系 统 科 学 与 数 学
J. Sys. Sci. & Math. Scis.
8 (3) (1988), 341—345

识别可识 Gtb-语言族的不确定有限自动机

王 传 洪*
(兰州大学数学系)

本文中，Σ 为有限字母表，Σ^* 为 Σ 生成的自由幺半群. Σ^* 的元素与子集分别称为 Σ 上的字与语言，2^{Σ^*} 表示 Σ^* 的幂集，$\mathscr{L}(\Sigma)=2^{\Sigma^*}-\{\phi\}$ 的子集称为 Σ 上的语言族. 语言族通常是由分支自动机识别的. Havel 在[1]中给出了通常的不确定有限自动机识别语言族的一种方式，且同时证明了一语言族 X 不确定可识的充要条件是存在一不确定的有限自动机 $\mathscr{A}$，使得 $\mathscr{A}$ 所识别的 Gtb-语言族恰为 X. Havel 在 [1] 的最后提出了如下的问题：当 $\mathscr{A}$ 满足什么条件时，$\mathscr{A}$ 所识别的 Gtb-语言族是可识的？本文回答了这一问题，给出了此时 $\mathscr{A}$ 所满足的一个充要条件.

为了下面的讨论，我们先介绍一些预备知识和记号.

设 $\mathscr{A}$ 是一通常的不确定有限自动机，$\mathscr{A}=\langle Q, \Sigma, \delta, I, F\rangle$，称一个部分函数 $f:\Sigma^*\to Q$ 为 $\mathscr{A}$ 的一个判定规则，如果 f 满足条件：关于任意的 $w\in\Sigma^*$，$a\in\Sigma$，

i) $f(\Lambda)\in I$，如果 $I\neq\varnothing$，否则 $f(\Lambda)$ 不定义；

ii) $f(wa)\in f(w)\cdot a=\delta(f(w), a)$，如果 $f(w)$ 有定义且 $f(w)\cdot a\neq\phi$，否则 $f(wa)$ 不定义.

一个语言 $L\subseteq\Sigma^*$ 叫做 $\mathscr{A}$ 的一个 Sb-语言 (Specific behavior)，如果存在 $\mathscr{A}$ 的一个判定规则 f，使得 $L=|\mathscr{A}|_f=\{w\mid w\in\Sigma^*, f(w)\in F\}$. $\mathscr{A}$ 的 Gb-语言集 (Generalized behaviors) 是语言集

$$\|\mathscr{A}\|=\{|\mathscr{A}|_f \mid f\text{ 是 }\mathscr{A}\text{ 的判定规则}\}.$$

集合 $\mathrm{Rec}_{nf}\Sigma$ 定义为 $\{\|\mathscr{A}\| \mid \mathscr{A}\text{ 为 }\Sigma\text{ 上的不确定有限自动机}\}$.

$\mathscr{A}$ 的一个判定规则称为终止的，如果 $\mathrm{Dom}\,f\neq\phi$，且对任一 $u\in\mathrm{Dom}\,f$，都有 $\mathrm{Dom}\,f$ 中的 v，使得 $u\leqslant v$，$v\in|\mathscr{A}|_f$. 显然 $\mathscr{A}$ 的一判定规则是终止的充要条件为 $|\mathscr{A}|_f\neq\varnothing$ 且 $\mathrm{Dom}\,f=\mathrm{Pref}|\mathscr{A}|_f$. 一个不确定有限自动机 $\mathscr{A}$ 的 Gtb-语言族 (Generalized terminating behaviors) 是这样的一个语言集

$$\|\mathscr{A}\|_T=\{|\mathscr{A}|_f \mid f\text{ 是 }\mathscr{A}\text{ 的终止判定规则}\}.$$

记 $\mathrm{Rec}^T_{nf}\Sigma=\{\|\mathscr{A}\|_T \mid \mathscr{A}\text{ 是 }\Sigma\text{ 上的一个不确定有限自动机}\}$.

引理 1[1]. $\mathrm{Rec}_{nfb}\Sigma=\mathrm{Rec}^T_{nf}\Sigma$.

上述引理是说，任一语言族 X 不确定可识的充要条件为存在一通常的不确定自动机，

1987 年 6 月 20 收到.

* 作者现所在单位为南开大学数学研究所.

