

用颗粒离散元法模拟料仓卸料过程

徐 泳 K. D. Kafui C. Thornton
(中国农业大学) (英国阿斯顿大学)

摘 要: 采用颗粒离散元法模拟了无粘软颗粒和粘连性硬颗粒在平底仓卸料全过程, 并与已完成的无粘硬颗粒结果比较, 发现颗粒的材料模量对卸料特性影响甚小, 而颗粒表面粘连性对卸料流率有显著的迟滞作用。在大出口情况, 结拱不易形成, 并出现颗粒自由下落现象。

关键词: 离散元法; 颗粒; 散体; 粘连性; 料仓

离散元法(Distinct Element Method 或 DEM)是计算散体介质系统的力学行为的数值方法, 最先由 Cundall 提出^[1]。离散元法把散体看作有限个基本离散元件的组合, 对颗粒系统, 单个颗粒(圆盘或球)为一个单元, 对块体系统, 单个块体为一个单元, 根据单元间力的相互作用和牛顿运动定律描述散体群行为。颗粒离散元的基础是颗粒接触力学, Thornton 等^[2,4]在 Cundall 等研究的基础上, 引入前人^[5-9]对球体弹塑性接触研究成果发展和形成了新的接触模型, 并对 Cundall 的三维球体程序 TRUBAL 进行大幅改动形成 Aston 版。王泳嘉^[10]最先把离散元法引入我国, 以后散体元法(块体元为主)研究及应用的论文相继出现^[11,12,15]。

料仓料斗是工程常见的散体物料设施。离散元法问世后, Langston 等^[13,14]用 DEM 对料仓料斗作过系统的研究。Kafui^[16]等用 TRUBAL 研究了球体二维(球体群中心共面)和三维料仓料斗卸料问题。但迄今对物料物性对卸料的影响均未涉及, 本文拟在文献[16]研究的基础上, 研究散体物料模量和表面粘性对卸料的影响。

1 球体颗粒 DEM 计算原理

1.1 运动学模型

由牛顿第二运动定律, 在时步 Δt 下, 颗粒的线运动方程为

$$F_i - \beta_g v_i = m \Delta v_i / \Delta t \quad (1)$$

式中 $i = 1, 2, 3$ 分别表示 x, y, z 坐标; F_i ——不平衡力矩分量; v_i ——线速度分量; m ——质量; β_g ——整体阻尼系数。颗粒的转动方程

$$M_i - \beta_g \omega = I \Delta \omega / \Delta t \quad (2)$$

式中 M_i ——不平衡力矩分量; ω ——旋转角速度分量; I ——转动惯量。求解上两式可得各速度分量。然后确定增量线位移

$$\Delta x_i = v_i \Delta t \quad (3)$$

与增量角位移

$$\Delta \Phi = \omega \Delta t \quad (4)$$

1.2 球体间相互作用的接触力学模型

收稿日期: 1999-01-06

徐 泳, 副教授, 北京市海淀区清华东路 17 号 中国农业大学东校区 75 信箱, 100083



当两球满足接触条件时球体间将有接触力及变形。现对干颗粒根据颗粒表面是否粘连分别讨论。

1) 无表面粘连情况 根据 Hertz 理论(见文献[5])确定, 法向接触力

$$N = \frac{4E^*}{3R^*} a^3 \tag{5}$$

式中 $a = \sqrt{\alpha R^*}$ ——接触面半宽; α ——称作相对趋近; R^* ——相对半径, 由两球半径 R_1 和 R_2 计算; E^* ——相对杨氏模量, 由两球的杨氏模量和泊松比算出。在时步 Δt 下两球间接触变形增量 $\Delta\alpha$, 则法向接触力增量为

$$\Delta N = 2E^* a \Delta\alpha \tag{6}$$

切向接触力增量根据 Mindlin 和 Deresiewicz 理论^[7] (M & D) 确定, 其公式复杂从略。

2) 表面粘连情况 根据 JKR 理论^[8], 法向接触力由基于 Hertz 理论的无粘连法向力和因粘连表面能所引起法向力组成

$$N = N_1 - 4\sqrt{\pi\gamma E^*} a^3 \quad N_1 = 4E^* a^3 / 3R^* \tag{7}$$

式中 γ ——粘连表面能; a ——接触区半径, 反映两球接触的局部变形。增量法向接触力公式

$$\Delta N = 2E^* a \Delta\alpha (3\sqrt{N_1} - 3\sqrt{N_c}) / (3\sqrt{N_1} - \sqrt{N_c}) \tag{8}$$

