则  $W^H$  等于  $T$  的 Moore-Penrose 广义逆矩阵<sup>[6]</sup>,即

$$\hat{d} = W^H x = T^+ x = (T^H T)^{-1} T^H x \quad (15)$$

然而最小二乘算法并没有考虑邻近小区的干扰,即来自邻近小区的强烈的干扰并没有消除,若要考虑邻近小区的干扰,可以采用最小方差无失真响应(MVDR)算法<sup>[7]</sup>,由于 MVDR 算法经过一系列的预处理可简化为 LS 算法,故本文只考虑 LS 算法。

由以上的分析可见,联合检测算法主要是大块矩阵的运算,计算的复杂度主要在于求  $(T^H T)^{-1}$  上,若采用传统的非近似的 Cholesky 分解算法,计算的复杂度将达到  $O((NK)^3)$ ,当用户数或码元数较多时,计算量十分巨大,因此有必要改进算法以减少计算的复杂度。

## 2 改进的快速算法

### 2.1 块傅立叶算法<sup>[4,5]</sup>

由矩阵理论可知,循环矩阵的特征向量是傅立叶向量,循环矩阵可以利用傅立叶变换对角化。对于形如  $Cd = x$  的系统方程,如果矩阵  $C$  是循环矩阵,由于  $C$  可以通过离散傅立叶变换对角化,则此方程都可以转换到频域,从而得到有效的解决,而与频域之间的变换可以方便地用快速傅立叶变换(FFT)来实现。这种方法也可以扩展到块循环系统,

$$C = \begin{bmatrix} c_1 & c_4 & c_3 & c_2 \\ c_2 & c_1 & c_4 & c_3 \\ c_3 & c_2 & c_1 & c_4 \\ c_4 & c_3 & c_2 & c_1 \end{bmatrix}$$

矩阵  $C$  是一个典型的循环矩阵,可见循环矩阵就是具有正方结构的 Toeplitz 矩阵。如果  $c_i$  不是标量而是一个矩阵块,并且每个块的大小均相同的话,  $C$  就是一个块循环矩阵。正如循环矩阵可以通过傅立叶变换对角化,块循环矩阵也可以利用块傅立叶变换实现块对角化。设  $c_i$  为  $P \times K$  的矩阵块,  $C$  为  $DP \times DK$  的块循环矩阵,共有  $D \times D$  个块,利用块傅立叶

变换对角化  $C$  有

$$\Lambda = F_{(p)} C F_{(k)}^{-1} \quad (16)$$

$F_{(p)}$  和  $F_{(k)}$  分别为  $DP \times DP$  和  $DK \times DK$  的块傅立叶变换矩阵,且定义

$$F_{(n)} = F \otimes I_{(n)} \quad (17)$$

式(17)中,  $I_{(n)}$  为  $n \times n$  的单位阵,  $F$  为  $D \times D$  的傅立叶矩阵。 $\Lambda$  是块对角矩阵,其形式如下:

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \Lambda_1 & & & \\ & \Lambda_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \Lambda_D \end{bmatrix} = \text{diag}_{(p,k)} \left( \begin{bmatrix} \Lambda_1 \\ \Lambda_2 \\ \vdots \\ \Lambda_D \end{bmatrix} \right) \quad (18)$$

式(18)中,  $\Lambda_i (i = 1, \dots, D)$  是  $P \times K$  的块矩阵,可由如下计算得到

$$\begin{bmatrix} \Lambda_1 \\ \Lambda_2 \\ \vdots \\ \Lambda_D \end{bmatrix} = F_{(p)} C(:, 1:K) \quad (19)$$