使得 $\|\mathscr{A}\|_T = X$. 又由[1]知，$\mathrm{Rec}_{nf}\Sigma \subsetneq \mathrm{Rec}_{nfb}\Sigma$，Havel 问何时 $\|\mathscr{A}\|_T$ 可识. 下面就是对这一问题的讨论.

设 $\mathscr{A} = \langle Q, \Sigma, \delta, I, F\rangle$ 是一不确定有限自动机，令 $\mathscr{F}_{\mathscr{A}}$ 为 $\mathscr{A}$ 的所有判定规则的集合，$\mathscr{F}^T_{\mathscr{A}}$ 为 $\mathscr{A}$ 的所有终止判定规则的集合. 由定义可知，在 Q, Σ, I, F 固定的情况下，$\mathscr{F}_{\mathscr{A}}$，$\mathscr{F}^T_{\mathscr{A}}$ 由 δ 唯一确定.

定义 1. 设 Q 为一有限非空集，$I, F \subseteq Q$，Σ 为一字母表. 我们称 Σ^* 到 Q 的一个非空部分函数集 $\mathscr{F}$ 为四元组 $\langle Q, \Sigma, I, F\rangle$ 的一个判定函数集，如果

i) 关于任意的 $f \in \mathscr{F}$，$f(\Lambda) \in I$；

ii) 关于任意的 $f \in \mathscr{F}$，$w \in \Sigma^*$，$a \in \Sigma$，若 $f(w)$ 不定义，则 $f(wa)$ 不定义；

iii) 关于任意的 $f_1, f_2 \in \mathscr{F}$，$w_1, w_2 \in \Sigma^*$，若 $f_1(w_1) = f_2(w_2)$，则对任意的 $a \in \Sigma$，$f_1(w_1a)$ 有定义，当且仅当 $f_2(w_2a)$ 有定义；

iv) 设 f 是 Σ^* 到 Q 的一个部分函数. 若 $\mathscr{F} \cup \{f\}$ 满足 i), ii), iii)，则 $f \in \mathscr{F}$.

$\mathscr{F}$ 中的任一函数称为 $\langle Q, \Sigma, I, F\rangle$ 的判定函数. $\mathscr{F}$ 中的判定函数称为终止的，如果对任意的 $u \in \mathrm{Dom}\, f$，都有 $w \in \mathrm{Dom}\, f$，使得 $u \leqslant w$ 且 $f(w) \in F$. $\mathscr{F}$ 中所有终止判定函数的集合记为 $\mathscr{F}_T$.

定义 2[2]. 一个不确定有限自动机 $\mathscr{A} = \langle Q, \Sigma, \delta, I, F\rangle$ 称为半可达的，如果

$\{q \mid q \in Q$，存在 $w \in \Sigma^*$ 及 $q_0 \in I$，使得 $q \in \delta(q_0, w)\} = \{q \mid q \in Q$，存在 $q' \in Q$，$w \in \Sigma^*$，$w \neq \Lambda$，使得 $q \in \delta(q', w)\} \cup I$.

定理 1. 设 $\mathscr{F}$ 是 $\langle Q, \Sigma, I, F\rangle$ 的一判定函数集. 则存在唯一的半可达不确定有限自动机 $\mathscr{A} = \langle Q, \Sigma, \delta, I, F\rangle$，使得 $\mathscr{F}_{\mathscr{A}} = \mathscr{F}$. 从而 $\mathscr{F}^T_{\mathscr{A}} = \mathscr{F}_T$.

证. $\mathscr{F}$ 是 $\langle Q, \Sigma, I, F\rangle$ 的一判定函数集，由此我们定义一部分函数 $\delta: \Sigma^* \to 2^Q$ 为

$$\delta(q, a) = \{q' \mid \text{存在 } f \in \mathscr{F} \text{ 及 } w \in \Sigma^*, \text{使得} \\ f(w) = q \text{ 且 } f(wa) = q'\}, \text{其中 } q \in Q, a \in \Sigma.$$

