文章编号:1671-7848(2007)04-0434-04

供应链环境下需求不确定的批量生产计划

李海燕,张 琳,王 莉,刘 洪
(辽宁科技大学 理学院,辽宁 鞍山 114044)

摘 要:针对由单个制造商、单一产品和多个客户构成的供应链系统,建立了分散控制下系统利润最大化模型,提出了新的客户选择可变方案,分别设计了遗传算法和分枝定界法对问题进行了求解。通过实例仿真与前人提出的客户选择不可变方案进行了比较分析,结果证明,分枝定界法更适合求解规模较小的问题,而遗传算法可以通过调整种群规模和遗传算子来解决规模较大的问题;与客户选择不可变相比,当客户选择可变时,系统能获取较大的期望利润。

关 键 词:分散控制;遗传算法;分枝定界法
中图分类号:TP 29 文献标识码:A

Lot Sizing Production Planning with Random Demand in Supply Chain

LI Hai-yan, ZHANG Lin, WANG Li, LIU Hong
(School of Science, University of Science and Technology Liaoning, Anshan 114044, China)

Abstract: The batch plan problem with random demand is considered for a supply chain system consisting of one manufacturer and multi-retailers. The manufacturer produce single product. A model is built based on decentralized control, so that the profit of system is maximized. New client choice variable plan is proposed. A genetic algorithm and a branch-and-bound algorithm are used to solve the problem. Numerical examples show that the branch-and-bound method can be only used for solving problem of smaller size, while genetic algorithm can be used for solving problems of larger size. Comparing with client choice invariable plan, the system can obtain bigger expected profit by client choice variable plan.

Key words: distributed control; genetic algorithm; branch-and-bound method

1 引 言

供应链环境下的企业生产计划和传统的企业生产计划模式不同,前者需要更多的协调机制。当供应链中的所有决策都由一个拥有所有信息的决策者来制定时,供应链系统的期望总收益可以达到最优,记为$\pi(c)$,这被称为系统最优情形,而且它一般是通过集中式控制来完成的;但是,一般供应链成员,无论是制造商还是客户,都无法控制整个供应链,他们都只拥有部分信息,各自动机不同,且根据自身所在的局部的目标来制定决策,称为分散控制,设这时产生的系统期望总收益记为$\pi(d)$,那么当$\pi(c)<\pi(d)$时,供应链系统不协调。这时就要在供应链系统中采用某种激励机制,对成员进行协调,促使其制定出逼近系统最优状态的决策[1]。对于单个制造商和单个客户构成的供应链下研究供应链协调的文献很多[2~5],但研究单个制造商面对多个不同类型客户的问题相对较少。

2 问题描述

n个客户从同一个制造商处订购易逝品,服务n个不同的独立市场,每个区域市场仅有一个客户(类似专卖店)。在销售季节来临前,客户向制造商订货,制造商也在销售开始前将客户订购的产品送到客户手中。

系统集中控制时,制造商和客户都是以系统集中决策下期望利润最大为目标,然后再结合自身期望利润制定生产计划和订货计划实现系统协调。

而分散控制是制造商和客户都以自身最大期望利润为目标,通过反复调节单位产品的批发价和回购价,制定逼近系统最优状态的生产计划和订货计划。设分散控制时,制造商制定多组由批发价和回购价构成的“菜单”供客户选择,并通过与客户协商制定退货合同。

本文分别考虑分散控制时客户的最优订货计划和制造商的最优生产计划。

收稿日期:2007-04-06; 收修定稿日期:2007-04-19
基金项目:国家自然基金资助项目(10671001)
作者简介:李海燕(1964-),女,辽宁鞍山人,研究生,副教授,主要从事生产计划和生产调度等方面的教学与科研工作。

为了方便采用如下符号，见表 1。

表 1　符号

Table 1　Symbol

记号	具　体　含　义
c	单位产品的生产成本
p	单位商品的零售价格
w	单位产品的批发价
b	单位产品的回购价
s	单位商品的残值
g_0	产品脱销时制造商单位产品的商誉损失
g_1	产品脱销时客户单位产品的商誉损失
g	产品脱销时单位产品总的商誉损失
k_i	第 i 个客户的权重
Q_{ri}	第 i 个客户的订货批量
Q_r	总的订货批量
Q_m	制造商的生产批量
Q	统计中决策下制造商的生产批量
R	允许退货的比例 $R\in[0,1]$
x_i	第 i 个市场的需求，概率密度函数为 $f_i(x_i)$，需求分布函数为 $F_i(l_i)=\int_0^{l_i}f_i(x_i)\mathrm{d}(x_i)$
x	市场的整体需求，概率密度函数为 $f(x)$，需求分布函数为 $F(l)=\int_0^{l}f(x)\mathrm{d}(x)$