式中 N_c ——球间脱离拉力, $N_c = 3\pi\gamma k^*$ 。

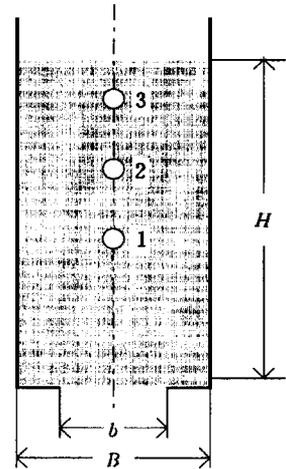
切向接触力根据 Thornton^[2]对 Savkoor 和 Briggs^[9]理论与 M & D^[7]理论相结合, 考虑到法向和切向接触力大小和加载历史, 与无滑接触、部分滑移—剥离和滑移相关, 限于篇幅从略。

2 散体储仓软颗粒与粘附性硬颗粒的模拟

文献[16]的研究重点是平底仓(图 1)在不同出料口宽度下硬颗粒在卸料过程中的行为, 本文作为文献[16]研究的继续, 重点研究材料模量与表面粘连对颗粒运动的影响。

2.1 原始数据及模拟技巧

为便于比较, 料仓尺寸、球数及球径均与文献[16]相同, 仓宽 0.0276 m, 料床高 $H = 0.068$ m, 出料口宽度取 60% 底宽。物性选取和球径分级见表 1 与表 2。为便于了解颗粒在卸料时的行为, 随时记录卸出球号以计算卸出量, 并选择 3 个中粒度颗粒作全程速度跟踪。



$B = 0.0276 \text{ m} \quad H = 0.0680 \text{ m}$

$b = 0.6B$

1, 2, 3 —— 跟踪球

图 1 料仓尺寸

Fig 1 Geometry and dimension of the barn

表 1 颗粒与仓壁的物理性质

Tab 1 Physical properties of particles and walls

	软性无粘颗粒(SOFT)	硬性无粘颗粒(HARD)	硬性粘颗粒(ADHE)
颗粒密度 $\rho / \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$	2.65×10^3	2.65×10^3	2.65×10^3
颗粒粘附系数 γ	0.0	0.0	0.01
颗粒杨氏模量 $E_1 / \text{N} \cdot \text{m}^{-2}$	7.0×10^7	7.0×10^{10}	7.0×10^{10}
颗粒泊松比 ν_1	0.25	0.25	0.25
颗粒摩擦系数 μ_1	0.35	0.35	0.35
仓壁杨氏模量 $E_2 / \text{N} \cdot \text{m}^{-2}$	7.0×10^{10}	7.0×10^{10}	7.0×10^{10}
仓壁泊松比 ν_2	0.3	0.3	0.3
仓壁摩擦系数 μ_2	0.35	0.35	0.35

表 2 颗粒粒径大小分布

Tab. 2 Distribution of the particle size

分级组号	1	2	3	4	5	
球直径/mm	0.9358	0.7802	0.6236	0.4680	0.3122	平均 0.60
球数	250	1150	1435	1915	250	总数 5000

2.2 计算结果及分析

表 3 时步选择和循环次数

2.2.1 计算时间的比较

Tab. 3 Time step and number of iteration

对无粘软颗粒、无粘硬颗粒和粘性硬颗粒三种情形下, 采用的时步及卸料完成所需循环数的比较见表 3。根据临界时步计算公式 $\Delta t_c = TR_{min}/v_R =$

颗粒物性	无粘软颗粒 (SOFT)	无粘硬颗粒 (HARD)	粘连性硬颗粒 (ADHE)
实际采用时步值/s	5.2005×10^{-7}	1.6446×10^{-7}	8.2228×10^{-8}
实用时步/临界时步值	0.1	0.1	0.05
全仓卸完所用循环数	7×10^5	20×10^5	41×10^5

$\sqrt{\rho/GTR_{min}/\alpha}$, 硬颗粒时步约为软颗粒的 3 倍, 又由于粘性颗粒每次循环所需时间比无粘颗粒长得多, 故粘性硬颗粒实际计算机时比二者长得多。

2.2.2 卸料过程的分层观察特定层速度断面比较

图 2a、b 和 c 与图 3a、b 和 c 分别给出了卸料约 24% 时的颗粒分层断面图和 3 个高度颗粒层的速度断面图。由图可知, 在大出料口情况下, 颗粒中上部为整体流动 (mass flow) 或塞式流动 (plug flow), 仅下部中间为收敛区, 靠近仓壁出现程度不同的剪切作用, 粘颗粒情形的剪切最强。速度断面图还可看出, 越是接近出口, 颗粒相互碰撞作用越剧烈。

