

旋耕刀滑切角及滑切角方程的研究

丁为民^① 彭嵩植
(南京农业大学)

提 要 详细论述了旋耕刀滑切角及各种滑切角之间的关系,推导了正切刃动态滑切角方程,变换该方程的参数,可以得到其它滑切角方程,从而把各种滑切角统一在同一个方程中。

关键词 滑切角 旋耕刀 旋耕机 土壤耕作

Research on Grass-removing Angles and Equations of Rotary Blades

Ding Weimin Peng Songzhi

(Nanjing Agricultural University)

Abstract In this paper, a detailed description on the grass-removing angles of rotary blades and the relationships between these angles are presented. The equation of the dynamic grass-removing angle for sidelong portion of the rotary blade is derived. This equation is a basic equation and it is universally applicable for rotary blades. It incorporates all the parameters of the grass-removing angles. By altering these parameters, other relevant equations can be obtained.

Key words Grass-removing angle Rotary blade Rotary tiller Soil tillage

1 引 言

在水田多草地区,土质松软,草茎难以切断。为防止旋耕刀缠草,保证旋耕机正常工作,刀片刃口的滑切角应当大于草茎沿刀刃滑动的摩擦角,使草茎和残茬不能被刀片切断时能够沿着刃口滑脱,不致缠绕到旋耕刀上^[1,2]。因此,滑切角是旋耕刀重要的设计参数。

2 旋耕刀滑切角

滑切角的定义为:旋耕刀刃上某点的速度矢量与该点刃口曲线法平面之间的夹角,这个夹角位于速度矢量和刃口切线组成的平面内。如果刀片本身也位于该平面,像旋耕刀侧切刃,则滑切角可定义为某点的速度矢量与该点刃口法线之间的夹角。滑切角的余角,即刀刃上某点速度矢量与刃口切线之间的夹角,称为该点的切割角。

旋耕机工作时,旋耕刀一面以角速度 ω 绕刀轴旋转,一面又以速度 u 随旋耕机一起前进,刀刃上每一点的绝对速度 v 是该点圆周线速度 $r\omega$ 与 u 的矢量和, r 是该点的回转半径。由于旋耕刀的线速度 $r\omega$ 较大而 u 较小,有时为简单起见,可假定 $u=0$, $v=r\omega$,从而把滑切

收稿日期:1995—03—20

①丁为民,副教授,南京市浦镇 南京农业大学农业工程学院,210032

角定义为刀刃上某点的圆周速度与该点刃口法平面或法线之间的夹角,这个滑切角叫做静态滑切角^[1],用 τ_s 表示。静态滑切角只是一个假设的、近似的滑切角,为区别起见,把实际的滑切角叫做动态滑切角,用 τ_d 表示。当旋耕机前进速度为零时,动态滑切角与静态滑切角相同。动态滑切角和静态滑切角的余角,分别是动态切割角 γ_d 和静态切割角 γ_s 。

侧切刃的滑切角和切割角如图 1 所示, $t-t$, $n-n$ 分别是侧切刃口的切线和法线。因 $t-t \perp n-n$, $OL \perp r\omega$, 故 $\beta = \tau_s$ 。所以侧切刃的静态滑切角有时也定义为刃口曲线上某点的回转半径与该点切线之间的夹角^[2]。由图 1 可见,由于前进速度的影响,侧切刃动态滑切角比静态滑切角小, $\tau_d = \tau_s - \Delta\tau$ 。