本文假设 $s<c<w<p, s<b<w<p$。

1) 客户的最优订货计划　设第 i 个客户选择的批发价为 w_i，回购价为 b_i，，此时的期望利润为

$$\pi_{ri}(Q_{ri})=-Q_{ri}w_i+\int_0^{Q_{ri}}[x_ip+(Q_{ri}-x_i)b_i]f_i(x_i)\mathrm{d}x_i+\int_{Q_{ri}}^{\infty}[pQ_{ri}-(x_i-Q_{ri})g_1]f_i(x_i)\mathrm{d}x_i \tag{1}$$

经计算可以得到：

$$F_i(Q_{ri}^*)=\frac{p+g_1-w_i}{p+g_1-b_i} \tag{2}$$

并且，$\frac{\partial^2\pi_{ri}(Q_{ri})}{\partial Q_{ri}^2}=-(p+g_1-b)f_i(Q_{ri})\leqslant 0$，所以 (Q_{ri}^*) 是第 i 个客户实现期望利润最大的最优订货批量。n 个零售商的最优订货批量为 Q_r^* 且：

$$Q_r^*=\sum_{i=1}^{n}Q_{ri}^*$$

2) 制造商的最优生产计划　首先制造商根据客户的选择得出单位产品的平均批发价和平均回购价，即：

$$w_{平均}=\sum_{i=1}^{n}w_iQ_{ri}^*/Q_r^*,\ b_{平均}=\sum_{i=1}^{n}b_iQ_{ri}^*/Q_r^*$$

此时制造商的期望利润为

$$\pi_m(Q_m)=(w_{平均}-c)Q_m-\int_0^{Q_m}(Q_m-x)(b_{平均}-s)f(x)\mathrm{d}x-\int_{Q_m}^{\infty}(x-Q_m)g_0f(x)\mathrm{d}x \tag{3}$$

经计算可以得到：

$$F(Q_m^*)=\frac{w_{平均}+g_0-c}{b_{平均}+g_0-s} \tag{4}$$

并且 $\frac{\partial^2\pi_m(Q_m)}{\partial Q_m^2}=-(b_{平均}+g_0-s)f(Q_m)\leqslant 0$，所以制造商以 Q_m^* 为生产量制定生产计划时，期望利润最大。

为了方便求解，令 $\mu=\int_0^{\infty}xf(x)\mathrm{d}x$，对式(3)进行转化：

$$\begin{aligned}\pi_m(Q_m)=&(w_{平均}+g_0-c)Q_m-\\&(b_{平均}+g_0-s)Q_mF(Q_m)+(b_{平均}-s)\mu-\\&(b_{平均}+g_0-s)\int_0^{Q_m}xf(x)\mathrm{d}x\end{aligned}$$

令：$z=(x-\mu)/\sigma, \phi(z)=\exp(-z^2/2)/(2\pi)^{1/2}$

$$\begin{aligned}\int_{Q_m}^{\infty}xf(x)\mathrm{d}x=&\int_{Q_m}^{\infty}x\cdot\frac{1}{(2\pi)^{1/2}\sigma}\exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{(2\sigma^2)}\right]\mathrm{d}x=\\&\int_{\frac{Q_m-\mu}{\sigma}}^{\infty}(\mu+\sigma z)\cdot\frac{1}{(2\pi)^{1/2}}\exp(-z^2/2)\mathrm{d}z=\\&\mu[1-F(Q_m)]+\sigma\phi[(Q_m-\mu)/\sigma]\end{aligned}$$

经整理可以得到：

$$\begin{aligned}\pi_m(Q_m)=&(w_{平均}+g_0-c)Q_m-g_0\mu+(g_0+b_{平均}-\\&s)[\mu F(Q_m)-Q_mF(Q_m)-\sigma\phi[(Q_m-\mu)/\sigma]\end{aligned} \tag{5}$$

特别的当 $Q_m=Q_m^*$ 时有：

$$\begin{aligned}\pi_m(Q_m)=&(w_{平均}-c)\mu-\sigma(g_0+b_{平均}-\\&s)\phi[(Q_m^*-\mu)/\sigma]\end{aligned} \tag{6}$$