式(19)中,  $C(:, 1:K)$  表示由  $C$  的所有行,1 到  $K$  列组成的矩阵。

块傅立叶变换的这些特性可以有效地解决形如  $Cd = x$  的方程,其中  $C$  为块循环矩阵。例如,应用 LS 算法,  $\hat{d} = C^+ x$ ,由式(16)可得  $C^+ = F_{(k)}^{-1} \Lambda^+ F_{(p)}$ ,则  $\hat{d} = C^+ x = F_{(k)}^{-1} \Lambda^+ F_{(p)} x$ ,因  $\Lambda$  是块对角矩阵,计算它的广义逆矩阵比直接计算  $C$  的广义逆矩阵简单。

### 2.2 在 TD-SCDMA 中的应用

尽管式(11)中的  $T$  矩阵并不是正方的,但从  $T$  的结构来看,它已经是第一块列的列循环,因此只需

$T$  扩大成块循环矩阵即可应用上述的方法。 $T$  扩成块循环矩阵以后将有  $D \times D$  个块,每块  $P \times K$ ,其中  $D = N + [(Q + W - 1)/Q] - 1, P = MQ$ 。扩充以后的矩阵如图 3 所示,深灰色的部分表示的是数据块,淡灰色阴影中的是原来的矩阵,后面两列是新加的用来组成块循环矩阵的。同时向量  $x$  必须以零填充,以达到必要的长度  $DP$ 。

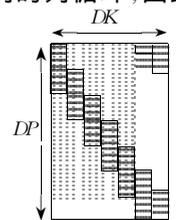


图3 将  $T$  扩展为块循环矩阵  
Fig. 3 Extending  $T$  to block-circulant matrix

由式(19)可知,只有  $T$  的第一块列用于计算  $\Lambda$ ,因此只要以零填充  $V$ ,使之达到  $DP \times K$ 。假设  $\mathbf{0}_{(m,n)}$  表示  $m \times n$  的零矩阵,这样应用最小二乘算法得到码元序列  $d$  的估计值  $\hat{d}$  的算法如式(20)所示:

$$\tilde{x} = [x^T \quad \mathbf{0}_{(DP-M(NQ+W-1))}^T]^T$$
$$\Lambda = \text{diag}_{(p,k)} (F_{(p)} [V^T \quad \mathbf{0}_{(K, DP-M(Q+W-1))}^T]^T)$$

$$\tilde{\mathbf{d}} = \mathbf{F}_{(k)}^{-1} \mathbf{\Lambda}^+ \mathbf{F}_{(P)} \tilde{\mathbf{x}}$$

$$\hat{\mathbf{d}} = \tilde{\mathbf{d}} (1 : NK) \quad (20)$$

由于扩充  $T$ , 不可避免地造成了误差, 尤其是在每个突发的头尾特别明显, 但是由于这部分误差落入了保护间隔内, 使得该方法可行。

### 2.3 Overlap 技术

为了进一步降低运算复杂度, 可以通过减少参加运算的块循环矩阵的大小实现, 使  $D$  降到最小可能值。这可以通过 Overlap 技术来实现。Overlap 是数字信号处理中的一种技术, 其基本思想是减小矩阵的尺寸, 用比较小的矩阵来代替大矩阵来解决问题, 理论依据是数列长度的减少, 只对首尾的影响较大, 中间几乎没有影响。根据这样的思想可以将较长的序列截短, 序列之间保留一些交叉的部分, 然后分别进行计算, 将运行结果的首部分去掉, 这样连接起来的运算结果就是最终的结果。据此, 可以把整个数据向量分为若干  $DK$  长的数据片, 但  $D$  不能小于它的理想值  $N + [(Q + W - 1)/Q] - 1$ , 否则扩展  $T$  引起的失真将不会落入保护间隔, 在估计数据向量的时候将会产生不可接受的错误。