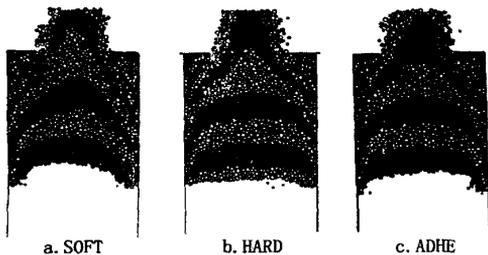


图 2 颗粒分层断面图

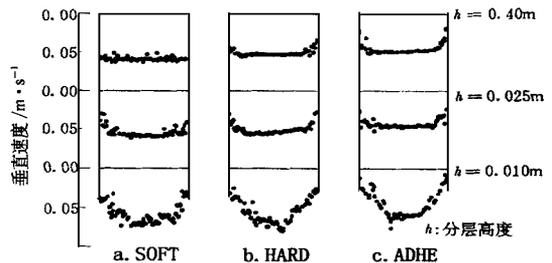


图 3 分层速度断面图

Fig. 2 Layered particle profile at 24% discharge Fig. 3 Velocity profiles of three different layer heights

2.2.3 卸料总量与卸料流量

图 4a 和 b 分别给出 3 种情况下的卸料量曲线和卸料体积流率比较。从卸料量曲线可以看出, HARD 和 SOFT 非常接近, 在同一时刻仅差 2.43%, 而 HARD 和 ADHE 则相差 21.93%, 若对照流率图分析, 就会发现 HARD 和 SOFT 非常接近, 而 ADHE 情形受粘附性影响出现明显的迟滞。曲线的起伏略大主要由于模拟球数不可能无限多。

值得注意的是, SOFT 球的材料模量比 HARD 小 3 个数量级, 而据临界时步公式, SOFT 的时步仅为 HARD 情况的 1/3, 但二者卸料的许多特性却非常相近, 这就意味着今后模拟时可以用较软材料的球去模拟弹性模量高的球, 以节约大量机时。

2.2.4 跟踪颗粒的速度变化特征分析

对所选的 3 个位于仓中线处的颗粒的速度跟踪和记录可得到其速度变化曲线, 限于篇幅仅给出 SOFT 和 ADHE 情形的曲线 (见图 5a, b), 后者的图形与 HARD 差别较小但更平缓,

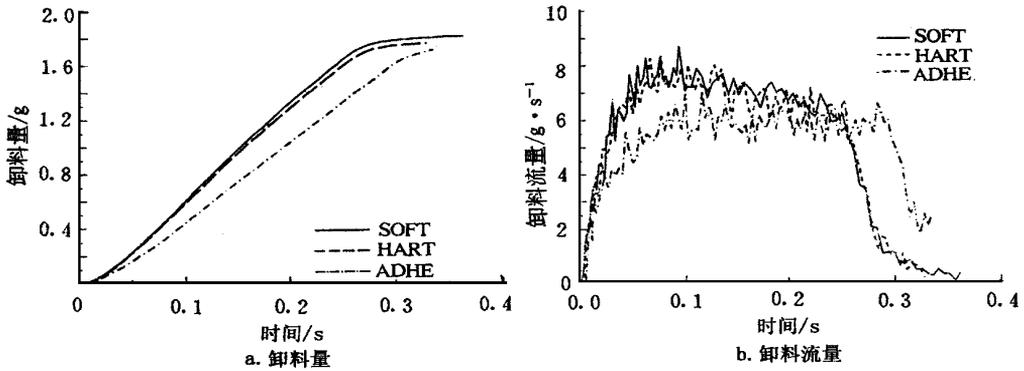


图 4 卸料特性

Fig 4 Discharge characteristics

而 SOFT 的速度变化要剧烈得多, 图 5c 是其放大图, 从图中可以清楚地看出, 颗粒的运动情况: 颗粒随相邻颗粒在不断碰撞中作为整体下落或反弹; 由于开口较大和上下颗粒脱离接触造成上面的颗粒自由下落, 斜率恰好是 $-g_0$ 这种现象在 HARD 和 ADHE 中并不明显, 所以值得进一步研究。

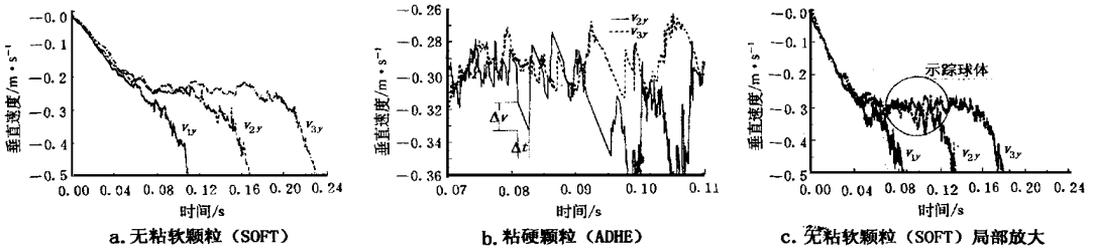


图 5 3 个跟踪颗粒的垂直速度

Fig 5 Vertical velocities for 3 monitored particles

3 结 语

1) 用离散元对不同物性物料卸料模拟说明, 在密度相同时, 物料弹性模量对卸料中接触力学、运动学行为及卸料流率影响均较小, 但表面粘连性对卸料有迟滞作用。

2) 当卸料口较大时, 由于物料挤塞情况改善, 结拱不易发生, 即使是位于较上部的颗粒也会时而发生自由下落。作者认为, 颗粒在卸料中的力学行为可以描述为由重力引起的颗粒间径向挤压和切向摩擦等反复作用, 形成颗粒时而接触群聚、时而分离的复杂过程, 包括速度加速度的起伏变化, 以及颗粒自由落体运动。