同理式(1)可以转化为

$$\begin{aligned}\pi_{ri}(Q_{ri})=&(p+g_1-w_i)Q_{ri}-g_1\mu_i+\\&(p+g_1-b_i)[\mu_iF_i(Q_{ri})-\\&Q_{ri}F_i(Q_{ri})]-\sigma_i(p+g_i-b_i)\phi[(Q_{ri}-\\&\mu_i)/\sigma_i]\end{aligned} \tag{7}$$

特别的当 $Q_r=Q_{ri}^*$ 时有：

$$\begin{aligned}\pi_{ri}(Q_{ri})=&(p-w_i)\mu_i-\sigma_i(p+g_1-\\&b_i)\phi[(Q_{ri}^*-\mu_i)/\sigma_i]\end{aligned} \tag{8}$$

3　问题的数学模型

分散控制下 n 个客户实际上总的订货批量为 $Q_r=\sum_{i=1}^{n}Q_{ri}$，且有 $Q_r=Q_m^*$。此时不可能满足制造商和所有的客户都实现自身的最大期望利润，将所有客户看作一个整体，制造商考虑每个客户的信誉度、市场占有率、地理位置等多方面因素，赋予每个客户不同的权重，同时为了实现长期合作，优先满足权重最大的客户的订货要求，建立系统利润最大化模型如下：

$$J=\max(h_1\pi_m+h_2\pi_r) \tag{9}$$

$$\text{s.t}\quad \pi_r=\max\sum_{i=1}^{n}k_i\pi_{ri} \tag{10}$$

$$Q_{r1} = Q_{r1}^{*} \tag{11}$$

$$Q_{m}^{*} = \sum_{i=1}^{n} Q_{ri} \tag{12}$$

$$Q_{ri} \geqslant 0 ;Q_{ri} \in I, i = 1,2,\cdots,n \tag{13}$$

式中,$I = \{0,1,2,\cdots\}$。

式(9)是问题的目标函数，表示系统的整体利润最大；式(10)表示 π_r 是客户整体最大利润；式(11)表示权重最大的客户的序号为 1，并且该客户可以实现自身的最优订货计划；式(12)表示所有客户订货批量之和为制造商的最优生产批量；式(13)表示第 i 个客户可以订货也可以不订货。

4 模型的求解

文献[6]在结论与展望中提出分散控制下，单一制造商，多个客户构成的供应链系统，若想实现系统协调，必须提供多种批发价和回购价供客户选择，但客户的选择不可变(记为方案Ⅰ)。而分散控制下每个客户都以自身利润最大为首要目标，如果客户 i 的实际订货批量与期望订货批量差距较大，客户 i 可能取消订货，因此针对模型，本文提出另一种新方案，令客户对单位产品的批发价和回购价的选择可变(记为方案Ⅱ)。下面给出这两种不同方案的求解方法。

方案Ⅰ. 客户的选择不可变　每个客户选择最适合自己的退货方案，制造商根据客户的选择由式(4)得出对应的最优生产批量[3]，优先满足权重较大的 $n-1$ 个客户的订货批量。具体步骤如下：

①通过式(2)和式(7)，每个客户选择满足期望利润最大的 w_i 和 b_i。

②制造商根据客户的选择得到：

$$w_{平均} = \sum_{i=1}^{n} w_i Q_{ri}^{*} / Q_r^{*} , b_{平均} = \sum_{i=1}^{n} b_i Q_{ri}^{*} / Q_r^{*}$$

并由式(6)计算出 Q_m^{*}。

③令：$\begin{cases} Q_{ri} = Q_{ri}^{*}, i = 1,2,\cdots,n-1 \\ Q_{rn} = Q_m^{*} - \sum_{i=1}^{n} Q_{ri} \end{cases}$，

代入式(7),式(8) 和式(6),进而得到问题的解。

方案Ⅱ. 客户的选择可变　每个客户根据制造商提供的“菜单”做出最适合自己的选择后，制造商优先满足权重最大客户的订货量。然后通过协调其余客户对单位产品的批发价和回购价的选择，最终制定出双方满意的退货合同。

本文分别采用分枝定界法和遗传算法解决提出的问题。

1）分枝定界法　分枝定界算法由 Land Doig 等人于 20 世纪 60 年代提出。其算法思想是反复的划分可行域，定出最优值的界限，直到求出问题所要求的解为止。本文主要是通过反复界定生产批量的范围，求得问题的最优解。具体步骤如下：