这样就得到一个不确定有限自动机 $\mathscr{A} = \langle Q, \Sigma, \delta, I, F\rangle$. 易知 $\mathscr{A}$ 是半可达的. 设 $f \in \mathscr{F}$，则有 $f(\Lambda) \in I$. 若 $f(w) = q \in Q$，且 $f(wa)$ 有定义，则由 δ 的定义可知 $f(wa) \in \delta(q, a) = \delta(f(w), a)$，因此 f 是 $\mathscr{A}$ 的一个判定规则. 于是 $\mathscr{F} \subseteq \mathscr{F}_{\mathscr{A}}$. 又设 $f' \in \mathscr{F}_{\mathscr{A}}$，显然 $\mathscr{F} \cup \{f'\}$ 满足定义 1 中的 i), ii). 设 $f_1, f_2 \in \mathscr{F} \cup \{f'\}$. 若 $f_1, f_2 \in \mathscr{F}$ 或 $\notin \mathscr{F}$，则满足 iii). 若 f_1, f_2 其中之一，不妨设 $f_1 \in \mathscr{F}$，则 $f_2 = f'$. 由已知，若 $f(w_1) = f_2(w_2)$，那么 $f_2(w_2a) = f'(w_2a)$ 有定义，当且仅当 $\{q' \mid$ 存在 $f \in \mathscr{F}$ 及 $w \in \Sigma^*$，使 $f(w) = f(w_2)$ 且 $f(wa) = q'\} \neq \varnothing$，当且仅当 $f_1(w_1a)$ 有定义，这是因为 $f_1(w) = f(w_2)$ 且 $\mathscr{F}$ 满足定义 1 的 iii). 因此 $\mathscr{F} \cup \{f'\} = \mathscr{F}$. 从而 $f \in \mathscr{F}$，于是 $\mathscr{F} = \mathscr{F}_{\mathscr{A}}$. δ 的唯一性及 $\mathscr{F}^T_{\mathscr{A}} = \mathscr{F}_T$ 都是明显的.

由定义 1 前面的说明及上述定理可知，$\langle Q, \Sigma, \mathscr{F}, I, F\rangle$ 可作为半可达不确定自动机的一个等价定义，其中 $\mathscr{F}$ 是 $\langle Q, \Sigma, I, F\rangle$ 的一判定函数集.

定义 3. 设 $\mathscr{A} = \langle Q, \Sigma, \delta, I, F\rangle$ 是一不确定的有限自动机. 令 $Q_0 = \{q \mid q \in Q$，且存在 $w \in \Sigma^*$，使得 $q \in \delta(q_0, w)$，$q_0 \in I\}$. 定义 $\mathscr{A}_0 = \langle Q_0, \Sigma, \delta_0, I, F_0\rangle$ 为 $F_0 = Q_0 \cap F$，$\delta_0(q, a) = \delta(q, a) \cap Q_0$，$q \in Q_0$，$a \in \Sigma$. 且称其为 $\mathscr{A}$ 的可达子自动机.

显然，$\mathscr{A}$ 的可达子自动机 $\mathscr{A}_0$ 是半可达的。

引理 2. 设 $\mathscr{A}_0$ 是 $\mathscr{A}$ 的可达子自动机，则 $\|\mathscr{A}\|_T = \|\mathscr{A}_0\|_T$.

此引理显然，证明从略。

由于引理 2 的成立，下面我们只须讨论半可达的自动机。

设 $\mathscr{A}$ 是一半可达的不确定有限自动机，$\mathscr{A} = \langle Q, \Sigma, \mathscr{F}, I, F\rangle$. 又设 $\mathscr{P}$ 为 Σ^* 到 Q 的所有部分函数的集合。关于 $f \in \mathscr{P}$，令 $L_f = \{w \mid w \in \Sigma^*, f(w) \in F\}$. 对于任一 $u \in \Sigma^*$，我们定义 $\mathscr{P}$ 上的一种与 u 有关的运算 $\otimes_u$ 为，对于任意的 $f_1, f_2 \in \mathscr{P}$，

$$f_1 \otimes_u f_2 = \begin{cases} f_0, & u \notin \mathrm{Pref} L_{f_1} \cap \mathrm{Pref} L_{f_2}, \\ f^u_{1,2}, & u \in \mathrm{Pref} L_{f_1} \cap \mathrm{Pref}\ L_{f_2}, \end{cases}$$

其中 f_0 为 $\mathscr{P}$ 中的空函数，$f^u_{1,2}$ 为

$$f^u_{1,2}(w) = \begin{cases} f_1(w), & w \in \Sigma^* - u\Sigma^*, \\ f_2(w), & w \in u\Sigma^*. \end{cases}$$

定义 4. 设 $f_1, f_2 \in \mathscr{P}$，f_1, f_2 称为等价的，如果 $L_{f_1} = L_{f_2}$，且记为 $f_1 \sim f_2$.