作为补偿, 在每个数据片的首 (称为头交叠, prelap) 和尾 (称为尾交叠, postlap) 丢弃相当数量的码元, 各个数据片之间要保证一定的交叠, 以便前面数据片中丢弃的码元在后面数据片中间部分可以被找到。采用 Overlap 技术后, 式 (20) 算法可以修改为式 (21) (采用伪码的形式表示), 其中  $P^+$  代表头交叠,  $P^-$  代表尾交叠:

$$p = D - p^+ - p^-$$

$$S = [N/p]$$

$$\tilde{\mathbf{x}} = [\mathbf{0}_{(p^-)}, \tilde{\mathbf{x}}^T, \mathbf{0}_{(Sp+p^+-M(NQ+W-1))}]^T$$

$$\mathbf{\Lambda} = \text{diag}_{(P,K)}(\mathbf{F}_{(P)} [\mathbf{V}^T, \mathbf{0}_{(K, DP-M(Q+W-1))}]^T)$$

for  $(s = 1 : S)$  (21)

$$\mathbf{x}^{(s)} = \tilde{\mathbf{x}} ((s-1)pP + 1 : ((s-1)p + D)P)$$

$$\mathbf{d}^{(s)} = \mathbf{F}_{(k)}^{(-1)} \mathbf{\Lambda}^+ \mathbf{F}_{(p)} \mathbf{x}^{(s)}$$

$$\hat{\mathbf{d}}((s-1)pK + 1 : spK) = \mathbf{d}^{(s)}(p^- : p^- + p)$$

end

## 3 计算复杂性及结论

应用 Matlab 仿真工具, 本文对 4 种不同的算法 (近似的块 Levinson 算法、块 Schur 算法、块 Cholesky 算法及块傅立叶算法) 的计算复杂度进行了仿真, 结果见图 4 ~ 图 7。图 4 ~ 图 7 分别表示了计算量随天线数  $M = 2$ 、用户数  $K = 10$  及码元数  $N = 60$  的变化情况。其余参数的定义与前文中所述相

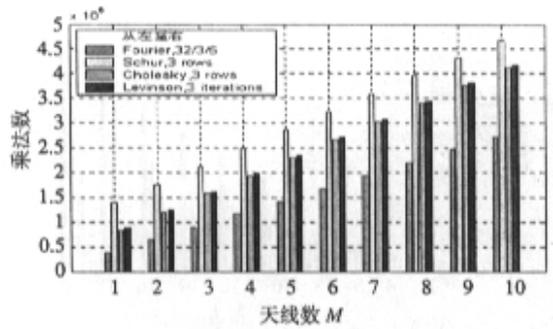


图 4 计算量随天线数  $M$  变化图

Fig. 4 Computational requirements for all four algorithms against the number of antennas  $M$

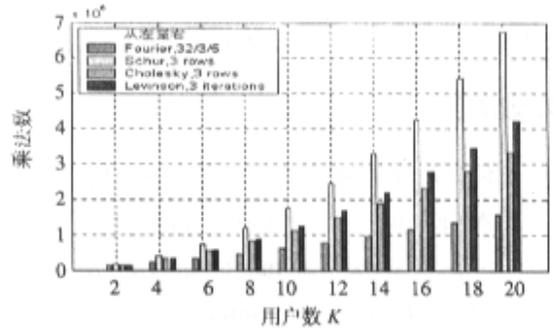


图 5 计算量随用户数  $K$  变化图

Fig. 5 Computational requirements for all four algorithms against the number of users  $K$

同, 即  $L = 2$  表示一个突发中的数据块数,  $Q = 16$  表示扩频因子,  $W = 50$  表示信道脉冲响应的长度。从图 4 至图 7 中可以看出随着用户数  $K$ 、码元数  $N$  及天线数  $M$  的增加, 这 4 种算法的复杂性均呈递增趋势, 块傅立叶算法可以明显地减少计算量。