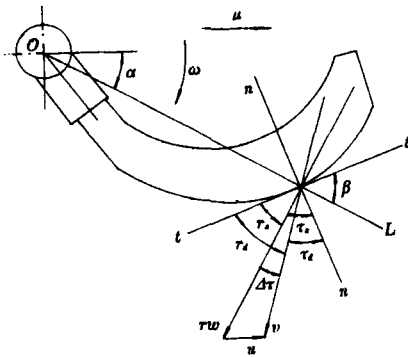


图 1 侧切刃滑切角和切割角

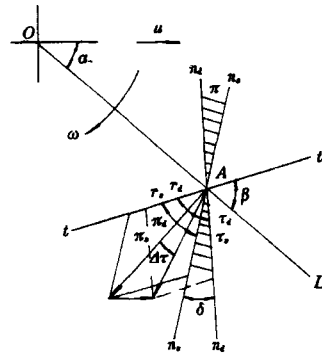


图 2 正切刃滑切角和切割角

正切刃的滑切角和切割角如图 2 所示。由于 u 的影响, A 点的速度从 $r\omega$ 移到 v 处, $\Delta\tau$ 仍然存在, 且与 $r\omega$ 、 v 和 u 位于同一平面内。正切刃的切线 $t-t$ 与图面不平行, 刃口曲线的法平面 π (图中阴影部分) 与图面也不垂直, 但 $t-t$ 与 π 平面是垂直的。 $t-t$ 和 v 组成的平面 π_d 与 $t-t$ 和 $r\omega$ 组成的平面 π_s 不是同一平面, 二者也不平行。在刃口曲线的法平面 π 内, π 与 π_d 平面的交线 n_d-n_d 和 π 与 π_s 平面的交线 n_s-n_s 之间有一个夹角 δ 。速度矢量和刃口曲线法平面 π 之间的夹角, 即 v 和 n_d-n_d 之间的夹角是动态滑切角 τ_d , τ_d 位于 π_d 平面内。圆周速度和 π 平面之间的夹角, 即 $r\omega$ 和 n_s-n_s 之间的夹角是静态滑切角 τ_s , 它位于 π_s 平面内。虽然正切刃的动态滑切角与静态滑切角不同, 但由于 τ_d 、 τ_s 和 $\Delta\tau$ 位于不同平面内, 故不存在 $\tau_d = \tau_s - \Delta\tau$ 的关系, 这从动、静态切割角更容易看出。此外在图 2 中, 尽管 $OL \perp r\omega$, $t-t \perp n_s-n_s$, 但 OL 和 $t-t$ 之间的夹角 β 与 $r\omega$ 和 n_s-n_s 之间的夹角 τ_s 不在同一平面内, 故 β 一般不等于 τ_s 。因此正切刃的静态滑切角不能定义为回转半径与刃口曲线切线之间的夹角。

3 滑切角方程

当切割刃位于或平行于旋耕刀回转平面时, 正切刃就成了侧切刃; 当前进速度为零时, 动态滑切角就成为静态滑切角, 故先推导一般的正切刃动态滑切角方程, 变换该方程的参数, 很容易得到其它滑切角方程。为区别起见, 用 τ'_d 、 τ'_s 分别表示正切刃动、静态滑切角, 用 τ_d 、 τ_s 表示侧切刃动、静态滑切角。

旋耕刀正切刃是一条空间曲线(图 3),其方程为:

$$\begin{cases} x = r(\varphi)\cos\varphi \\ y = r(\varphi)\sin\varphi \\ z = z(\varphi) \end{cases}$$

式中 x, y, z —刃口曲线上各点的坐标; φ —极角; r —各点到 z 轴的极径, $r=r(\varphi)$ 。

从坐标原点到刃口曲线上任一点的矢径 $\vec{\rho}$ 为:

$$\vec{\rho} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} = r(\varphi)\cos\varphi\vec{i} + r(\varphi)\sin\varphi\vec{j} + z(\varphi)\vec{k}$$

刃口曲线上任一点的切线 \vec{T} 为:

$$\vec{T} = d\vec{\rho}/d\varphi = [\dot{r}(\varphi)\cos\varphi - r(\varphi)\sin\varphi]\vec{i} + [\dot{r}(\varphi)\sin\varphi + r(\varphi)\cos\varphi]\vec{j} + \dot{z}(\varphi)\vec{k}$$

旋耕机工作时,旋耕刀以角速度 ω 绕刀轴转动,又以速度 u 随旋耕机前进,根据坐标旋转和平移变换公式:

$$\begin{cases} x^* = x\cos\theta - y\sin\theta \\ y^* = x\sin\theta + y\cos\theta \\ z^* = z \end{cases}, \quad \begin{cases} x^* = x + a \\ y^* = y + b \\ z^* = z + c \end{cases}$$

式中 x, y, z —变换(旋转、平移)前的坐标; x^*, y^*, z^* —变换后的坐标; θ —转角, $\theta = \omega t$; a, b, c —沿 x, y, z 轴方向移动的距离, $a = ut, b = c = 0$; t —时间。