显然“$\sim$”是 $\mathscr{P}$ 上的一等价关系，由此可得 $\mathscr{P}$ 的一个分类

$$\bar{\mathscr{P}} = \{\bar{f} \mid \bar{f} \text{ 为 } f \text{ 所在的等价类}, f \in \mathscr{P}\}.$$

下面证明 $\otimes_u$ 可诱导 $\bar{\mathscr{P}}$ 中的一个运算，首先有

引理 3. 设 $f_1 \sim f_2$, $f_3 \sim f_4$, 则 $f_1 \otimes_u f_3 \sim f_2 \otimes_u f_4$.

证. 要证 $f_1 \otimes_u f_3 \sim f_2 \otimes_u f_4$, 只须证明 $L_{f_1 \otimes_u f_3} = L_{f_2 \otimes_u f_4}$. 因为 $f_1 \sim f_2$, $f_3 \sim f_4$, 所以 $L_{f_1} = L_{f_2}$, $L_{f_3} = L_{f_4}$. 从而 $\mathrm{Pref}\ L_{f_1} \cap \mathrm{Pref}\ L_{f_3} = \mathrm{Pref}\ L_{f_2} \cap \mathrm{Pref}\ L_{f_4}$.

i) 若 $u \notin \mathrm{Pref}\ L_{f_1} \cap \mathrm{Pref}\ L_{f_3}$, 则 $f_1 \otimes_u f_3 = f_2 \otimes_u f_4 = f_0$, 因此 $f_1 \otimes_u f_3 \sim f_2 \otimes_u f_4$.

ii) 若 $u \in \mathrm{Pref}\ L_{f_1} \cap \mathrm{Pref}\ L_{f_3}$, 则 $f_1 \otimes_u f_3 = f^u_{1,3}$, $f_2 \otimes_u f_4 = f^u_{2,4}$. 设 $w \in L_{f^u_{1,3}}$, 则 $(f_1 \otimes_u f_3)(w) \in F$. 如果 $w \in \Sigma^* - u\Sigma^*$, 那么 $(f_1 \otimes_u f_3)(w) = f_1(w) \in F$. 因此 $w \in L_{f_1}$. 从而 $w \in L_{f_2}$, 即 $f_2(w) \in F$. 所以 $f^u_{2,4}(w) = f_2(w) \in F$. 故 $w \in L_{f_2 \otimes_u f_4}$. 若 $w \in u\Sigma^*$, 同理可证 $w \in L_{f_2 \otimes_u f_4}$. 因而有 $L_{f_1 \otimes_u f_3} \subseteq L_{f_2 \otimes_u f_4}$. 类似地可以证明 $L_{f_2 \otimes_u f_4} \subseteq L_{f_1 \otimes_u f_3}$. 于是 $L_{f_1 \otimes_u f_3} = L_{f_2 \otimes_u f_4}$. 也就是说 $f_1 \otimes_u f_3 \sim f_2 \otimes_u f_4$.

由上述引理可知，若 $\bar{f}_1$, $\bar{f}_2$ 是 $\bar{\mathscr{P}}$ 中的两个等价类，则对任意的 $f_3 \in \bar{f}_1$, $f_4 \in \bar{f}_2$, 有 $\overline{f_3 \otimes_u f_4} = \overline{f_1 \otimes_u f_2}$. 因此我们可定义 $\bar{\mathscr{P}}$ 上的一种运算“$\bar{\otimes}_u$”为

$$\bar{f}_1\, \bar{\otimes}_u\, \bar{f}_2 = \overline{f_1 \otimes_u f_2}.$$

为方便起见，以下仍用“$\otimes_u$”表示“$\bar{\otimes}_u$”，这并不会引起混淆. 令

$$\bar{\mathscr{P}}^T_u = \{\bar{f} \mid f \in \mathscr{F}_T, \quad u \in \mathrm{Pref}\ L_f\}.$$

为了证明下面的定理，还须引入下列定义和引理.

定义 5[2]. 一个半群 B 称为矩形带，如果对于 B 中任意元素 x, y 有，$x^2 = x$ 且 $xyx = x$.

引理 4[4]. 设 S 是一个半群，则下列两条件等价.

i) S 是一矩形带；

ii) 对于任意的 $x, y, z \in S$, 有 $x^2 = x$, $xyz = xz$.