①通过式(2)和式(8)，每个客户选择满足期望利润最大的 w_i 和 b_i，同时计算出 Q_r^{*}。

②令 $Q_{r1} = Q_{r1}^{*}$，计算出其余客户单位产品的平均批发价和回购价，此时制造商生产批量的范围是 $Q_{r1} \leqslant Q_m \leqslant Q_r^{*'} + Q_{r1}$。

③令 $Q_{r2} = Q_{r2}^{*}$，计算出另外 $n-2$ 个客户单位产品的平均批发价和回购价，此时制造商生产批量的范围是：

$$\sum_{i=1}^{2} Q_{ri} \leqslant Q_m \leqslant Q_r^{*''} + \sum_{i=1}^{2} Q_{ri}$$

以此类推可以得到：

$Q_{ri} = Q_{ri}^{*}$， $i = 1，2，\cdots，n-2$

对应的制造商的生产批量范围是：

$$\sum_{i=1}^{n-2} Q_{ri} \leqslant Q_m \leqslant Q_r^{*(n-2)} + \sum_{i=1}^{n-2} Q_{ri}$$

④权重较小的两个客户重新考虑订货和退货选择，分别计算出对应的制造商的最优生产批量。例如：每个客户对批发价和回购价的选择有 m 种，则可以得到权重最小的两个客户可以有 m^2 种选择方案，分别计算出对应的单位产品的平均批发价和回购价，进而得到权重较小的两个客户的最优订货批量 $Q_{ri}^{*'}$ ($i = n-1, n$)和制造商的最优生产批量 $Q_m^{*'}$，选择两者差距最小的一组。此时制造商的生产批量范围是：

$$\sum_{i=1}^{n-2} Q_{ri} \leqslant Q_m \leqslant Q_m^{*'} + \sum_{i=1}^{n-2} Q_{ri}$$

⑤同②有 $Q_{rn-1} = Q_{rn-1}^{*'}$和 $Q_{rn} = Q_m^{*'} - Q_{rn-1}$。将 $Q_{ri}(i = 1,\cdots,n)$分别代入式(7),式(8)和式(6),进而得到问题的解。

2）遗传算法　下面给出解决方案Ⅱ所提出问题的遗传算法：

①因为生产批量和订货批量均为整数，所以此处采用自然数编码。

②随机产生初始种群(每个零售商的订货量 Q_{ri})，使之满足模型约束条件式(10)～式(12)。

③令 $Z = (Q_{ri} - \mu_i)/\sigma_i, \phi(Z) = \exp(-Z^2/2)/(2\pi)^{1/2}$ 求制造商及每个零售商的期望利润。

④将目标函数式(9)作为适应度函数。

⑤轮盘赌选择。

⑥顺序交叉，倒置变异。

⑦迭代到指定代数终止。

5 实例分析

假设市场需求均服从正态分布，本文给出了 5

个零售商的市场需求分布均值和方差及各项参数，其中，$c=3$，$s=1$，$p=8$，$g_0=2$，$g_1=3$，$g=5$，见表 2

表 2 客户的市场需求均值、方差及权重

Table 2 Market demand mean，variance and weight of client

	客户 1	客户 2	客户 3	客户 4	客户 5
均值	200	280	240	270	200
方差	10	25	20	28	50
权重	0.274	0.238	0.205	0.163	0.120

不同批发价和回购价下每个客户得的最优订货批量及相应利润，见表 3。

表 3 客户的最优订货批量及利润

Table 3 Optimal ordering batch and profit

		$w=4.28$ $b=2.984$	$w=4.32$ $b=3.146$	$w=4.37$ $b=3.172$
客户 1	$(Q_{r1}{}^*)$	210.000	214.000	213.000
	$(\pi_{r1}{}^*)$	724.604	724.240	712.585
客户 2	(Q_{r2})	305.000	315.000	312.000
	$(\pi_{r2}{}^*)$	993.109	1001.000	981.987
客户 3	(Q_{r3})	260.000	305.000	265.000
	$(\pi_{r3}{}^*)$	854.007	859.681	842.604
客户 4	(Q_{r4})	263.000	309.000	305.000
	$(\pi_{r4}{}^*)$	950.090	960.343	940.066
客户 5	(Q_{r5})	250.000	270.000	263.000
	$(\pi_{r5}{}^*)$	647.018	677.202	655.403