所以刃口曲线上任一点和矢径和切线分别为:

$$\begin{aligned} \vec{\rho}^* &= (x\cos\omega t - y\sin\omega t + ut)\vec{i} + (x\sin\omega t + y\cos\omega t)\vec{j} + z\vec{k} \\ &= [r(\varphi)\cos(\varphi + \omega t) + ut]\vec{i} + r(\varphi)\sin(\varphi + \omega t)\vec{j} + z(\varphi)\vec{k} \\ \vec{T}^* &= d\vec{\rho}^*/d\varphi = [\dot{r}(\varphi)\cos(\varphi + \omega t) - r(\varphi)\sin(\varphi + \omega t)]\vec{i} \\ &\quad + [\dot{r}(\varphi)\sin(\varphi + \omega t) + r(\varphi)\cos(\varphi + \omega t)]\vec{j} + \dot{z}(\varphi)\vec{k} \end{aligned}$$

刃口曲线上任一点的速度矢量 \vec{v} 为:

$$\vec{v} = d\vec{\rho}^*/dt = [u - \omega r(\varphi)\sin(\varphi + \omega t)]\vec{i} + \omega r(\varphi)\cos(\varphi + \omega t)\vec{j}$$

由前述定义可知, \vec{v} 和 \vec{T}^* 之间的夹角就是正切刃动态切割角 γ_d' , 故

$$\cos\gamma_d' = \cos(\vec{v}, \vec{T}^*) = \vec{v} \cdot \vec{T}^* / vT^*$$

因 $v = |\vec{v}| = \sqrt{u^2 + \omega^2 r^2(\varphi) - 2u\omega r(\varphi)\sin(\varphi + \omega t)}$

$$T^* = |\vec{T}^*| = \sqrt{r^2(\varphi) + \dot{r}^2(\varphi) + \dot{z}^2(\varphi)}$$

$$\vec{v} \cdot \vec{T}^* = \omega r^2(\varphi) - ur(\varphi)\sin(\varphi + \omega t) + u\dot{r}(\varphi)\cos(\varphi + \omega t)$$

令 $\alpha = \varphi + \omega t, r = r(\varphi), \dot{r} = \dot{r}(\varphi) = dr(\varphi)/d\varphi, \dot{z} = \dot{z}(\varphi) = dz(\varphi)/d\varphi,$

$$\begin{aligned} \text{则 } \cos\gamma_d' &= \frac{\omega r^2 - ur\sin\alpha + u\dot{r}\cos\alpha}{\sqrt{u^2 + \omega^2 r^2 - 2u\omega r\sin\alpha} \sqrt{r^2 + \dot{r}^2 + \dot{z}^2}} \\ &= \frac{\lambda r^2 - Rr\sin\alpha + R\dot{r}\cos\alpha}{\sqrt{R^2 + \lambda^2 r^2 - 2\lambda Rr\sin\alpha} \sqrt{r^2 + \dot{r}^2 + \dot{z}^2}} \end{aligned} \tag{1}$$

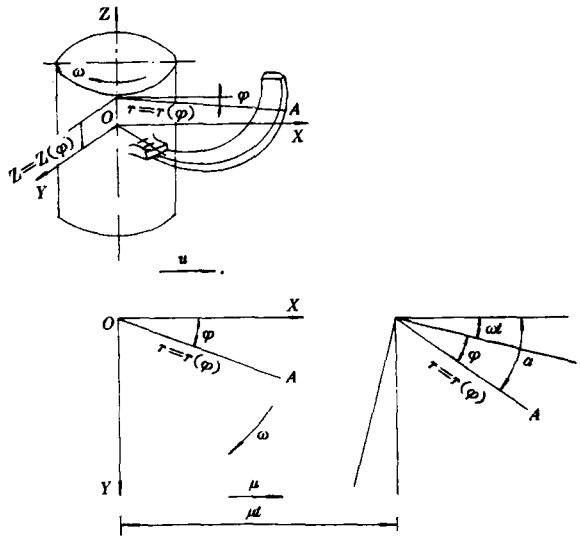


图 3 旋耕刀刃口曲线及刀片的运动

式中 R —刀滚半径; λ —速度比, $\lambda=R\omega/u$ 且 $\lambda>1$ 。

因 $\tau_d = \pi/2 - \gamma_d$, $\operatorname{tg} \tau_d' = 1/\cos^2 \gamma_d - 1$