引题 5[5]. 若 X 是不确定可识语言族且具有替换性，则 X 是可识的.

下述定理是我们得到的一个充要条件.

定理 2. 设 $\mathscr{A}=\langle Q,\Sigma,\mathscr{T},I,F\rangle$ 为一半可达的不确定有限自动机，则 $\|\mathscr{A}\|_T$ 可识的充要条件为，关于任意的 $u\in\Sigma^*$，如果 $\mathscr{P}_u^T$ 非空，那么 $(\mathscr{P}_u^T,\otimes_u)$ 构成一个群胚。此时 $(\mathscr{P}_u^T,\otimes)$ 是一个矩形带。

证．设 $\|\mathscr{A}\|_T$ 可识，且 $u\in\Sigma^*$，$\mathscr{P}_u^T$ 非空．又设 $\bar{f}_1,\bar{f}_2$ 是 $\mathscr{P}_u^T$ 中的任意两个元素，不妨设 f_1,f_2 分别为 $\bar{f}_1,\bar{f}_2$ 中的终止判定规则，则显然有 $L_{f_1}=|\mathscr{A}|_{f_1},L_{f_2}=|\mathscr{A}|_{f_2}$．由 $\mathscr{P}_u^T$ 的定义知，$u\in\operatorname{Pref}L_{f_1}\cap\operatorname{Pref}L_{f_2}$，因此 $f_1\otimes_u f_2=f_{12}^u$，即

$$(f_1\otimes_u f_2)(w)=\begin{cases}f_1(w), & w\in\Sigma^*-u\Sigma^*,\\ f_2(w), & w\in u\Sigma^*,\end{cases}\qquad w\in\Sigma^*.$$

由此我们可得

$$L_{f_1\otimes_u f_2}=(L_{f_1}-u\partial uL_{f_1})\cup u\partial_u L_{f_2}=(|\mathscr{A}|_{f_1}-u\partial u|\mathscr{A}|_{f_1})\cup u\partial u(|\mathscr{A}|_{f_2}).$$

又由 $\|\mathscr{A}\|_T$ 的可识性，有 $L_{f_1\otimes_u f_2}\in\|\mathscr{A}\|_T$．因此存在 $\mathscr{T}_T$ 中的一元素 f，使得 $|\mathscr{A}|_f=L_{f_1\otimes_u f_2}$，因而 $L_f=L_{f_1\otimes_u f_2}$．由 $u\in\operatorname{Pref}L_{f_1\otimes_u f_2}$，有 $\bar{f}_1\otimes_u\bar{f}_2=\overline{f_1\otimes_u f_2}=\bar{f}\in\mathscr{P}_u^T$，于是 $(\mathscr{P}_u^T,\otimes_u)$ 为一群胚．

反过来，假设对任意的 $u\in\Sigma^*$，若 $\mathscr{P}_u^T$ 非空，则 $(\mathscr{P}_u^T,\otimes_u)$ 构成一群胚．下证 $\|\mathscr{A}\|_T$ 可识．设 $L_1,L_2\in\|\mathscr{A}\|_T$ 且 $u\in\operatorname{Pref}L_1\cap\operatorname{Pref}L_2$，则显然有 $\mathscr{A}$ 的两个终止判定规则 f_1,f_2 使 $|\mathscr{A}|_{f_1}=L_1$，$|\mathscr{A}|_{f_2}=L_2$，且有 $L_{f_1}=|\mathscr{A}|_{f_1}=L_1$，$L_{f_2}=|\mathscr{A}|_{f_2}=L_2$．由题设知，$\bar{f}_1\otimes_u\bar{f}_2=\overline{f_1\otimes_u f_2}\in\mathscr{P}_u^T$，故存在 $f\in\mathscr{T}_T$，使得 $f\sim f_1\otimes_u f_2$，即 $|\mathscr{A}|_f=L_f=L_{f_1\otimes_u f_2}$．因为 $u\in\operatorname{Pref}L_{f_1}\cap\operatorname{Pref}L_{f_2}$，所以

$$(f_1\otimes_u f_2)(w)=\begin{cases}f_1(w), & w\in\Sigma^*-u\Sigma^*,\\ f_2(w), & w\in u\Sigma^*,\end{cases}\qquad w\in\Sigma^*.$$