3) 离散颗粒模型比连续体模型更符合实际。本文所作料仓卸料 DEM 模拟采用了新的离散元模型, 算出的主要结果合理。但因 DEM 采用了理想光滑球体的假定, 尽管其接触力学分析是完备的, 在描述实际上非圆的颗粒势必产生误差。而非圆颗粒的离散元模型复杂计算量大, 且颗粒初始位置的随机确定也很难符合实际, 并不见得比球粒更好。

4) 单元、接触点的数据存储和计算量很大, 能计算的颗粒数受限 (现为 5000~ 10000 左右), 在计算卸料口附近球的运动受力和壁压分布时可能失真。在目前颗粒粒度与料仓出口尺寸之比同实际尚有距离的情况下, 模拟仅能反映一定趋势, 远未达到仿真的程度。



[参 考 文 献]

- [1] Cundall P A, Strack O D L. A discrete numerical model for granular assemblies. *Geotechnique*, 1979, 29(1): 47~ 65
- [2] C Thornton. Interparticle sliding in the presence of adhesion. *J PhysD: Appl Phys*, 1991, 24: 1942 ~ 1946
- [3] Thornton C, Yin K K. Impact of elastic spheres with and without adhesion. *Powder Technology*, 1991, 65: 153~ 166
- [4] Thornton C. On the relationship between the modulus of particulate media and surface energy of the constituent particles. *J PhysD: Appl Phys*, 1993, 26: 1587~ 1591
- [5] Johnson K L. *Contact Mechanics*. Cambridge University Press, Cambridge, 1985
- [6] Mindlin R D. Compliance of elastic bodies in contact. *J of Applied Mechanics*, 1949, 16: 259~ 268
- [7] Mindlin R D, Deresiewicz H. Elastic spheres in contact under varying oblique forces. *J Appl Mech*, 1953, 20(3): 327~ 344
- [8] Johnson K L, Kendall K, Roberts A D. Surface energy and the contact of elastic solids. *Proc R Soc Lond A*, 1971, 324: 301~ 313
- [9] Savkoor A R, Briggs G A D. The effect of tangential force on the contact of elastic solids in adhesion. *Proc R Soc Lond A*, 1977, 356: 103~ 114
- [10] 王泳嘉, 邢纪波. 离散元法及其在岩土力学中的应用, 辽宁: 东北工学院出版社, 1991
- [11] 魏群. 岩土工程中的散体元的基本原理、数值方法及实验研究: [博士学位论文]. 北京: 清华大学水电系, 1990
- [12] 鲁军. 离散单元体法的数值模型研究及工程应用: [博士学位论文]. 北京: 清华大学水电系, 1996
- [13] Langston P A, Tusun U & Heyes D M. Discrete simulations of granular flow in 2D and 3D hoppers: dependence of discharge rate and wall stress on particle interactions. *Chem Engng Sci*, 1995, 50: 967~ 987
- [14] Langston P A, Tusun U & Heyes D M. Discrete element simulations of internal stress and flow fields in funnel flow hoppers. *Powder Technology*, 1995, 85: 153~ 169
- [15] 周德义, 马成林等. 散粒农业物料出流成拱的离散单元仿真. *农业工程学报*, 1996, 12(2): 186~ 189
- [16] Kafui K D, Thornton C. Some observations of granular flow in hoppers and silos. In: Behringer & Jenkins ed. *Powders and Grains 97*, Balkema, Rotterdam, 1997. 511~ 514

Silo Discharge Simulations With Different Particulate Properties Using the Distinct Element Method

XU Yong

K D Kafui C Thornton

(China Agricultural University, Beijing 100083)

(Aston University, UK B4 7ET)

Abstract: Simulations of particulate discharge for a flat-bottomed silo with 60% width of orifice, filled with inadhesive soft and adhesive hard particles, were done using the Distinct Element Method for particle system. The results were compared with the case of inadhesive hard particles. It was observed that there were no significant differences with the different modulus but adhesion can affect discharge rate with a significant delay. It was observed that, with a wider orifice, kinematic arching effect vanishes and even free gravity-fall arises.

Key words: distinct element method; particle granular materials; adhesive; silo