由表 3 可以看出，第一个客户选择 $w=4.28$，$b=2.984$ 时期望利润最大，其余 4 个客户选择 $w=4.32$，$b=3.146$ 时期望利润最大。此时这 5 个客户的最优订货量为 $Q_r^*=1\ 372$。

由方案 Ⅰ 可知 $Q_{r1}=210$，$w_{平均}=4.314$，$b_{平均}=3.12$及制造商的最优生产量为 $Q_m^*=1305$。依次可以得到 $Q_{r2}=315$，$Q_{r3}=268$，$Q_{r4}=309$，$Q_{r5}=203$。

针对方案 Ⅱ，利用分枝定界和遗传算法求解，结果见表 4。

表 4 仿真结果

Table 4 Simulation results

	w	b	最优订货批量	期望利润
客户 1	4.28	2.984	210	724.604
客户 2	4.32	3.146	315	724.604
客户 3	4.32	3.146	268	859.681
客户 4	4.28	2.984	298	950.090
客户 5	4.28	2.984	245	643.771
制造商			1 336	1 451.710

通过大量的试验证明分枝定界法和遗传算法都能有效地解决方案 Ⅱ 所提出问题，都能得到问题的最优解。但用分枝定界法求解问题时，随着客户可选择的单位产品的批发价和回购价的种类的增加，计算量较大；而遗传算法能在较短时间得到问题的最优解或近优解。所以分枝定界法只能用来求解规模较小的问题，而遗传算法可以通过调整种群规模和遗传算子来解决规模较大的问题。

取 $h_1=0.6$，$h_2=0.4$，对方案 Ⅰ 和方案 Ⅱ 得到的结果进行比较见表 5。

表 5 制造商、客户及系统的期望利润

Table 5 Expected profit of manufacturer，client and system

方案	客户利润	制造商利润	系统利润
Ⅰ	839.937	1 413.24	1 069.258
Ⅱ	829.131	1 451.71	1 078.163

从表 5 可以看出，采用方案 Ⅱ 来协调制造商的生产批量和客户的订货批量，虽然客户的整体期望利润降低，但制造商的期望利润和系统的期望利润都有所提高。此外由于方案 Ⅰ 中，权重最小的客户的实际订货批量与预期订货计划差距很大，可能会导致该客户取消订货，而方案 Ⅱ 中，权重最小的两个客户的实际订货批量与预期订货计划差距较小，不会影响客户的订货计划。所以制造商根据方案 Ⅱ 制定退货合同能制定出逼近系统最优状态的决策。

6 结 语

本文针对由单个制造商、单一产品和多个客户构成的供应链系统，主要考虑通过制定合理的退货合同来协调制造商的生产计划和客户的订货计划。建立了集中控制下客户整体期望利润最大化模型和分散控制下系统期望利润最大化模型，分别设计了遗传算法和分枝定界法对问题进行求解。

参考文献(References)：

[1] Stadtler H，Kilger C. Supply chain management and advanced planning [M]. Newyork：Springer-Verlag，2004.

[2] Chen J，Li J. Coordination of the supply chain of seasonl products [J]. IEEE Transaction on Systems，Man and Cybernetics-part A：Systems and Humans，2001，31(6)：524-533.

[3] Mantrala M K，Raman K. Demand uncertainty and supplier's returns policies for a multi-store style-good retail [J]. European Journal of Operational Research 1999，115(5)：270-284.

[4] Donohue K. Efficient supply contracts for fashion goods with forecast updating and two production modes [J]. Management Science，2000，46(10)：1397-1411

[5] Gurnani H，Tang C. Note：optimal ordering decision with uncertain cost and demand forecast updating [J]. Management Science，1999，45(11)：1456-1462.

[6] Pasternack B A. Optimal pricing and returns policies for perishable commodities [J]. Marketing Science，1985，4(4)：166-176.

[7] 彭祥云，姜云飞. 基于资源约束和局部启发搜索的规划系统 [J]. 控制工程，2006，13(2)：185-190. (Peng XiangYun，Jiang Yunfei. Planning systems Based on the combination of resource restric and local search [J]. Control zngineering of China，2006，13(2)：185-90.)

[8] Koehler J. Planning under resource constraints [EB/OL]. http：//citeseer·ist. psu·edu/koehler 98 planning，html，2004-06-02.

[9] Pisney S M，Towill D R. A discrete transfer function model todetermine the dynamic stability of a vendor managed inventory supply China [J]. International Journal of Production Research，2002，40(1)：179-204.