$$\begin{aligned} \text{故 } \operatorname{tg} \tau_d' &= \frac{\omega r^2 - ur \sin \alpha + u^2 \cos \alpha}{\sqrt{(\omega r^2 - ur \cos \alpha - u^2 \sin \alpha)^2 + z^2(u^2 + \omega^2 r^2 - 2u\omega r \sin \alpha)}} \\ &= \frac{\lambda r^2 - Rr \sin \alpha + R^2 \cos \alpha}{\sqrt{(\lambda r^2 - Rr \cos \alpha - R^2 \sin \alpha)^2 + z^2(R^2 + \lambda^2 r^2 - 2\lambda Rr \sin \alpha)}} \end{aligned} \quad (2)$$

(2)式就是旋耕刀正切刃动态滑切角方程,这是一个基本方程,从该方程可以得到其它滑切角方程。

在(2)式中令 $z = \text{常数}$, 即 $\dot{z} = 0$, 就成为侧切刃动态滑切角方程:

$$\operatorname{tg} \tau_d = - \frac{\omega r^2 - ur \sin \alpha + u^2 \cos \alpha}{\omega r^2 - ur \cos \alpha - u^2 \sin \alpha} = - \frac{\lambda r^2 - Rr \sin \alpha + R^2 \cos \alpha}{\lambda r^2 - Rr \cos \alpha - R^2 \sin \alpha} \quad (3)$$

在图3所示坐标系中,侧切刃 $\dot{r} < 0$, 故(3)式分母小于零,开平方后应加一负号。

若(2)式中 $u = 0$, 即成为正切刃静态滑切角方程:

$$\operatorname{tg} \tau_s' = r / \sqrt{\dot{r}^2 + \dot{z}^2} \quad (4)$$

若(2)式中 $\dot{z} = 0$ 且 $u = 0$, 或(3)式中 $u = 0$, 或(4)式中 $\dot{z} = 0$, 可得到侧切刃静态滑切角方程:

$$\operatorname{tg} \tau_s = - r / \dot{r} \quad (5)$$

(5)式亦称为刃口曲线微分方程,将不同的滑切角变化规律 $\tau_s = f(\varphi)$ 代入并解此方程,可得到具有不同滑切性能的侧切刃口曲线^[1~4],许多旋耕刀刃口曲线都是这样设计的。

(1)~(5)式是在图3所示坐标系中导出的,其 $dr(\varphi)/d\varphi < 0$ 。由于坐标系选择的不同,也会出现 $dr(\varphi)/d\varphi > 0$ 的情况(图4),这时(1)~(5)式中所有包含 \dot{r} 的项均应改变符号(\dot{r} 项不变)。

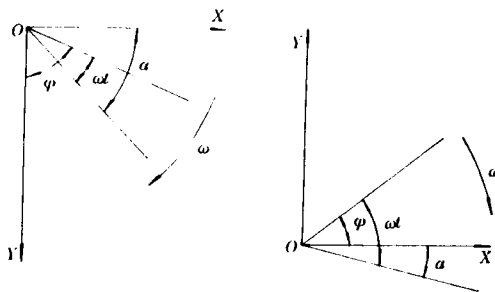


图4 不同的坐标系

4 讨论与计算

1) 从上面推导的滑切角方程可以看出,静态滑切角只与旋耕刀刃口曲线的结构参数有关,在(4)、(5)式中, $r = r(\varphi)$, $\dot{r} = dr(\varphi)/d\varphi$ 和 $\dot{z} = dz(\varphi)/d\varphi$ 都只是结构参数 φ 的函数。而动态滑切角除受刃口曲线结构参数影响外,还受旋耕刀运动参数 ω 、 u 或 $\lambda = R\omega/u$ 的影响,此外它还与旋耕刀的位置有关。由图3可见, α 实际上就是刀刃上某点所处的位置。 α 和 φ 不同, φ 是刃口曲线的结构参数,不同的 $r(\varphi)$ 、 $\dot{r}(\varphi)$ 和 $\dot{z}(\varphi)$ 表示刃口曲线不同的形状和性能,它与运动参数和时间无关,而 $\alpha = \varphi + \omega t$, 既与结构参数有关,又与运动参数和时间有关。