因此 $L_{f_1\otimes_u f_2}=(L_{f_1}-u\partial_u L_{f_1})\cup u\partial_u L_{f_2}=(L_1-u\partial_u L_1)\cup u\partial_u L_2$．因而

$$(L_1-u\partial_u L_1)\cup u\partial_u L_2=|\mathscr{A}|_f\in\|\mathscr{A}\|_T.$$

于是 $\|\mathscr{A}\|_T$ 具替换性，由引理 1 及引理 5 知，$\|\mathscr{A}\|_T$ 可识．

最后证明上面的 $\mathscr{P}_u^T$ 非空时，$(\mathscr{P}_u^T,\otimes_u)$ 是一个矩形带．设 $\bar{f}_1,\bar{f}_2,\bar{f}_3$ 是 $\mathscr{P}_u^T$ 中的任意 3 个元素，由 $(\mathscr{P}_u^T,\otimes_u)$ 是群胚可知，$(\bar{f}_1\otimes_u\bar{f}_2)\otimes_u\bar{f}_3\in\mathscr{P}_u^T$，$(\bar{f}_1\otimes_u\bar{f}_3)\in\mathscr{P}_u^T$，然而 $(\bar{f}_1\otimes_u\bar{f}_2)\otimes_u\bar{f}_3=\overline{(f_1\otimes_u f_2)\otimes_u f_3}$，$\bar{f}_1\otimes_u\bar{f}_3=\overline{f_1\otimes_u f_3}$．

由上述证明知

$$\begin{aligned}L_{(f_1\otimes_u f_2)\otimes_u f_3}&=(L_{f_1\otimes_u f_2}-u\partial_u L_{f_1\otimes f_2})\cup u\partial_u L_{f_3}\\&=\{(L_{f_1}-u\partial_u L_{f_1})\cup u\partial_u L_{f_2}-u\partial_u[(L_{f_1}\\&\quad-u\partial_u L_{f_1})\cup u\partial_u L_{f_2}]\}\cup u\partial_u L_{f_3}\\&=(L_{f_1}-u\partial_u L_{f_1})\cup u\partial_u L_{f_3}=L_{f_1\otimes_u f_3},\end{aligned}$$

因此 $f_1\otimes_u f_2\otimes_u f_3\sim f_1\otimes_u f_3$．故 $\overline{(f_1\otimes_u f_2)\otimes_u f_3}=\overline{f_1\otimes_u f_3}$，即

$$(\bar{f}_1\otimes_u\bar{f}_2)\otimes_u\bar{f}_3=\bar{f}_1\otimes_u\bar{f}_3.$$

同理可证 $\bar{f}_1\otimes_u(\bar{f}_2\otimes_u\bar{f}_3)=\bar{f}_1\otimes_u\bar{f}_3$．于是 $(\bar{f}_1\otimes_u\bar{f}_2)\otimes_u\bar{f}_3=\bar{f}_1\otimes_u(\bar{f}_2\otimes_u\bar{f}_3)=\bar{f}_1\otimes_u\bar{f}_3$，所以 $(\mathscr{P}_u^T,\otimes_u)$ 是一个半群，据引理 4 $(\mathscr{P}_u^T,\otimes_u)$ 是一个矩形带．

致谢：作者感谢导师郭聿琦教授及李廉副教授的指导和有益讨论.

参 考 文 献

[1] Havel, I. M., Nondeterministically recognizable sets of languages, *Math. Found. of Computer Science*, **32** (1975), 252—249.

[2] Holocombe, W. L., Algebraic Automata Theory, Cambridge University Press, 1982.

[3] Lallement, G., Semigroups and Combinatorial Applications, John Wiley & Sons, New York, 1979.

[4] Howie, J. M., An Introduction to Semigroup Theory, Academic Press, 1976.

[5] Havel, I. M., On the Branching Structure of Languages, A. Mazaurkiewicz, Ed. by, Lecture Notes in Computer Science 45, Springer-Verlag, Berlin, 1976, 81—99.

THE NONDETERMINISTIC FINITE AUTOMATON WHOSE GTB-FAMILY IS RECOGNIZABLE

WANG CHUAN-HONG

(*Department of Mathematics, Lanzhou University*)

ABSTRACT

In this paper, we discuss the nondeterministic finite automaton whose Gtb-family of languages is recognizable and obtain a sufficient and necessary condition for the recognizability of the Gtb-family of languages. Hence the open problem posed by I. M. Havel in 1975 is solved.