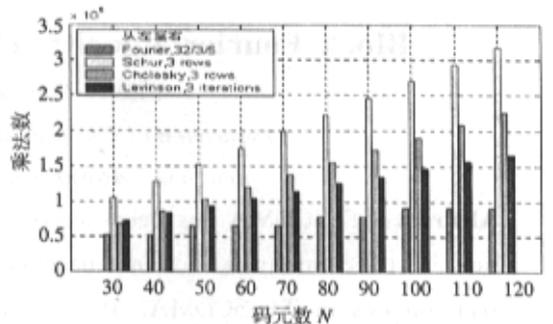


图 6 计算量随码元数  $N$  变化图

Fig. 6 Computational requirements for all four algorithms against the number of symbols  $N$

图 7 表明了 Overlap 技术的采用对计算复杂性的影响, 参数以  $D/p^+ / p^-$  的形式给出, 例如 128/0/0 表示没有 Overlap 的情况, 16/2/3 表示  $D = 16, p^+ = 2, p^- = 3$  的情况。从图 7 中可以看出, 采用 Overlap 技术后可以显著地减少计算量, 且数据片划分得越小, 计算越简单。

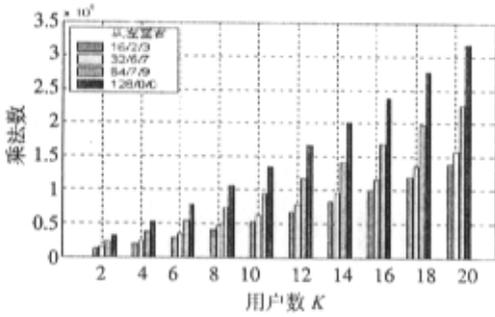


图7 块傅立叶算法计算量

Fig.7 Computational requirements for block-Fourier algorithms against the number of users K

综上所述,采用块傅立叶算法,尤其是利用了Overlap 技术后,可有效减少联合检测的复杂性。

参考文献:

[1] LEE W, NAM J, RYU C. Joint beamformer RAKE and decorrelating multiuser detector using matrix Levinson polynomials [J]. IEICE Trans Commun, 2000, E83-B(8): 1640-1648.

[2] VOLLMER M, GÖTZE J, HAARDT M. Schur algorithms for joint detection in TD-CDMA based mobile radio system [J]. Ann. Telecommun, 1999, 54(7): 365-378.

[3] PIGEONNAT Y. Alternative solutions for

joint detection in TD/CDMA multiple access scheme for UMTS [C]. 2nd IEEE Workshop Signal Processing Advances in Wireless Communications, Annapolis, MD, 1999, 329-332.

[4] VOLLMER M, GÖTZE J, HZZRDT M. Efficient joint detection techniques for TD-CDMA in the frequency domain [A], Proc COST 262 Workshop: Multiuser Detection in Spread Spectrum Communications [C], 2001, 13-17.

[5] VOLLMER M, HAARDT M. Comparative study of joint-detection techniques for TD-CDMA based mobile radio systems [J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2001, 19(8).

[6] 张贤达, 信号处理中的线性代数 [M]. 北京: 科学出版社, 1997.

[7] KLEIN A, KALEH G, BAIER P. Zero forcing and minimum mean-square-error equalization for multiuser detection in code-division multiple-access channels [J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 1996, 45: 276-287. (编辑: 龙能芬)

### Block-Fourier algorithm of joint detection in TD-SCDMA

PENG Tian-xiao, FENG Guang-zeng

(Department of Communication Engineering, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210003, P. R. China)

**Abstract:** TD-SCDMA has been accepted by ITU and 3GPP as one of the third-generation mobile telecommunication international standard. Joint detection is one of the key technologies in TD-SCDMA. It is equivalent to solving a least squares problem, which represents a significant computational effort because of the amount of data processing that is involved. At present, some algorithms such as Cholesky algorithm, Schur algorithm and Levinson algorithm exploit the system matrix's block-Sylvester structure to decrease computational complexity. In this paper, the computational complexity of block-Fourier algorithm has been studied, which can significantly lower the computational complexity. To present its efficiency, comparison with other algorithms in computational complexity has also been made.

**Key words:** TD-SCDMA; joint detection; block-Fourier algorithm