2) 由于旋耕机前进速度 u 的影响,使刀刃上各点绝对速度 v 与圆周速度 $r\omega$ 不重合,偏转了一个角度 $\Delta\tau$,所以 $\Delta\tau$ 是动态滑切角和静态滑切角产生差异的原因。刃口曲线上不同的点, $\Delta\tau$ 不同;刀刃上的某一点,当旋耕刀在不同时刻运动到不同位置时, $\Delta\tau$ 也不同。文献[1]给出了 $\Delta\tau$ 的计算公式:

$$\operatorname{tg} \Delta\tau = u \cos \alpha / (r\omega - u \sin \alpha) = R \cos \alpha / (\lambda r - R \sin \alpha) \quad (6)$$

侧切刃部分, $\tau_d = \tau_s - \Delta\tau$,刀刃上某一点的 τ_s 是常数,因此当 $\Delta\tau$ 最大时, τ_d 最小。对于正切刃,不存在 $\tau_d' = \tau_s' - \Delta\tau$ 的关系,但通常情况下, $\Delta\tau$ 越大, τ_d' 相对于 τ_s' 的变化(一般是变小)也越大。由于 $\Delta\tau$ 的变化,为保证草茎能够顺利沿着刃口滑脱不致缠绕到刀片上,旋耕刀最小的动态滑切角应该大于草茎沿刃口滑动的摩擦角。

3) 根据滑切角方程,计算我国曾广泛使用的具有代表性的 R245 旋耕刀(NJ103-75)的动、静态滑切角。该刀侧切刃刃口曲线方程为:

$$r = r_0 + K\varphi, \quad K = (r_1 - r_0) / \Delta\varphi \quad (0 \leq \varphi \leq \Delta\varphi)$$

式中 $r_1 = 228 \text{ mm}$; $r_0 = 135 \text{ mm}$; $\Delta\varphi = 27^\circ = 0.47 \text{ rad}$; $K = 3.44 \text{ mm/deg} = 197.35 \text{ mm/rad}$ 。

R245 旋耕刀的正切刃口曲线是一斜置平面与圆柱面的截交线,其方程为:

$$r = R, \quad z = R \cos \varphi / \operatorname{tge} \quad (\varphi_0 \leq \varphi \leq \varphi_1)$$

式中 $R = 245 \text{ mm}$; $\varepsilon = 30^\circ$; $\varphi_0 = 30^\circ$; $\varphi_1 = 41.5^\circ$ (忽略正切刃和侧切刃之间的过渡圆弧)。

表1 侧切刃滑切角计算结果

(°)

r/mm	τ_s	$\lambda = 4$		$\lambda = 5$		$\lambda = 6$	
		τ_d	$\Delta\tau$	τ_d	$\Delta\tau$	τ_d	$\Delta\tau$
r = 135	34.4	7.4	27.0	13.1	21.3	16.8	17.6
r = 145	36.3	11.3	25.0	16.6	19.8	20.0	16.4
r = 155	38.2	14.9	23.3	19.7	18.4	22.9	15.3
r = 165	39.9	18.1	21.8	22.6	17.3	25.6	14.3
r = 175	41.6	21.1	20.5	25.3	16.3	28.1	13.5
r = 185	43.2	23.8	19.3	27.8	15.4	30.4	12.8
r = 195	44.7	26.4	18.3	30.1	14.6	32.6	12.1
r = 205	46.1	28.7	17.4	32.3	13.8	34.6	11.5
r = 215	47.5	30.9	16.6	34.3	13.2	36.5	11.0
r = 225	48.8	33.0	15.8	36.2	12.6	38.3	10.5
r = 228	49.1	33.5	15.6	36.7	12.4	38.8	10.3

对于侧切刃, $dr/d\varphi = K > 0$,静态滑切角 $\operatorname{tg} \tau_s = r/r' = r_0/K + \varphi$;正切刃部分 $dr/d\varphi = 0$, $dz/d\varphi = -R \sin \varphi / \operatorname{tge} < 0$,故 $\operatorname{tg} \tau_s' = -r/z = \operatorname{tge} / \sin \varphi$; $\Delta\tau$ 按(6)式计算。表1和表2给出了旋耕刀刃上各点的静态滑切角及 $\Delta\tau$ 为最大时的动态滑切角(刃口曲线上的一点,当 $\alpha = \arcsin R/\lambda r$ 时, $\Delta\tau$ 最大^[1,5])。

4) 从计算结果可知,正切刃和侧切刃的动、静态滑切角之间确实存在不同的关系,侧切刃的 $\tau_d = \tau_s - \Delta\tau$,其动态滑切角小于静态滑切角,尤其是在刀柄部分,由于该处 $\Delta\tau$ 大,所以动态滑切角 τ_d 比较小。这对于为什么旋耕刀刀柄部分比刀端部分更容易缠草,以及为什么刀柄部分静态滑切角应当比刀端部分大^[2,4],从理论上给出了圆满的解释。对于正切刃, $\tau_d \neq \tau_s - \Delta\tau$,但其动态滑切角一般也比静态滑切角小,设计时应当考虑到这一点。由此可见,根据

滑切角方程可以很方便地计算出旋耕刀上各点的滑切角,直观地评价刀片的滑切性能,为旋耕刀设计提供依据。

表2 正切刃滑切角计算结果 (°)

φ (deg)	τ'_s	$\lambda = 4$		$\lambda = 5$		$\lambda = 6$	
		$\Delta\tau = 14.5$		$\Delta\tau = 11.5$		$\Delta\tau = 9.6$	
		τ'_d	$\tau'_s - \Delta\tau$	τ'_d	$\tau'_s - \Delta\tau$	τ'_d	$\tau'_s - \Delta\tau$
$\varphi = 41.5$	41.1	39.5	26.6	40.1	29.6	40.4	31.5
$\varphi = 40$	41.9	40.3	27.4	40.9	30.4	41.2	32.3
$\varphi = 38$	43.2	41.5	28.7	42.1	31.7	42.4	33.6
$\varphi = 36$	44.5	42.7	30.0	43.4	33.0	43.8	34.9
$\varphi = 34$	45.9	44.1	31.4	44.7	34.4	45.1	36.3
$\varphi = 32$	47.5	45.5	33.0	46.2	36.0	46.6	37.9
$\varphi = 30$	49.1	47.1	34.6	47.8	37.6	48.2	39.5

5 结 论

1) 滑切角是旋耕刀一个重要设计参数,在水田多草地区,满足刀片的滑切要求,即保证刃口曲线的滑切角大于草茎沿刃刀滑动的摩擦角,是设计时必须考虑的重要因素。本文推导的滑切角方程可用来计算刀片刃口曲线上任一点的滑切角,以确定其是否符合滑切条件。

2) 旋耕刀滑切角可分为动态滑切角和静态滑切角二种,旋耕机工作时,动态滑切角才是旋耕刀真正的滑切角。静态滑切角只与刀片的结构参数有关,动态滑切角不仅与结构参数有关,还与运动参数有关,在不同的工作状况下,旋耕刀有不同的动态滑切角。设计时应当考虑到动态滑切角与静态滑切角的不同。

3) 正切刃动态滑切角方程是通用的基本方程,它把滑切角的各种参数统一到同一个方程中,变换这些参数,可以得到其它滑切角方程,从而揭示了正、侧切刃滑切角和动、静态滑切角之间的内在联系。

参 考 文 献

- 1 彭嵩植,吴德光. 旋耕机工作部件设计方法的研究(一). 镇江农业机械学院学报, 1982(3):5~26
- 2 Sakai J. Some design know-hows of edge-curve angles of rotary blades for paddy rice cultivation. AMA, 1977,8(2):49~51
- 3 朱金华等. 旋耕刀片设计的CAD系统. 农业机械学报, 1985,16(3):51~61
- 4 曲国良等. 旋耕弯刀侧切刃曲线分析及新型曲线的推导. 农业机械学报, 1991,22(2):22~27
- 5 Hendrick J R, W R Gill. Rotary tiller design parameters, Part 4—Blades clearance angles. Trans. of the ASAE, 1974, 17(1):4~7